ЗАДАЧНИК ПО ГИДРАВЛИКЕ

Под редакцией
проф. И. И. КУКОЛЕВСКОГО
и доц. Л. Г. ПОДВИДЗА

ГОСЭНЕРГОИЗДАТ

Д. А. БУТАЕВ, З. А. КАЛМЫКОВА, Л. Г. ПОДВИДЗ,
К. Н. ПОПОВ, С. Н. РОЖДЕСТВЕНСКИЙ, Б. И. ЯНЬШИН

ЗАДАЧНИК ПО ГИДРАВЛИКЕ ДЛЯ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ ВУЗОВ

Издание второе
переработанное и дополненное

Под редакцией проф. И. И. Куколевского
и доц. Л. Г. Подвидза

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования РСФСР в качестве учебного пособия для машиностроительных высших учебных заведений и факультетов

ГЭИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА 1960 ЛЕНИНГРАД

ЭГ-5-2

Задачник составлен в соответствии с программой курса гидравлики для машиностроительных вузов и предназначается для студентов этих вузов.

Обширный методический материал и разнообразные по тематике и сложности задачи, помещенные в книге, могут представить интерес для широкого круга читателей, занимающихся гидравлическими расчетами.

Бутаев Девлет Асланбекович, Калмыкова Зинаида Алексеевна, Подвидз Лев Григорьевич, Попов Кирилл Николаевич, Рождественский Сергей Николаевич, Яньшин Борис Иванович,

ЗАДАЧНИК ПО ГИДРАВЛИКЕ ДЛЯ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ ВУЗОВ

Редактор *Подвидз Л. Г.* Техн. редактор *К. П. Воронин*

Сдано в набор 8/IV 1960 г. Подписано к печати 26/VII 1960 г.
Т-10118 Бумага $84\times108^1/_{32}$ 22,6 печ. л. Уч.-изд. л. 22,6
Тираж 13 000 экз. Цена 8 р. 90 к., с 1/I 1961 г. цена 89 к. Заказ 2199

Типография Госэнергоиздата. Москва, Шлюзовая наб., 10.

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Во втором издании «Задачника по гидравлике» значительно переработаны введения к главам, в которых расширен справочный и методический материал и увеличено количество типовых примеров, что позволило значительно сократить число указаний в тексте.

При переиздании ряд задач был пересмотрен и улучшен, часть задач заменена и введены новые задачи, а также устранены замеченные опечатки.

Авторы посвящают данную работу памяти своего учителя профессора И. И. Куколевского.

Авторы

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Предлагаемый вниманию читателей задачник по машиностроительной гидравлике составлен применительно к учебным требованиям курса гидравлики в машиностроительных вузах и предназначен для студентов этих вузов. В МВТУ он предназначается быть основным пособием для сообщения слушателям курса гидравлики практических навыков в применении теории к решению задач инженерной практики.

Задачник содержит задачи по всем основным разделам курса с краткими сведениями об используемых выводах теории, методическими указаниями, облегчающими ход решения отдельных задач и примерами решений типовых задач. Наличие таких материалов позволяет надеяться, что обширный и разнообразный по сложности разбираемых вопросов набор задач сборника окажется интересным и для широкого круга читателей, сталкивающихся в своей практической деятельности с гидравлическими расчетами.

Каждому, кто пожелает воспользоваться материалами задачника для лучшего усвоения основ гидравлики или проверки своих практических навыков в решении конкретных задач, можно рекомендовать следующий, по нашему мнению, наиболее плодотворный путь.

Ознакомившись с соответствующим введением и методическими указаниями по решению типовых задач, следует переходить к самостоятельному решению нескольких задач избранной главы, подвергая каждую задачу детальному исследованию, определяя влияние входящих в нее факторов на конечный результат решения, не стремясь к умножению количества решаемых примеров.

В ряде задач выгодно пользоваться смешанными графоаналитическими приемами решения, позволяющими на графике уловить влияние тех или иных факторов на результаты решения. Примеры таких решений читатели найдут в гл. 10 и 14 настоящего задачника.

Гл. 5 посвящена вопросам гидродинамического подобия, имеющего важное значение для усвоения правильного общего представления о гидродинамических явлениях и играющего крупную роль в вопросах моделирования.

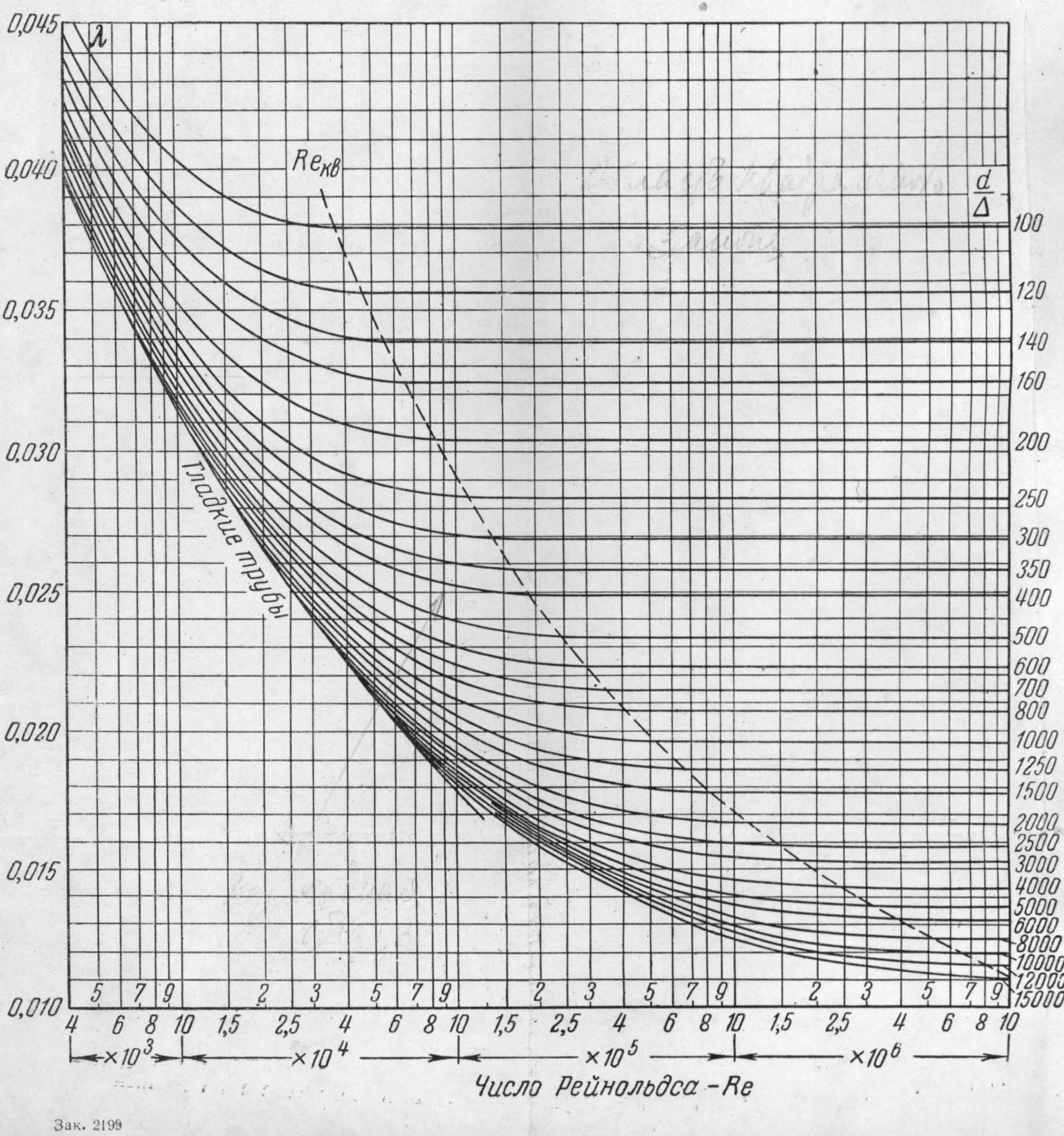
Для удобства читателей к задачнику приложены материалы справочного характера, в которых у них может встретиться надобность по ходу решения той или иной задачи.

Темы задач, вошедших в настоящий сборник, разрабатывались на кафедре в течение ряда лет. Авторами некоторых задач являются проф. И. И. Куколевский, проф. Н. М. Шапов, проф. В. В. Мишке, проф. С. Д. Пономарев и доц. Б. Б. Некрасов.

Задачник подготовлен к печати под общей редакцией И. И. Куколевского. Соавторами написаны: гл. 1 —

Приложение 4

КОЭФФИЦИЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРЕНИЯ ТРУБ (ВТИ)



З. А. Калмыковой; гл. 2 — Б. И. Яньшиным; гл. 3 — К. Н. Поповым; гл. 4 — З. А. Калмыковой, Л. Г. Подвидзом; гл. 5, 9 и 13 — Л. Г. Подвидзом; гл. 6 и 7 — Д. А. Бутаевым и Л. Г. Подвидзом; гл. 8 и 12 — С. Н. Рождественским; гл. 10—Д. А. Бутаевым и З. А. Калмыковой; гл. 11— Л. Г. Подвидзом и С. Н. Рождественским; гл. 14—Д. А. Бутаевым, З. А. Калмыковой, Л. Г. Подвидзом и К. Н. Поповым.

Учитывая, что в первом издании задачника, несомненно, имеются недочеты, авторский коллектив будет признателен читателям за все замечания и пожелания, направленные к дальнейшему улучшению как задачника в целом, так и его отдельных задач.

Корреспонденцию по этому вопросу просим направлять в адрес кафедры гидравлики и гидромашин МВТУ (Москва, Б-5, 2-я Бауманская, 5).

И. Куколевский

СОДЕРЖАНИЕ

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ГИДРОСТАТИКА

Глава первая

ДАВЛЕНИЕ В ПОКОЯЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

ВВЕДЕНИЕ

Давлением в покоящейся жидкости называется напряжение сжатия (рис. 1-1)

$$p_A = \lim_{\Delta F \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta F}, \tag{1-1}$$

где p_A — давление в точке A;

ΔF — величина элементарной площадки, содержащей точку A;

ΔP — сжимающая сила, действующая на площадку ΔF.

Давление направлено по нормали к площадке, его величина не зависит от ориентировки площадки в пространстве и является функцией координат точек жидкости:

$$p = f(x, y, z). \tag{1-2}$$

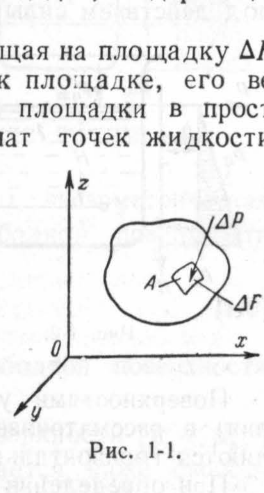


Рис. 1-1.

В технической системе мер единицами давления являются 1 $кГ/м^2$ и 1 $кГ/см^2$ (техническая атмосфера):

$$1\ кГ/см^2 = 10\,000\ кГ/м^2.$$

Давление, представляющее полное напряжение сжатия от действия всех внешних сил (поверхностных и массовых), приложенных к жидкости, называется абсолютным давлением ($p_а$).

В технике удобно отсчитывать давление от условного нуля, за который принимается давление атмосферного воздуха, на поверхности земли примерно равное технической атмосфере ($p_{ат} \approx 1$ $кГ/см^2$).

В этом случае величина давления показывает избыток абсолютного давления ($p_а$) над атмосферным ($p_{ат}$) и называется избыточным давлением $p_и$):

$$p_и = p_а - p_{ат}. \tag{1-3}$$

Избыточное давление отрицательно, если абсолютное давление меньше атмосферного. Недостаток давления до атмосферного называется вакуумом ($p_в$), который, следовательно, равен:

$$p_в = p_{ат} - p_а \tag{1-4}$$

или

$$p_в = -p_и. \tag{1-5}$$

Выраженное в атмосферах абсолютное давление обозначается (*ата*), избыточное (*ати*), вакуум (*атв*).

В однородных несжимаемых жидкостях, покоящихся под действием силы тяжести (рис. 1-2) давление нарастает с глубиной по закону

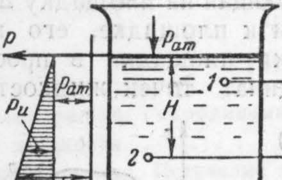


Рис. 1-2.

$$p_2 = p_1 + \gamma h, \tag{1-6}$$

где p_1 — давление в произвольной точке *1* жидкости;

p_2 — давление в точке 2 на глубине h, отсчитанной от уровня точки *1*;

γ — удельный вес жидкости.

Поверхностями уровня (поверхностями равного давления) в рассматриваемом случае равновесия жидкости являются горизонтальные плоскости.

При определении величин давления в жидкости, заполняющей открытый в атмосферу сосуд, удобно в качестве исходной точки *1* брать точку на свободной поверхности, где известно действующее на жидкость внешнее давление, равное атмосферному ($p_{ат}$).

В этом случае абсолютное давление ($p_а$) в произвольной точке жидкости равно:

$$p_а = p_{ат} + \gamma H, \qquad (1\text{-}7)$$

где H — глубина расположения точки под свободной поверхностью.

Избыточное давление, создаваемое в данном случае только весом жидкости, равно:

$$p_и = \gamma H. \qquad (1\text{-}8)$$

Давление, равное 1 *ат*, при удельном весе воды $\gamma_в = 1000$ *кГ/м³* соответствует заглублению $H = 10$ *м*.

Формула (1-8) дает возможность выражать избыточное давление в любой точке жидкости, заполняющей сосуд, величиной H заглубления данной точки относительно пьезометрической плоскости — плоскости атмосферного давления, проходящей через уровень в пьезометре, присоединенном к сосуду.

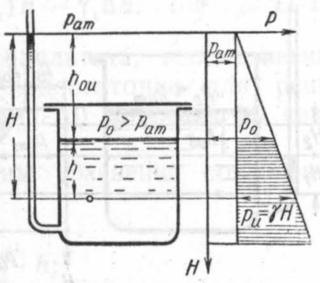


Рис. 1-3.

В случае замкнутого сосуда с избыточным давлением на свободной поверхности ($p_0 > p_{ат}$) пьезометрическая плоскость располагается выше свободной поверхности жидкости на

$$h_{0и} = \frac{p_0 - p_{ат}}{\gamma} = \frac{p_{0и}}{\gamma}, \qquad (1\text{-}9)$$

где $p_{0и}$ — избыточное давление на свободной поверхности (рис. 1-3).

В случае вакуума на свободной поверхности ($p_0 < p_{ат}$) пьезометрическая плоскость располагается ниже свободной поверхности на

$$h_{0в} = \frac{p_{ат} - p_0}{\gamma} = \frac{p_{0в}}{\gamma}, \qquad (1\text{-}10)$$

где $p_{0в}$ — вакуум на свободной поверхности (рис. 1-4).

Помещенные в данном разделе задачи на определение давления в жидкости могут быть решены применением не более трех физических соотношений, а именно: закона распределения давления в покоящейся жидкости, уравнения равновесия твердого тела, находящегося под воздействием жидкости, и уравнения сохранения объема жидкости в системе.

Для случая сжимаемой жидкости уравнение сохранения объема заменяется уравнением сохранения массы и к перечисленным уравнениям добавляется уравнение состояния.

Для иллюстрации сказанного рассмотрим следующие примеры.

Рис. 1-4.

Рис. 1-5.

Пример 1 (рис. 1-5). Определить давление газа в баллоне по показанию h двухжидкостного чашечного микроманометра, заполненного жидкостями с удельными весами γ_1 и γ_2, если отношение диаметров трубки и чашки прибора равно d/D.

Для определения давления прежде всего применим закон распределения давления в покоящейся жидкости, из которого следует, что в жидкости γ_2 на уровне $1-1$ в трубках манометра давление одинаково.

В правой трубке оно создано атмосферным давлением $p_{ат}$ и весовым давлением столба жидкости γ_1. Так как высота этого столба неизвестна, введем размер x, как указано на рис. 1-5.

Тогда

$$p_{1а} = p_{ат} + \gamma_1 (h + x). \qquad (1\text{-}11)$$

В левой трубке давление на уровне *1 — 1* создается давлением $p_а$ газа в баллоне и весовым давлением жидкостей γ_1 и γ_2.

Для выражения давления через указанные величины введем еще один размер Δh, представляющий разность уровней жидкости γ_1 в чашках прибора; тогда

$$p_{1а} = p_а + \gamma_1 (x + \Delta h) + \gamma_2 h. \tag{1-12}$$

Приравнивая соотношения (1-11) и (1-12), получим:

$$p_а + \gamma_1 (x + \Delta h) + \gamma_2 h = p_{ат} + \gamma_1 (h + x),$$

откуда

$$p_а = p_{ат} - (\gamma_2 - \gamma_1) h - \gamma_1 \Delta h. \tag{1-13}$$

Как видно из полученного результата, использование закона распределения давления недостаточно для решения задачи, так как в уравнении (1-13) величина Δh неизвестна.

Для определения Δh применим уравнение сохранения объема жидкости в сосуде:

$$\frac{\pi D^2}{4} \Delta h = \frac{\pi d^2}{4} h;$$

$$\Delta h = \frac{d^2}{D^2} h.$$

Подставив полученное выражение для Δh в соотношение (1-13), получим:

$$p_а = p_{ат} - (\gamma_2 - \gamma_1) h - \gamma_1 \frac{d^2}{D^2} h. \tag{1-14}$$

Поскольку $\gamma_1 < \gamma_2$, имеем $p_а < p_{ат}$, т. е. давление в баллоне меньше атмосферного.

Величина вакуума в баллоне равна:

$$p_в = (\gamma_2 - \gamma_1) h + \gamma_1 \frac{d^2}{D^2} h. \tag{1-15}$$

Если $d \ll D$, можно принимать:

$$p_в = h (\gamma_2 - \gamma_1)$$

Подбором несмешивающихся жидкостей с близкими удельными весами можно получать достаточно большие показания h прибора при измерении малых величин избыточного давления или вакуума в газе.

Если уравнительные чашки отсутствуют, то

$$p_в = \gamma_2 h$$

и прибор превращается в обычный U-образный манометр.

Пример 2 (рис. 1-6). Прибор для измерения разности давлений в газах состоит из сосуда A, наполненного до некоторого уровня ртутью, и плавающего в ртути колокола B. Большее давление p_1 подводится под колокол, меньшее p_2 — в пространство над колоколом. При равенстве давлений $p_1 = p_2$ колокол занимает определенное

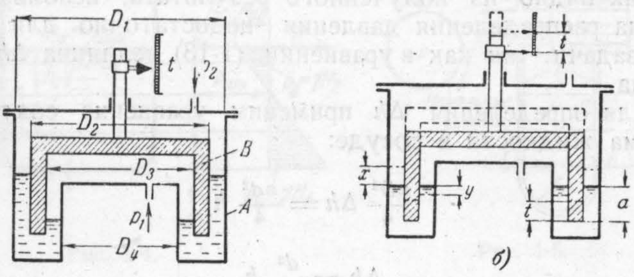


Рис. 1-6.

начальное положение, из которого смещается вверх под действием разности давления.

Установить зависимость между подъемом колокола t и разностью давлений $p_1 - p_2$ при размерах сосуда и колокола, указанных на рис. 1-6,*а*.

Обозначим первоначальное (при $p_1 = p_2$) заглубление колокола через a, величину опускания уровня ртути внутри колокола через y, величину поднятия уровня ртути снаружи колокола через x и поднятие самого колокола через t (рис. 1-6,*б*).

Воспользуемся уравнением равновесия ртути в приборе

$$p_1 = p_2 + \gamma(x + y). \qquad (1\text{-}16)$$

где γ — удельный вес ртути, и уравнением равновесия колокола

$$p_1 \frac{\pi D_3^2}{4} + [p_1 + \gamma (a - y - t)] \frac{\pi (D_2^2 - D_3^2)}{4} = G + p_2 \frac{\pi D_2^2}{4}.$$

Так как по условию равновесия колокола в начальном положении

$$G = \gamma a \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_3^2),$$

получим:

$$p_1 \cdot \frac{\pi D_2^2}{4} - \gamma (y + t) \frac{\pi (D_2^2 - D_3^2)}{4} = p_2 \frac{\pi D_2^2}{4}. \qquad (1\text{-}17)$$

Условие постоянства объема ртути в приборе дает:

$$\frac{\pi (D_3^2 - D_4^2)}{4} y = \frac{\pi (D_2^2 - D_3^2)}{4} t + \frac{\pi (D_1^2 - D_2^2)}{4} x. \qquad (1\text{-}18)$$

Эта система трех уравнений (1-16), (1-17) и (1-18), содержащая четыре переменных величины $(p_1 - p_2)$, x, y, t, позволяет исключить две промежуточные переменные x и y и получить искомое соотношение между t и $(p_1 - p_2)$:

$$t = \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \cdot \frac{D_3^2 D_1^2 - D_2^2 D_4^2}{(D_1^2 - D_4^2)(D_2^2 - D_3^2)}; \qquad (1\text{-}19)$$

Следует отметить линейность шкалы прибора, масштаб которой можно менять соответствующим выбором диаметров.

Пример 3 (рис. 1-7). Заполненный атмосферным воздухом тонкостенный колокол диаметром D и высотой H опускается в воду под действием собственного веса.

Считая закон сжатия воздуха под колоколом изотермическим, найти зависимость между глубиной h погружения колокола и его весом G.

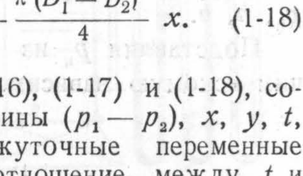


Рис. 1-7.

Обозначим избыточное давление воздуха в погруженном колоколе $p_и$ и высоту его заполнения водой b. Составим уравнение равновесия колокола:

$$p_и \cdot \frac{\pi D^2}{4} = G. \qquad (1\text{-}20)$$

и уравнение равновесия жидкости

$$p_и = \gamma (h - b). \qquad (1\text{-}21)$$

Уравнение Бойля-Мариотта для процесса сжатия воздуха

$$(p_и + p_{ат}) \frac{\pi D^2}{4} (H - b) = p_{ат} \frac{\pi D^2}{4} H, \qquad (1\text{-}22)$$

где $p_{ат}$ — начальное атмосферное давление в колоколе.

Полученные уравнения содержат три неизвестных: $p_и$, h, b.

Подставляя $p_и$ из (1-20) и b из (1-22) в (1-21), получим искомую зависимость:

$$h = \frac{1}{\gamma} \frac{G}{\frac{\pi D^2}{4}} + \frac{\frac{G}{\frac{\pi D^2}{4}} H}{\frac{G}{\frac{\pi D^2}{4}} + p_{ат}}. \qquad (1\text{-}23)$$

Из последнего уравнения можно найти максимальный вес колокола $G_{макс}$, при котором он целиком погрузится в воду. Положив $h = H$, получим:

$$G_{макс} = \frac{\pi D^2}{4} \left[\sqrt{p_{ат} \left(\frac{1}{4} p_{ат} + \gamma H \right)} - \frac{1}{2} p_{ат} \right].$$

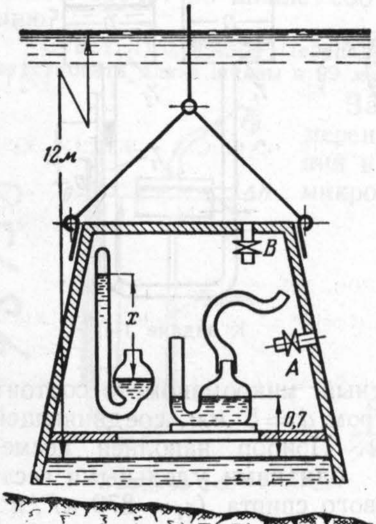
ЗАДАЧИ

Задача 1-1. Каково показание x ртутного барометра, помещенного в водолазном колоколе, если поверхность воды ($\delta = 1{,}025$) в колоколе на 12 *м* ниже уровня моря, а показание барометра на поверхности моря 750 *мм. рт. ст.*? Как установится ртуть в манометре с „постоянным" нулем, если манометр присоединить к крану A колокола? Как она установится, если манометр присоединить к крану B? Считать, что при измерениях воздух в соединительной трубке, ведущей к чашке прибора, отсутствует.

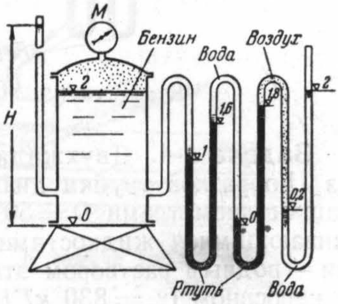
Ответ. $x = 1\,655$ *мм*; $h_A = h_B = -52{,}8$ *мм*.

Задача 1-2. К резервуару, наполненному бензином ($\delta = 0{,}7$) до высоты $\nabla 2$, присоединены три различных прибора для измерения давления.

К крышке резервуара присоединен пружинный ма-



К задаче 1-1.



К задаче 1-2.

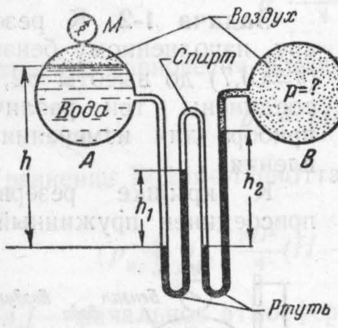
нометр, к боковым стенкам пьезометр и трехколенный манометр, наполненный ртутью ($\delta = 13{,}6$), водой ($\delta = 1$) и воздухом ($\delta = 0$).

Определить показания M манометра и H пьезометра, если уровни жидкостей в трехколенном манометре расположились так, как показано на эскизе (отметки уровней даны в метрах).

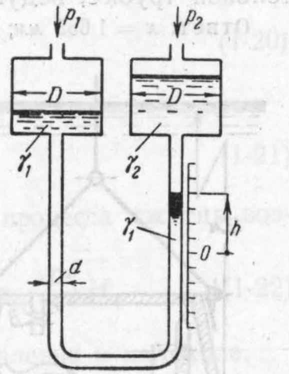
Ответ. $M = 3{,}2$ *ати*; $H = 48$ *м*.

Задача 1-3. Найти давление p воздуха в резервуаре B, если давление на поверхности воды в резервуаре A равно 0,25 *ати*, разности уровней ртути ($\delta = 13{,}6$) в двухколенном дифференциальном манометре $h_1 = 200$ *мм* и $h_2 = 250$ *мм*, а мениск ртути в левой ветви манометра ниже уровня воды на $h = 0{,}7$ *м*. Пространство между уровнями ртути в манометре заполнено спиртом ($\delta = 0{,}8$).

Ответ. $p = 0{,}276$ *атв.*



К задаче 1-3.



К задаче 1-4.

Задача 1-4. Двухжидкостный микроманометр состоит из U-образной трубки диаметром $d = 5$ *мм*, соединяющей чашки диаметрами $D = 50$ *мм*. Прибор наполнен несмешивающимися жидкостями с близкими удельными весами — водным раствором этилового спирта ($\gamma_1 = 870$ *кГ/м³*) и керосином ($\gamma_2 = 830$ *кГ/м³*).

1) Установить связь между измеряемой микроманометром разностью давлений газа $\Delta p = p_1 - p_2$ и смещением h мениска раздела жидкостей от его начального положения, отвечающего $\Delta p = 0$. Определить Δp при $h = 280$ *мм*.

2) Указать, во сколько раз уменьшатся показания прибора при данном Δp, если в приборе будут отсутствовать чашки.

Ответ. 1) $\Delta p = h\left[(\gamma_1 - \gamma_2) + \frac{d^2}{D^2}(\gamma_1 + \gamma_2)\right]$; $\Delta p = 16$ *кГ/м²*.
2) В 30 раз.

Задача 1-5. Использование шкалы с постоянным нулем при измерении давлений чашечным ртутным манометром или вакуумметром вносит погрешность в результат измерения. Для нахождения истинной величины давления в показание h прибора необходимо вносить поправку на смещение Δh уровня ртути в чашке.

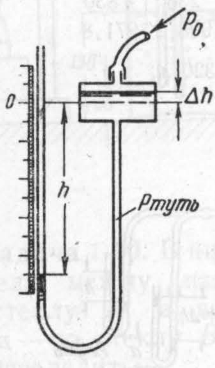
Пренебрегая влиянием капиллярности, определить:

1) Какова погрешность, вызываемая смещением уровня ртути в чашке при диаметрах чашки $D = 60$ *мм* и трубки $d = 6$ *мм*?

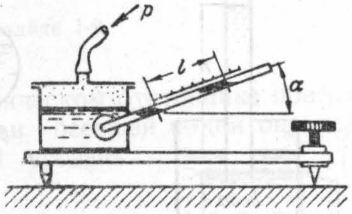
2) Каким образом проградуировать шкалу прибора, чтобы отсчет по шкале соответствовал истинному давлению?

Ответ. 1) 0,99%. 2) Перепаду в 100 *мм рт. ст.* должна соответствовать длина шкалы в 99 *мм*.

Задача 1-6. Применение для измерения малых избыточных давлений в газах спиртового чашечного микроманометра с наклонной шкалой значительно увеличивает точность измерений.



К задаче 1-5.



К задаче 1-6.

1. Принимая точность отсчета невооруженным глазом по шкале 0,5 *мм*, определить, под каким углом к горизонту нужно расположить трубку прибора, чтобы при измерении давления в пределах 100 — 200 *мм вод. ст.* погрешность измерения не превышала $\pm 0{,}20\%$. Относительный вес спирта $\delta_c = 0{,}8$.

2. Какова максимальная погрешность при измерении того же давления ртутным ($\delta = 13{,}6$) чашечным манометром с вертикальной шкалой?

Диаметры чашек считать настолько большими, чтобы можно было пренебречь поправкой на смещение уровня в них.

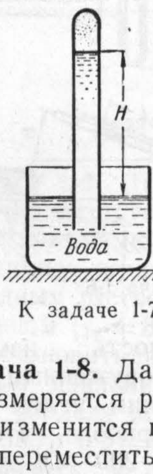
Ответ 1) $\alpha = 30°$. 2) $\pm 6{,}8\%$.

Задача 1-7. На какой высоте H установится вода в трубке, первоначально заполненной водой, а потом опрокинутой и погруженной открытым концом под уровень воды, если атмосферное давление 735,6 *мм рт. ст.* и температура воды 4° С?

Как изменится высота H, если температура повысится до 20° С, до 80° С? Величины давления насыщенных паров воды и ее удельного веса заданы в таблице:

p, γ \ $t°$ С	4	20	80
$p_{\text{нас. паров}}$, $кГ/м^2$	63	236	4 830
γ, $кГ/м^3$	1 000	998,2	971,8

Ответ. $H = 9{,}937$ *м*; $H = 9{,}780$ *м*; $H = 5{,}320$ *м*.



К задаче 1-7.

К задаче 1-8.

Задача 1-8. Давление на поверхности воды в резервуаре измеряется ртутным U-образным манометром.

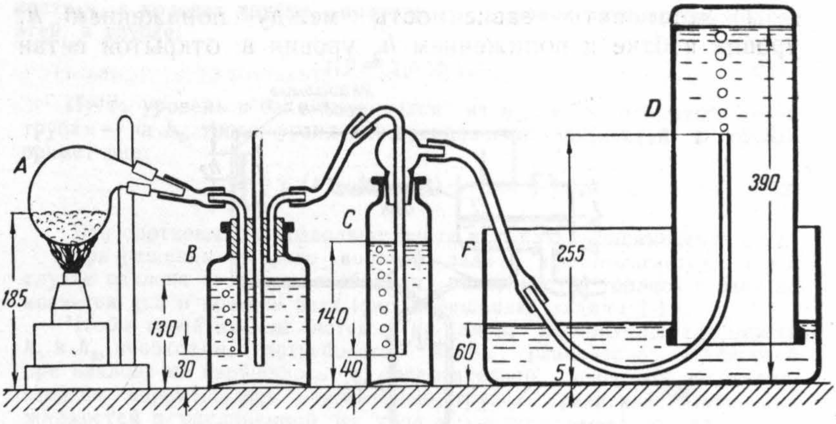
Как изменится показание (h *мм*) манометра, если манометр переместить вниз на a *мм*?

Ответ. $\Delta h = \dfrac{a}{13{,}1}$.

Задача 1-9. Выделившийся вследствие химической реакции газ из реторты A направляется последовательно в сосуды B и C, наполненные промывными растворами ($\delta_B = 1{,}03$ и $\delta_C = 1{,}05$), и в сборник D, наполненный водой. Определить давление в реторте A, сосудах B и C и в сборнике D при указанных на чертеже размерах (в *мм*).

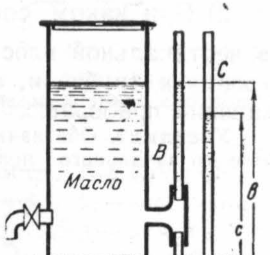
Сопротивлением проходу газа по трубкам пренебречь.

Ответ. $p_D = 335$ *мм вод. ст.* (вак.); $p_C = 200$ *мм вод. ст.* (вак.) $p_B = 95$ *мм вод. ст.* (вак.); $p_A = 8$ *мм. вод ст.* (изб.).



К задаче 1-9.

Задача 1-10. В цилиндрическом отстойнике поверхность раздела между маслом и осевшей водой определяется по стеклу A, а верхний уровень масла — по стеклу B.



К задаче 1-10.

Определить:

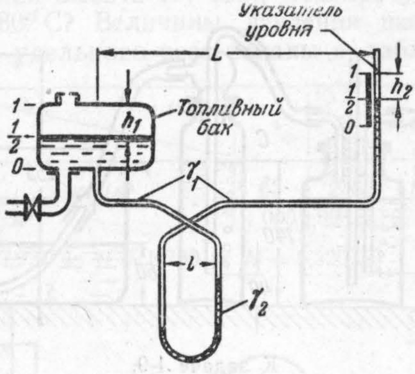
1) Каков удельный вес масла, если $a = 0{,}2$ *м*, $b = 1{,}4$ *м*, а уровень воды в дополнительной трубке C установился на высоте $c = 1{,}2$ *м*?

2) Каковы будут высоты уровней a, b, c в трубках, если при тех же объемах воды и масла в отстойнике над маслом будет избыточное давление $p = 0{,}1$ *ати*? Объемом жидкости в трубках пренебречь.

Ответ. 1) $\gamma_м = 833$ *кГ/м³*. 2) $a = 0{,}2$ *м*; $b = 2{,}6$ *м*; $c = 2{,}2$ *м*.

Задача 1-11. Указатель уровня топливного бака выполнен в виде U-образной трубки с перекрещивающимися ветвями, заполненными топливом удельного веса γ_1 и несмешивающейся с топливом жидкостью удельного веса γ_2 $(\gamma_2 > \gamma_1)$.

1) Установить зависимость между понижением h_1 уровня в баке и понижением h_2 уровня в открытой ветви



К задаче 1-11.

трубки от их начальных положений, соответствующих начальному заполнению бака.

2) При каком соотношении длин $\frac{l}{L}$ наклон системы в вертикальной плоскости не будет влиять на положение уровня в трубке и, следовательно, не будет искажать показаний прибора?

Указание. Обозначив x расстояние от начального уровня в баке до начального положения поверхности раздела жидкостей в

К решению задачи 1-11.

правом колене трубки, y — расстояние от начального уровня в открытой ветви трубки до начального положения поверхности раздела жидкостей в левом колене, z — начальную разность уровней жидкости γ_2 в коленах трубки, получим из условия равновесия жидкостей в трубке:

$$\gamma_1 y = \gamma_1 x + \gamma_2 z. \tag{1}$$

Пусть уровень в баке понизился на h_1, а в открытой ветви трубки — на h_2, тогда уравнение равновесия жидкостей в трубке примет вид:

$$\gamma_1 y = \gamma_1 (x - h_1 - h_2) + \gamma_2 (z + 2h_2). \tag{2}$$

Эти соотношения позволяют найти искомую зависимость h_2 от h_1

При решении второго вопроса задачи предполагается, что в случае наклона системы свободная поверхность топлива в баке не коснется дна и крышки бака (рис. к решению задачи 1-11).

Чтобы такой наклон системы не влиял на соотношение между h_1 и h_2, необходимо потребовать, чтобы равновесие жидкостей при наклоне не нарушалось и, следовательно, поверхности жидкостей не перемещались относительно трубки. Уравнение равновесия жидкостей в наклоненной на угол α системе имеет при этом вид:

$$\gamma_1 [y \cos\alpha - (l + a)\sin\alpha] = \gamma_1 [(x - h_1 - h_2)\cos\alpha + (l + b)\sin\alpha] + \\ + \gamma_2 [z + 2h_2) \cos\alpha - l \sin\alpha], \tag{3}$$

где a и b — расстояния от правого и левого колен трубки соответственно до осей указателя и бака;

$$a + l + b = L. \tag{4}$$

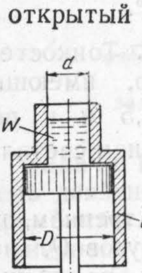
Из уравнения (3) с учетом (2) и (4) получаем искомое соотношение.

Ответ. 1) $h_2 = \dfrac{\gamma_1}{2\gamma_2 - \gamma_1} h_1$, 2) $l/L = \dfrac{1}{\dfrac{\gamma_2}{\gamma_1} - 1}$.

Задача 1-12. Покоящийся на неподвижном поршне и открытый сверху и снизу сосуд весом $G = 16$ *кГ* состоит из двух цилиндрических частей, внутренние диаметры которых равны $D = 0{,}5$ *м* и $d = 0{,}3$ *м*.

Определить, какой минимальный объем W воды должен быть налит в верхнюю часть сосуда, чтобы сосуд всплыл над поршнем.

Трением сосуда о поршень пренебречь.



К задаче 1-12.

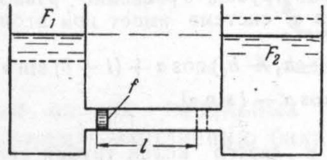
Ответ. $W = 9$ *л*.

Задача 1-13. Определить работу, затрачиваемую на перемещение поршня площадью f на расстояние l в трубопроводе, соединяющем два резервуара площадями F_1 и F_2, заполненные при начальном положении поршня до одной и той же высоты жидкостью удельного веса γ.

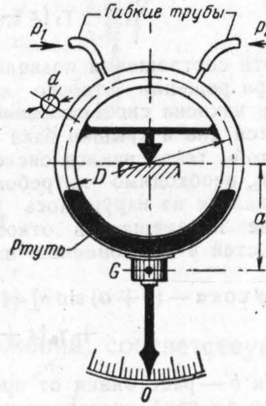
Трением поршня о стенки трубопровода пренебречь.

Ответ. $A = \frac{1}{2}\gamma f^2 l^2 \left(\frac{1}{F_1} + \frac{1}{F_2}\right)$.

Задача 1-14. Определить, на какой угол повернется кольцевой манометр, имеющий диаметр трубки $d = 20$ *мм*



К задаче 1-13.



К задаче 1-14.

и средний диаметр кольца $D = 200$ *мм*, если величины давления воздуха, подводимого к ветвям, равны $p_1 = 0{,}9$ *кГ/см²* и $p_2 = 0{,}8$ *кГ/см²*, вес груза $G = 525$ *Г* и его плечо относительно оси вращения $a = 120$ *мм*.

Указание. Рассмотреть условие равновесия моментов сил давления на внутреннюю поверхность кольцевой трубки и веса груза относительно оси вращения.

Ответ. $\alpha = 30°$.

К задаче 1-15.

Задача 1-15. Тонкостенный газгольдер, имеющий диаметр $D = 12{,}5$ *м* и вес $G = 45$ *т*, наполнен светильным газом.

Пренебрегая трением, определить вес грузов Q, необходимый для поддержания в газгольдере давления $p_и = 0{,}02$ *кГ/см²*, и образующуюся при этом разность h уровней воды в резервуаре и газгольдере.

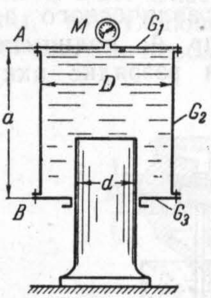
Ответ. $Q = 20{,}5$ *т*; $h = 0{,}2$ *м*.

Задача 1-16. Цилиндрический сосуд диаметром $D = 0{,}2$ *м* и высотой $a = 0{,}4$ *м*, заполненный водой, опирается на плунжер диаметром $d = 0{,}1$ *м*.

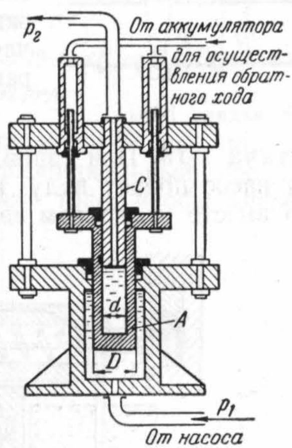
Определить показание манометра M и усилия в болтовых группах A и B, если вес верхней крышки сосуда равен $G_1 = 300$ *кГ*, вес цилиндрической части сосуда $G_2 = 150$ *кГ*, вес нижней крышки сосуда $G_3 = 120$ *кГ*. Каким может быть взят минимальный диаметр плунжера, если наибольшее допускаемое давление $M = 30$ *ат*?

Указание. Одним из возможных способов расчета давления M является рассмотрение условия равновесия сосуда под действием его собственного веса и приложенных к его внутренней поверхности сил избыточного давления жидкости, величины которых зависят от давления M.

Ответ. $M = 7{,}38$ *ати*; $P_A = 2\,020$ *кГ*; $P_B = 1\,870$ *кГ*; $d_{мин} = 0{,}05$ *м*.



К задаче 1-16.



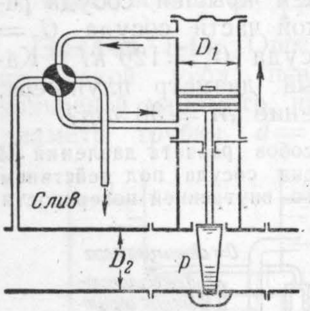
К задаче 1-17.

Задача 1-17. Гидравлический мультипликатор (повыситель давления) получает от насоса воду под давлением $p_1 = 5$ *ати*. Заполненный водой подвижный цилиндр A с внешним диаметром $D = 200$ *мм* скользит по неподвижной скалке C, имеющей диаметр $d = 50$ *мм*, создавая на выходе из повысителя давление p_2. Вес подвижного цилиндра $G = 200$ *кГ*.

Определить давление p_2, принимая силу трения в сальниках равной $10^0/_0$ от силы, развиваемой на цилиндре давлением p_1, и пренебрегая давлением в линии обратного хода.

Ответ. $p_2 = 61{,}8$ *ати.*

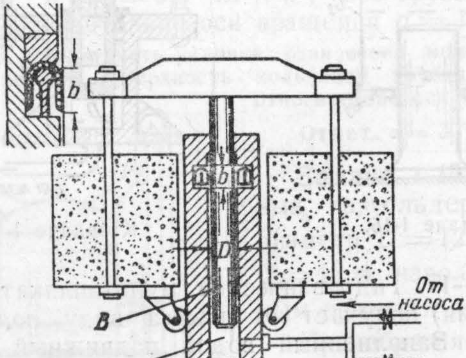
Задача 1-18. Определить диаметр D_1 гидравлического цилиндра, необходимый для подъема задвижки, установленной на трубопроводе с избыточным давлением $p = 10$ *ати*, если диаметр задвижки $D_2 = 1$ *м* и вес подвижных частей устройства $G = 200$ *кГ*. При расчете коэффициент трения задвижки в направляющих поверхностях принять равным $f = 0{,}3$, силу трения в цилиндре считать равной $5^0/_0$ от веса подвижных частей. Давление за задвижкой равно атмосферному.



К задаче 1-18.

Ответ. $D_1 = 55$ *см.*

Задача 1-19. При зарядке гидравлического аккумулятора насос подает воду в цилиндр A, поднимая плунжер B вместе с грузом вверх. При разрядке аккумуля-



К задаче 1-19.

тора плунжер, скользя вниз, выдавливает своим весом воду из цилиндра в гидравлические прессы.

Определить:

1) Давление воды при зарядке (развиваемое насосом) и при разрядке (получаемое прессами) аккумулятора, если вес плунжера вместе с грузом $G = 100$ *т* и диаметр плунжера $D = 400$ *мм*.

Плунжер уплотнен манжетой, высота которой $b = 40$ *мм* и коэффициент трения о плунжер $f = 0{,}1$.

2) Запас работы заряженного аккумулятора, если полная высота подъема плунжера $H = 2$ *м*.

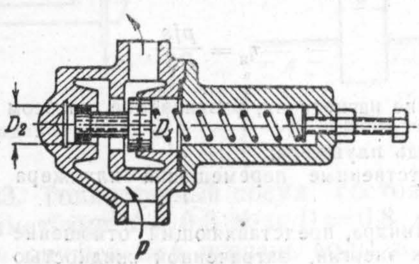
3) Коэффициент полезного действия аккумулятора.

Указание. Давление p воды в цилиндре аккумулятора считать одинаковым во всех точках. Величину T силы трения манжеты о плунжер подсчитывать как произведение прижимающей силы на коэффициент трения:

$$T = p\pi D b f.$$

Ответ. 1) $p_з = 82{,}9$ *кГ/см²*; $p_р = 76{,}6$ *кГ/см²*; 2) $A = 192$ *т·м*. 3) $\eta = 92{,}5\%$.

Задача 1-20. Определить предварительное поджатие x пружины, нагружающей дифференциальный предохранительный клапан, необходимое для того, чтобы клапан от-

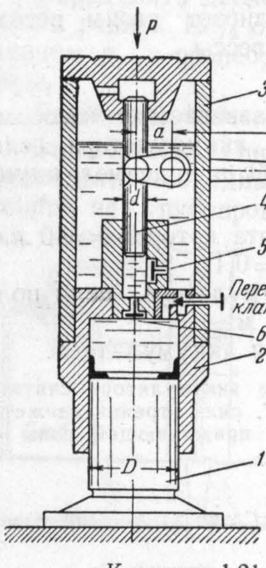


К задаче 1-20.

крывался при давлении $p = 30$ *кГ/см²*. Диаметры порш ней: $D_1 = 22$ *мм*; $D_2 = 20$ *мм*, а жесткость пружины $C = 0{,}8$ *кГ/мм*.

Ответ. $x = 25$ *мм*.

Задача 1-21. Гидравлический домкрат состоит из неподвижного поршня *1* и скользящего по нему цилиндра *2*,



К задаче 1-21.

на котором смонтированы корпус 3 (образующий масляную ванну домкрата) и плунжерный насос 4 ручного привода со всасывающим 5 и нагнетательным 6 клапанами.

Определить рабочее усилие R на рукоятке приводного рычага насоса, необходимое для поднятия груза $P=12$ *т*, если диаметр поршня домкрата $D=200$ *мм*, диаметр плунжера насоса $d=20$ *мм* и плечи приводного рычага $a=60$ *мм* и $b=700$ *мм*.

Принять к. п. д. насоса $\eta_н=0{,}65$ и к. п. д. цилиндра $\eta_ц=0{,}9$.

Указание. К. п. д. насоса домкрата, представляющий отношение гидравлической энергии, полученной жидкостью от насоса, к работе, затраченной на привод насоса, определяется соотношением

$$\eta_н=\frac{pfs}{RS},$$

где p — давление нагнетания, развиваемое насосом в цилиндре домкрата;
f — площадь плунжера;
s и S — соответственные перемещения плунжера и рукоятки рычага.

К. п. д. цилиндра, представляющий отношение полезной работы подъема груза к энергии, затраченной жидкостью на этот подъем, приводится к выражению

$$\eta_ц=\frac{P}{pF},$$

где F — площадь поршня (весом поднимаемых частей домкрата, весом масла и силой R пренебрегли).

Ответ. $R=17{,}6$ *кГ*.

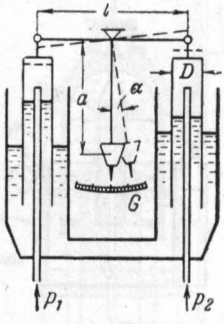
Задача 1-22. Для измерения малых перепадов давления применяется колокольный манометр, состоящий из двух тонкостенных колоколов диаметрами $D = 100$ *мм*, подвешенных на концах коромысла длиной $l = 260$ *мм*.

В центре коромысло имеет опорную призму и снабжено стержнем длиной $a = 400$ *мм* с грузом G на конце. Нижними концами цилиндры погружены в жидкость. Измеряемые давления подводятся во внутренние полости цилиндров.

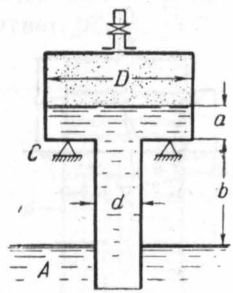
При равенстве давлений стержень занимает отвесное положение. Под действием перепада цилиндры перемещаются и стержень отклоняется.

Подобрать вес груза G таким образом, чтобы перепад величиной $\Delta p = 0{,}01$ *ат* отклонял стержень не более чем на $10°$.

Ответ. $G = 1{,}475$ *кГ*.



К задаче 1-22.



К задаче 1-23.

Задача 1-23. Тонкостенный сосуд, состоящий из двух цилиндров диаметрами $d = 0{,}3$ *м* и $D = 0{,}8$ *м*, нижним открытым концом опущен под уровень воды в резервуаре A и покоится на опорах C, расположенных на высоте $b = 1{,}5$ *м* над этим уровнем.

Определить величину силы, воспринимаемой опорами, если в сосуде создан вакуум, обусловивший поднятие воды в нем на высоту $a + b = 1{,}9$ *м*. Собственный вес сосуда $G = 100$ *кГ*.

Как влияет на результат изменение диаметра d?

Ответ. $R = 407$ *кГ*.

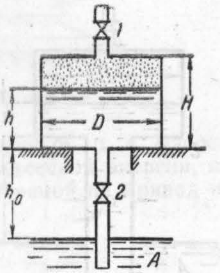
Задача 1-24. К дну замкнутого цилиндрического сосуда диаметром $D=2$ *м* и высотой $H=3$ *м* присоединена трубка, нижним открытым концом погруженная под уровень воды в открытом резервуаре A. Сосуд установлен на высоте $h_0=2$ *м* над уровнем воды в резервуаре и заполнен водой до высоты $h=2$ *м* через открытый кран *1* при закрытом кране *2* (давление над водой равно атмосферному, $p_{ат}=1$ *кГ/см*²). При открытии крана *2* и одновременном закрытии крана *1* часть воды сливается из сосуда в резервуар A.

Определить:

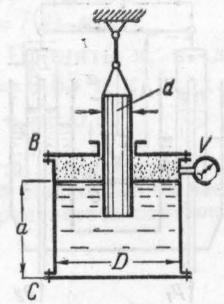
1) Давление воздуха, которое установится при этом в сосуде.

2) Объем воды, вытекшей из сосуда.

Ответ. 1) $p=0,347$ *атв*; 2) $W=1,66$ *м*³.



К задаче 1-24.



К задаче 1-25.

Задача 1-25. Цилиндрический сосуд, имеющий диаметр $D=0,4$ *м* и наполненный водой до высоты $a=0,3$ *м*, висит без трения на плунжере диаметром $d=0,2$ *м*.

Определить:

1) Вакуум V, обеспечивающий равновесие сосуда, если его собственный вес $G=50$ *кГ*. Как влияют на полученный результат величина диаметра плунжера и глубина его погружения в жидкость?

2) Силы давления, действующие на крышки B и C сосуда.

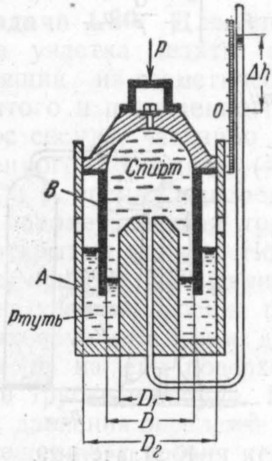
См. указание к задаче 1-16.

Ответ. 1) $V=0,279$ *атв*; 2) $P_B=262$ *кГ*; $P_C=312$ *кГ*.

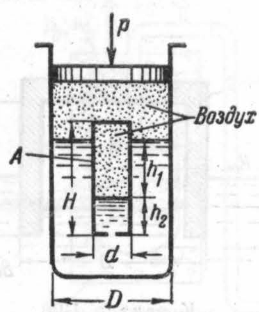
Задача 1-26. Для измерения малых сил используется жидкостный динамометр, состоящий из цилиндра A, наполненного до некоторого уровня ртутью, и погруженного в ртуть тонкостенного поршня B. Пространство под поршнем заполнено спиртом ($\delta = 0{,}8$) и соединено со стеклянной трубкой пьезометра. Нагружение поршня силой P сопровождается увеличением давления под ним и подъемом уровня спирта в пьезометре, характеризующим величину измеряемой силы.

Определить силу P, если под ее действием уровень в пьезометре поднялся на высоту $\Delta h = 0{,}25$ *м* от начального положения 0. Диаметр поршня $D = 0{,}2$ *м*, диаметры цилиндра $D_1 = 0{,}1$ *м* и $D_2 = 0{,}21$ *м*. Трением поршня о стенки цилиндра и влиянием подъема уровня спирта в пьезометре на объем спирта под поршнем пренебречь.

Ответ. $P = 6{,}3$ *кГ*.



К задаче 1-26.



К задаче 1-27.

Задача 1-27. Тонкостенный сосуд A высотой $H = 60$ *мм* и диаметром $d = 24$ *мм* с отверстием внизу плавает в воде, содержащейся в цилиндре диаметром $D = 72$ *мм*.

Определить:

1) Вес сосуда A, если давление на поверхности воды в цилиндре атмосферное, а разность уровней воды в сосуде и цилиндре $h_1 = 34$ *мм*.

2) Силу P, которой нужно нагрузить поршень, чтобы

сосуд A погрузился на дно цилиндра, если первоначальное заполнение сосуда водой $h_2 = 10$ *мм*.

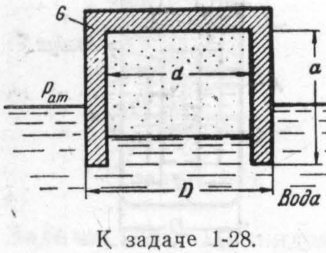
Ответ. 1) $G = 15{,}4$ *Г*; 2) $P = 19{,}2$ *кГ*.

Задача 1-28. Определить, какое избыточное давление воздуха установится в плавающем толстостенном колоколе диаметрами $D = 1$ *м* и $d = 0{,}6$ *м*, высотой $a = 1{,}4$ *м* и весом $G = 1$ *т* при давлении атмосферного воздуха, равном $p_{ат} = 1$ *кГ/см²*.

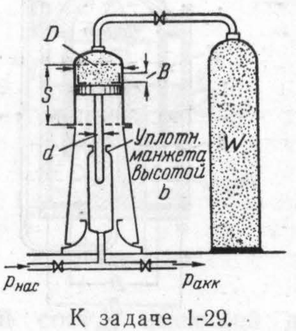
Процесс сжатия воздуха в колоколе считать изотермическим.

Ответ.
$$p = \frac{1}{2}\left[\frac{G}{F} - \frac{F-f}{F}a\gamma - p_{ат}\right] + \sqrt{\frac{1}{4}\left[\frac{G}{F} - \frac{F-f}{F}a\gamma - p_{ат}\right]^2 + \frac{G}{F}p_{ат}},$$

где $F = \frac{\pi D^2}{4}$; $f = \frac{\pi d^2}{4}$; $p = 0{,}118$ *ати*.



К задаче 1-28.



К задаче 1-29.

Задача 1-29. Зарядка пневматического аккумулятора (повышение давления воздуха в нем) производится при перемещении в цилиндре аккумулятора поршня из нижнего его положения в верхнее. Перемещение поршня осуществляется силой, действующей на торец штока поршня со стороны воды, нагнетаемой под шток насосом аккумулятора.

Определить:

1) Давление воздуха при верхнем и нижнем положениях поршня, если пневматический аккумулятор имеет

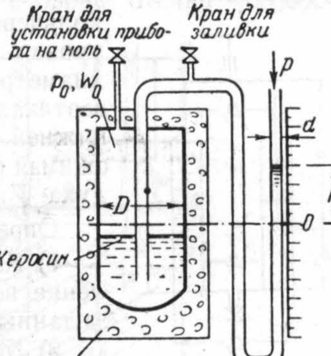
размеры по эскизу: диаметры $d=135$ *мм* и $D=600$ *мм*; ход $S=1\,400$ *мм*; манжеты $b=20$ *мм* и $B=25$ *мм*; $W=1{,}5$ *м*^{3}. Максимальное давление, развиваемое насосами при зарядке аккумулятора, $p_{\text{нас}}=300$ *кГ/см*^{2}. Коэффициент трения в манжетах $f=0{,}1$.

2) Максимальное и минимальное давления воды, развиваемые аккумулятором $+(p_{\text{акк}})$.

При расчетах полагать движение поршня равномерным и процесс сжатия воздуха в аккумуляторе изотермическим.

Ответ. 1) $p_{\text{возд}}=14$ *ати* и $10{,}85$ *ати*. 2) $p_{\text{воды}}=257$ *ати* и 200 *ати*.

Задача 1-30. Для определения перепада давления по длине участка шахты применяется прибор (деприметр), состоящий из герметически закрытого и помещенного в термос сосуда, частично заполненного керосином ($\delta=0{,}8$). К сосуду присоединена манометрическая трубка с открытым концом. Ноль шкалы прибора устанавливается на уровне керосина при одинаковом начальном давлении p_0 на его поверхностях в трубке и сосуде. Перепад давления определяется по смещению h уровня керосина в трубке при переносе прибора в новое место.



К задаче 1-30.

Определить:

1) Зависимость между измеряемым перепадом давлений $\Delta p=p_0-p$ и показанием прибора h;

2) Δp при $h=100$ *мм*, если диаметры сосуда и трубки $D=50$ *мм* и $d=5$ *мм*, начальный объем воздуха в сосуде $W_0=250$ *см*^{3} и начальное давление $p_0=1$ *кГ/см*^{2}.

Указание. Учитывать происходящее по изотермическому закону изменение давления воздуха в сосуде при изменении уровня керосина в трубке.

Ответ.

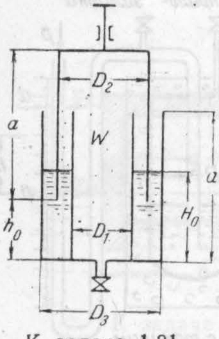
1) $\Delta p = \gamma h \left[1 + \frac{d^2}{D^2} + \frac{\frac{\pi d^2}{4} p_0}{\gamma \left(W_0 + \frac{\pi d^2}{4} h \right)} \right]$.

Поскольку обычно в деприметрах $\frac{\pi d^2}{4} h \ll W_0$, искомая зависимость практически линейна:

$$\Delta p \approx \gamma h \left[1 + \frac{d^2}{D^2} + \frac{\frac{\pi d^2}{4} p_0}{\gamma W_0} \right].$$

2) $\Delta p = 160$ $кГ/м^2$.

Задача 1-31. Прессовый прибор для создания малых избыточных давлений воздуха состоит из трех тонкостенных цилиндров одинаковой высоты $a = 250$ *мм*. Цилиндры диаметрами $D_1 = 100$ *мм* и $D_3 = 200$ *мм* неподвижны; кольцевое пространство между ними до уровня H_0 заполнено водой. Цилиндр диаметром $D_2 = 150$ *мм*, перемещаясь по вертикали с помощью винта, опускается нижней кромкой под уровень воды и, сжимая отсеченный в приборе объем воздуха W, повышает его давление.



К задаче 1-31.

Определить:

1) Какое наибольшее избыточное давление воздуха можно создать в приборе заданных размеров?

2) Каковы должны быть начальный уровень H_0 воды и начальное положение h_0 верхнего цилиндра (соответствующее атмосферному давлению в объеме W), чтобы указанное наибольшее давление достигалось при работе прибора.

Сжатие воздуха считать изотермическим.

Указание. Наибольшее избыточное давление, создаваемое прибором, отвечает крайнему нижнему положению подвижного цилиндра при условии, что вся вода выжата давлением из-под цилиндра в кольцевое пространство $D_3 - D_2$ и заполняет это пространство на высоту a.

Ответ.

1) $p_{и.макс} = \gamma a = 250$ $кГ/м^2$.

$$2)\ H_0 = a\frac{D_3^2 - D_2^2}{D_3^2 - D_1^2} = 146\ мм.$$

$$h_0 = a\left[\frac{\gamma a}{p_{ат}} + \frac{(D_3^2 - D_2^2)(D_2^2 - D_1^2)}{D_2^2(D_3^2 - D_1^2)}\right],$$

при $p_{ат} = 1\ кГ/см^2$; $h_0 = 87\ мм$.

Глава вторая

СИЛЫ ДАВЛЕНИЯ ПОКОЯЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ НА ПЛОСКИЕ СТЕНКИ

ВВЕДЕНИЕ

Если плоская стенка подвергается одностороннему давлению жидкости (на несмоченной стороне стенки — атмос-

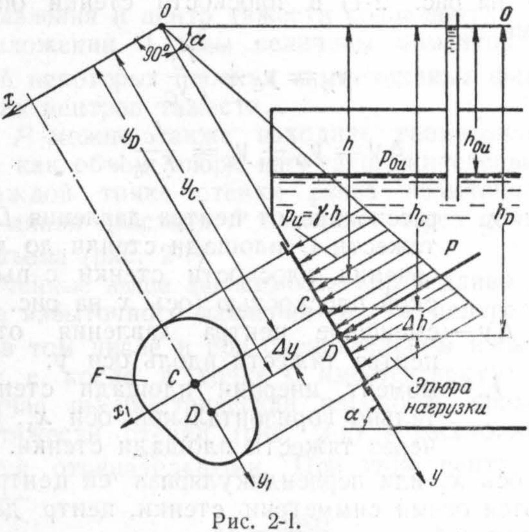


Рис. 2-1.

ферное давление), то результирующая P сил давления, воспринимаемая стенкой и нормальная к ней (рис. 2-1), равна:

$$P = p_{Cи}F = \gamma h_C F, \tag{2-1}$$

где F — смоченная площадь стенки;

$p_{Cи}$ — избыточное давление в центре тяжести площади F;

h_C — расстояние по вертикали от центра тяжести площади F до пьезометрической плоскости 0—0; при избыточном давлении $p_{0и}$ на свободной поверхности эта плоскость проходит над свободной поверхностью жидкости на расстоянии $h_{0и}=\frac{p_{0и}}{\gamma}$, при вакууме $p_{0в}$ — под свободной поверхностью на расстоянии $h_{0в}=\frac{p_{0в}}{\gamma}$.

Если $p_{0и}=0$, то пьезометрическая плоскость совпадает со свободной поверхностью и нагрузка на стенку создается только весовым давлением жидкости.

Центр давления — точка пересечения линии действия силы P с плоскостью стенки. Положение центра давления (точка D на рис. 2-1) в плоскости стенки определяется формулами

$$y_D=y_C+\frac{I_C}{Fy_C}; \tag{2-2}$$

$$\Delta y=y_D-y_C=\frac{I_C}{Fy_C}, \tag{2-2'}$$

где y_D и y_C — расстояния от центра давления D и центра тяжести C площади стенки до линии пересечения плоскости стенки с пьезометрической плоскостью (ось x на рис. 2-1);

Δy — смещение центра давления относительно центра тяжести вдоль оси y;

I_C — момент инерции площади стенки относительно горизонтальной оси x_1, проходящей через тяжести площади стенки.

Если ось x_1 или перпендикулярная ей центральная ось y_1 являются осями симметрии стенки, центр давления лежит на оси y_1*.

* Если оси x_1 и y_1 не являются осями симметрии, необходимо определить, кроме смещения Δy, также и смещение Δx центра давления относительно центра тяжести площади стенки вдоль оси x_1.

Формулу (2-2) можно привести к виду:

$$h_D = h_C + \frac{I_C}{F h_C} \sin^2 \alpha, \tag{2-3}$$

где h_D и h_C — вертикальные расстояния от центра давления D и центра тяжести C площади стенки до пьезометрической плоскости;

α — угол наклона стенки к горизонту.

Для вертикальной стенки ($\alpha = 90°$)

$$h_D = h_C + \frac{I_C}{F \cdot h_C} \tag{2-4}$$

и смещение центра давления

$$\Delta h = h_D - h_C = \frac{I_C}{F \cdot h_C}. \tag{2-4'}$$

Для горизонтальной стенки ($\alpha = 0$) имеем $h_D = hc$ (центр давления и центр тяжести совпадают).

В приложении 1 даны величины моментов инерции I_C площадей некоторых плоских симметричных фигур и координаты их центров тяжести.

Силу P можно также находить геометрически, определяя ее как объем эпюры нагрузки, интенсивность которой в каждой точке стенки равна избыточному давлению $p_и$; линия действия P проходит через центр тяжести этого объема (рис. 2-1).

Полученные выше зависимости справедливы при любой величине избыточного давления $p_{Cи}$ в центре тяжести C стенки, в том числе и при отрицательном избыточном давлении, т. е. когда в точке C имеется вакуум. В последнем случае пьезометрическая плоскость проходит ниже центра тяжести стенки (рис. 2-2) и расстояния y_C и h_C становятся отрицательными. При этом центр давления D

$$\Delta x = \frac{I_{x_1 y_1}}{F y_C},$$

где $I_{x_1 y_1}$ — центробежный момент инерции площади стенки относительно осей x_1, y_1, лежащих в ее плоскости и проходящих через ее центр тяжести.

расположен выше центра тяжести ($\Delta y < 0$) и результирующая сила, воспринимаемая стенкой, направлена внутрь жидкости.

Заметим, что одностороннее давление жидкости на стенку можно привести, как это следует из формул (2-1) и (2-2'), к силе P, проходящей через центр тяжести стенки, и к паре, момент которой M не зависит от величины $p_{Си}$ и равен для симметричной стенки

$$M = P\Delta y = \gamma \cdot I_C \sin\alpha. \qquad (2\text{-}5)$$

В случае, когда пьезометрическая плоскость проходит в пределах стенки, эпюра нагрузки меняет знак по ее высоте; на рис. 2-3 изображены эпюры нагрузки и сила давления на стенку для трех характерных положений пьезометрической плоскости 0-0, пересекающей стенку. Если

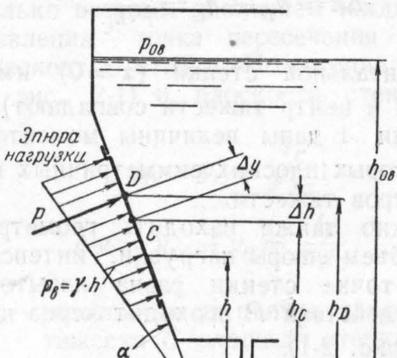


Рис. 2-2.

$p_{Си} = 0$, то пьезометрическая плоскость проходит через центр тяжести стенки; при этом участки эпюры с избыточным давлением $p_и$ и вакуумом $p_в$ приводятся к двум равным и противоположно направленным силам давления P_1 и P_2, результирующая которых $P = P_1 - P_2 = 0$, и воздействие на стенку сводится только к результирующей паре, момент которой определяется формулой (2-5).

Если на несмоченной стороне стенки давление газа не равно атмосферному, то все приведенные выше результаты сохраняют силу, если избыточное давление в жидкости $p_и$ определять как превышение давления жидкости над давлением газа,

$$p_и = p_а - p_г, \tag{2-6}$$

где $p_а$ — абсолютное давление жидкости в точках смоченной стороны стенки и

$p_г$ — абсолютное давление газа на ее несмоченной стороне.

При двустороннем воздействии жидкостей на плоскую стенку следует сначала определить силы давления на каждую сторону стенки, а затем найти их результирующую по правилам сложения параллельных сил. Если удельные

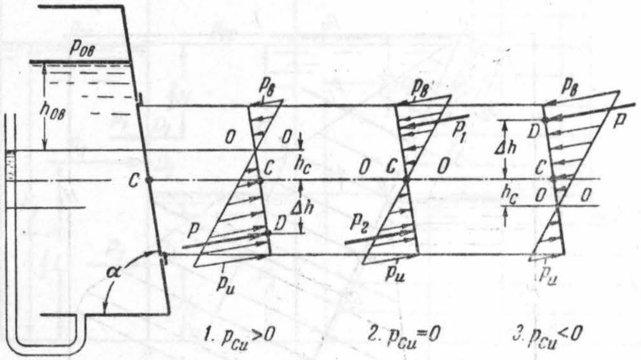


Рис. 2-3.

веса жидкостей одинаковы, то в некоторых случаях результирующую силу давления на стенку удобно определять по суммарной эпюре нагрузки, интенсивность которой равна разности давлений, действующих по обе стороны стенки, в каждой точке ее поверхности.

На рис. 2-4 показано определение силы давления с помощью такой эпюры в случае двустороннего воздействия жидкости удельного веса γ на стенку при различных высотах уровней H_1 и H_2 по обе стороны стенки и одинаковом давлении на свободных поверхностях I и II.

Для верхнего участка стенки ab, подверженного одностороннему давлению жидкости (эпюра нагрузки представляет в плоскости чертежа треугольник abe), сила давления P_1 определяется по формуле (2-1):

$$P_1 = \gamma \cdot h_{C1} \cdot F_1,$$

где h_{C1} — расстояние центра тяжести C_1 верхнего участка стенки до свободной поверхности I;

F_1 — площадь этого участка.

Координата y_{D1} центра давления участка ab вычисляется по формуле (2-2).

Из рассмотрения эпюр весового давления на каждой стороне стенки (треугольники с основаниями $\gamma \cdot H_1$ и $\gamma \cdot H_2$)

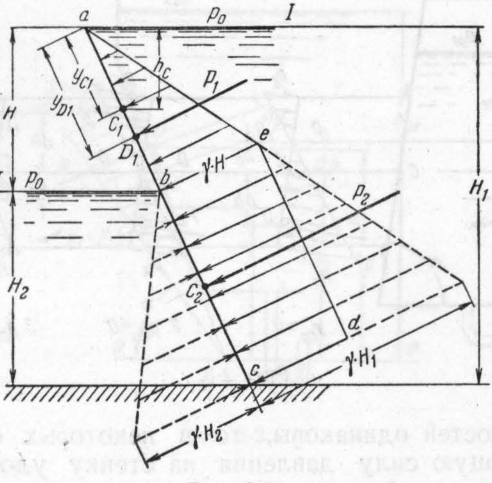


Рис. 2-4.

следует, что разность давлений по обе стороны стенки на нижнем участке bc постоянна во всех его точках и равна $\gamma \cdot H$ ($H = H_1 - H_2$ — разность уровней жидкости); суммарная эпюра нагрузки для этого участка имеет постоянную высоту и представляет в плоскости чертежа прямоугольник $bcde$.

Следовательно, сила давления P_2, воспринимаемая нижним участком, равна:

$$P_2 = \gamma \cdot HF_2, \tag{2-7}$$

где F_2 — площадь нижнего участка.

Сила P_2 проходит через центр тяжести C_2 площади F_2.

Результирующая сила равна $P = P_1 + P_2$, линия ее действия делит отрезок между точками D_1 и C_2 на части, обратно пропорциональные силам P_1 и P_2.

Пример (рис. 2-5). Определить силу давления на вертикальную прямоугольную перегородку ab замкнутого ре-

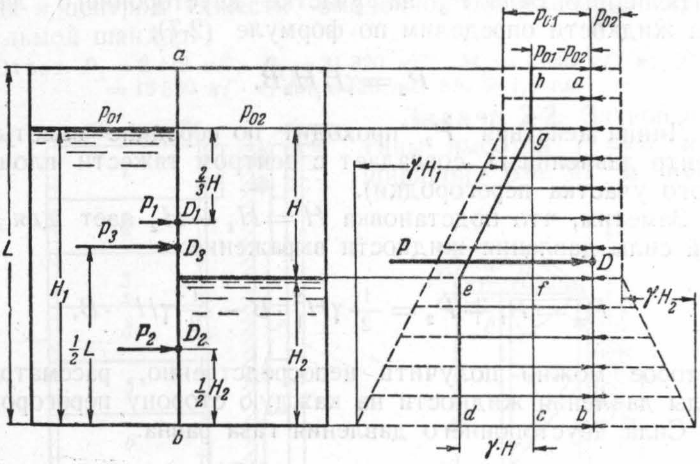


Рис. 2-5.

зервуара высотой L и шириной B, по обе стороны которой имеются различные уровни одной и той же жидкости $(H_1 > H_2)$ и различные давления газа $(p_{01} > p_{02})$. Построить эпюру суммарной нагрузки по высоте перегородки.

Искомую силу найдем, рассматривая ее как сумму сил двустороннего весового давления жидкости и двустороннего давления газа.

Давление жидкости на перегородку приведем к двум силам P_1 и P_2. Величину силы P_1 на участке одностороннего давления определим по формуле (2-1), в которой $h_C = \frac{H}{2}$ и $F = BH$:

$$P_1 = \frac{1}{2}\gamma H^2 B.$$

Координата центра давления D_1 дается формулой (2-4), в которой $I_C = \frac{BH^3}{12}$:

$$h_{D1} = \frac{H}{2} + \frac{BH^3}{12BH\frac{H}{2}} = \frac{2}{3}H.$$

Величину силы P_2 на участке двустороннего давления жидкости определим по формуле (2-7);

$$P_2 = \gamma H H_2 B.$$

Линия действия P_2 проходит по середине высоты H_2 (центр давления D_2 совпадает с центром тяжести площади этого участка перегородки).

Заметим, что подстановка $H = H_1 - H_2$ дает для полной силы давления жидкости выражение:

$$P_ж = P_1 + P_2 = \frac{1}{2}\gamma H_1^2 \cdot B - \frac{1}{2}\gamma H_2^2 \cdot B,$$

которое можно получить непосредственно, рассматривая силы давления жидкости на каждую сторону перегородки.

Сила двустороннего давления газа равна:

$$P_3 = (p_{01} - p_{02}) BL$$

и результирующая сила, воспринимаемая стенкой:

$$P = P_1 + P_2 + P_3.$$

Из эпюр давления на каждую сторону перегородки, показанных на рис. 2-5 пунктиром, можно получить путем построения их разности суммарную эпюру нагрузки (изображена сплошными линиями).

Треугольная площадка efg этой эпюры соответствует силе P_1, прямоугольник $cdef$ — силе P_2 и прямоугольник $abch$ — силе P_3.

ЗАДАЧИ

Задача 2-1. В плотине сделан прямоугольный проем размером $H \times C$, через который вода поступает к турбине.

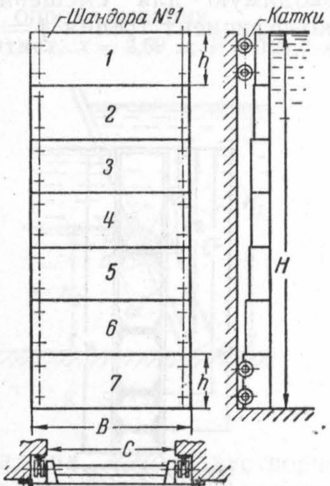
При ремонте турбины этот проем закладывается семью специальными балками-шандорами. Размер каждой шандоры $h \times B = 1{,}2 \times 3{,}4$ *м*². Все шандоры имеют по две пары катков.

1) Определить силы давления воды P_1 и P_7 на первую и седьмую шандоры и величины максимальных изгибающих моментов M_1 и M_7 для этих шандор, считая катки расположенными на концах шандор;

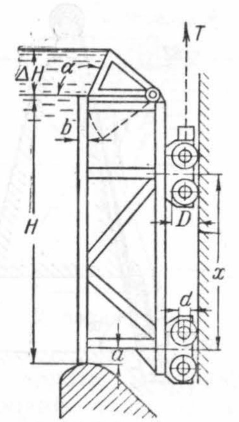
2) Найти расстояния Δh_1 и Δh_7 между центром давления и центром тяжести смоченной поверхности первой и седьмой шандор.

Ответ. $P_1 = 2\,448$ *кГ*; $P_7 = 31\,820$ *кГ*; $M_1 = 1\,040$ *кГ·м*; $M_7 = 13\,530$ *кГ·м*; $\Delta h_1 = 20$ *см*; $\Delta h_7 = 1{,}5$ *см*.

Задача 2-2. Затвор плотины высотой $H = 6$ *м* и шириной $B = 30$ *м* имеет



К задаче 2-1.



К задаче 2-2.

поворотный сегментный клапан, который может увеличивать высоту подпора воды еще на $\Delta H = 1{,}5$ *м*.

Определить:

1) Горизонтальную силу давления воды на обшивку затвора при опущенном (P_1) и поднятом (P_2) клапане.

2) Расстояние x между катковыми тележками, при котором нагрузки на тележки будут одинаковыми, когда сегментный клапан опущен (размер $a = 0{,}2$ *м*).

3) Какое необходимо усилие, чтобы стронуть затвор с поднятым клапаном?

Собственный вес затвора $G = 150$ *т*; внешний диаметр катков $D = 0{,}6$ *м*; коэффициент трения качения $k = 0{,}01$ *см*; диаметр цапф $d = 0{,}3$ *м*; коэффициент трения скольжения в цапфах $f = 0{,}15$; $b = 0{,}1$ *м*; угол $\alpha = 120°$.

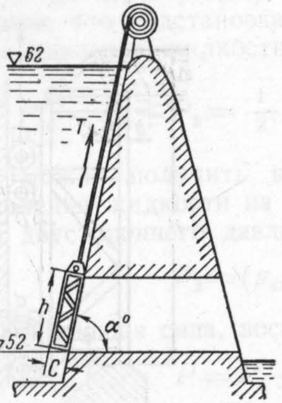
Ответ. $P_1 = 540$ *т*; $P_2 = 844$ *т*; $x = 3{,}6$ *м*; $T = 237{,}6$ *т*.

Задача 2-3. Плоский затвор, закрывающий выпускное отверстие в плотине, может перемещаться по ее стенке, наклоненной к горизонту под углом $\alpha = 70°$.

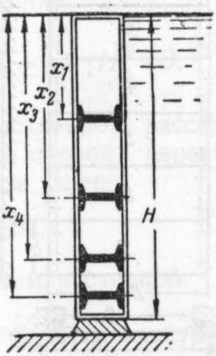
Размеры затвора: высота $h = 1{,}8$ *м*; ширина $b = 2{,}4$ *м*; толщина $c = 0{,}4$ *м*; собственный вес затвора $G = 2$ *т*.

Определить силу T, необходимую для смещения закрытого затвора вверх, если коэффициент трения $f = 0{,}35$.

Ответ. $T = 14{,}2$ *т*.



К задаче 2-3.



К задаче 2-4.

Задача 2-4. Сила давления воды через обшивку прямоугольного щита высотой $H = 4$ *м* и шириной $B = 6$ *м* передается на четыре горизонтальные балки. На каких расстояниях x от свободной поверхности следует их расположить, чтобы они были нагружены одинаково?

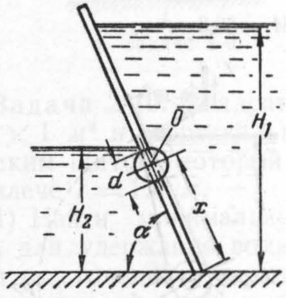
Найти силу давления воды P на весь щит и максимальный изгибающий момент M на балках, считая их свободно опертыми на концах.

Ответ. $x_1 = 1{,}33$ *м*; $x_2 = 2{,}44$ *м*; $x_3 = 3{,}16$ *м*; $x_4 = 3{,}74$ *м*; $P = 48$ *т*; $M = 9$ *т·м*.

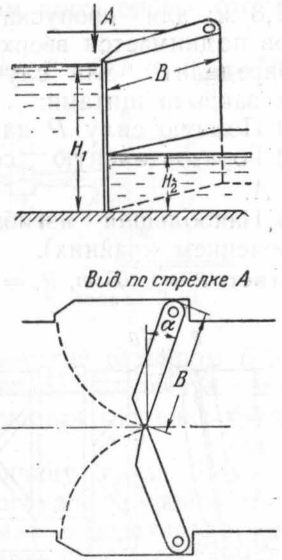
Задача 2-5. Щитовой затвор должен автоматически опрокидываться для пропуска воды при уровне последней $H_1 \geqslant 6$ *м*. Щит поворачивается на цапфах O диаметром $d = 0{,}4$ *м*, имеющих коэффициент трения $f = 0{,}2$. Ширина щита $B = 8$ *м*, его угол наклона $\alpha = 60°$.

Найти, на каком расстоянии x должна быть расположена ось поворота щита, если под щитом имеется постоянный уровень воды $H_2 = 3$ *м*, и определить силу P, воспринимаемую его опорами в момент опрокидывания.

Ответ. $x = 2{,}69$ *м*; $P = 124{,}7$ *т*.



К задаче 2-5.



К задаче 2-6.

Задача 2-6. Двустворчатые ворота отгораживают шлюзовую камеру от канала с низовой стороны шлюза. При заполненном шлюзе вода по обе стороны ворот находится на уровнях $H_1 = 18$ *м* и $H_2 = 6$ *м*.

Найти равнодействующую P сил давления воды на каждую из створок ворот. На какой высоте x от дна проходит линия действия силы P?

Начертить эпюру нагрузки от воздействия воды на поверхность ворот. Определить силу P_0, воспринимаемую опорами, расположенными на оси вращения каждой из створок.

При решении поверхность створки ворот считать плоской, шириной $B=16$ *м*; угол $\alpha=20°$.

Ответ. $P = 2\,300$ *т*; $x = 6{,}5$ *м*; $P_0 = 2\,130$ *т*.

Задача 2-7. Стоечно-плоский затвор размером $9{,}3 \times \times 31$ *м*^{2} состоит из попарно соединенных стоек B, вращающихся вокруг оси O.

Пространство между стойками при опущенном их положении закрывается набором плоских щитов шириной $a=1{,}8$ *м*; для пропуска воды необходимое количество щитов поднимается вверх по стойкам.

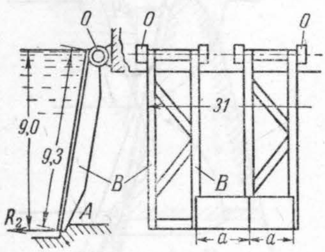
Определить для случая, когда вся поверхность затвора закрыта щитами:

1) Полную силу P давления воды на затвор.

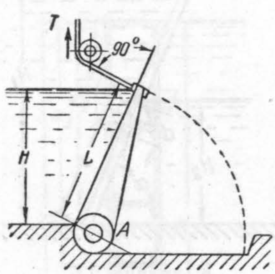
2) Горизонтальную составляющую $R_г$ реакции порога A.

3) Наибольший изгибающий момент M стоек B (за исключением крайних).

Ответ. $P = 1\,300$ *т*; $R_г = 839$ *т*; $M = 89{,}8$ *т·м*,



К задаче 2-7.



К задаче 2-8.

Задача 2-8. Клапанный затвор, имеющий плоскую поверхность размером $L \times B = 2{,}5 \times 10$ *м*^{2}, создает подпор воды $H=2{,}3$ *м*.

Определить:

1) Суммарную силу натяжения тросов T, удерживающих затвор в заданном положении.

2) Наибольший изгибающий момент M на затворе.

3) Силу R_A, воспринимаемую цапфами A.

Ответ. $T = 9{,}58$ *т*; $M = 9{,}22$ *т·м*; $R_A = 19{,}17$ *т*.

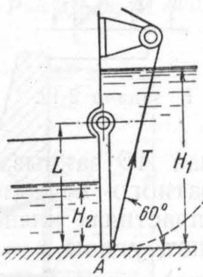
Задача 2-9. Прямоугольный поворотный щит размером $L \times B = 3 \times 4$ *м*² закрывает выпускное отверстие плотины. Справа от щита уровень воды $H_1 = 5$ *м*, а слева $H_2 = 2$ *м*.

Определить:

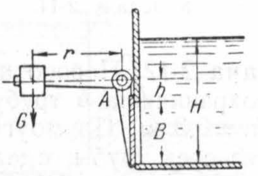
1) Начальную силу T натяжения тросов, необходимую для открытия щита.

2) С какой силой P_A щит прижимается к порогу A в закрытом положении, если принять, что по боковым сторонам щита опоры отсутствуют?

Ответ. $T = 35{,}5$ *т*; $P_A = 17{,}8$ *т*,



К задаче 2-9.



К задаче 2-10.

Задача 2-10. Квадратное отверстие размером $B \times B = 1 \times 1$ *м*² в вертикальной стенке резервуара закрыто плоским щитом, который прижимается к стенке грузом G на плече $r = 1{,}5$ *м*.

1) Найти минимальную величину груза G, достаточную для удержания воды в резервуаре на уровне $H = 2$ *м*, если расстояние от верхней кромки отверстия до оси вращения щита $h = 0{,}3$ *м*. Определить при этом реакцию R цапф A щита.

2) Определить, какой наименьший вакуум $p_в$ над водой в резервуаре будет удерживать щит без груза?

Ответ. $G = 856$ *кГ*, $R = 1\,725$ *кГ*, $p_в = 0{,}16$ *ат*.

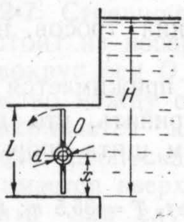
Задача 2-11. Прямоугольный поворотный затвор размером $L \times B = 2 \times 3$ *м*² перекрывает выход воды из резервуара, уровень в котором равен $H = 4$ *м*.

Определить:

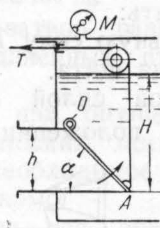
1) На каком расстоянии x от нижней кромки затвора следует расположить его ось поворота, чтобы для открытия затвора нужно было преодолевать только момент трения в цапфах O.

2) Величину моменга трения $M_{тр}$, если диаметр цапф $d = 150$ *мм*, а коэффициент трения $f = 0{,}2$.

Ответ. $x = 0{,}889$ *м*; $M_{тр} = 270$ *кГ·м*.



К задаче 2-11.



К задаче 2-12.

Задача 2-12. Поворотный клапан AO закрывает выход из бензохранилища в трубу квадратного сечения со стороной $h = 0{,}3$ *м*. Прямоугольная пластина клапана опирается на срез трубы, сделанный под углом $\alpha = 45°$.

Определить (без учета трения) силу T натяжения троса, необходимую для открытия клапана, если уровень бензина $H = 0{,}85$ *м*, а давление паров бензина равно по манометру $M = 0{,}05$ *кГ/см²*. Удельный вес бензина $\gamma = 700$ *кГ/м*.

Ответ. $T = 92{,}5$ *кг*.

Задача 2-13. Заглушка A прижата к торцу горизонтального цилиндрического резервуара (диаметром $D = 1{,}2$ *м*) при помощи домкрата B, установленного в ее центре. Резервуар наполовину заполнен водой.

К задаче 2-13.

Определить:

1) Наименьшую силу P нажатия домкрата, необходимую для удержания заглушки.

2) Положение домкрата x, при котором необходимая сила нажатия будет минимальной, а также величину этой силы (P_x).

3) При каком вакууме V над водой в резервуаре заглушка могла бы удержаться без домкрата.

Ответ. $P = 229$ *кГ*; $x = 0{,}354$ *м*; $P_x = 144$ *кГ*; $V = 202$ *кГ/м²*

Задача 2-14. Угловой поворотный затвор перекрывает боковое отверстие A резервуара.

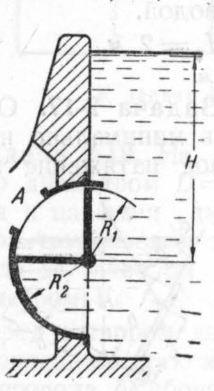
Прямоугольные крылья затвора имеют радиальную длину $R_1 = R_2 = 1$ *м* и ширину $B = 1$ *м*.

Определить:

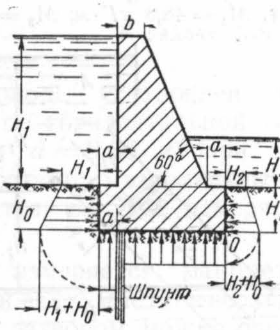
1) Полную силу P давления воды на затвор и момент M этой силы относительно оси затвора, расположенной на глубине $H = 2{,}5$ *м* под свободной поверхностью.

2) При какой длине R_2 горизонтального крыла гидравлический момент на затворе станет равным нулю.

Ответ. $P = 3{,}2$ *т*; $M = 0{,}333$ *т·м*; $R_2 = 0{,}856$ *м*.



К задаче 2-14.



К задаче 2-15.

Задача 2-15. Бетонная плотина имеет следующие размеры: $H_1 = 12$ *м*, $H_0 = 3$ *м*, $a = 1$ *м*, $b = 2$ *м*; уровень воды с низовой стороны $H_2 = 3$ *м*. Так как грунт под плотиной водопроницаем, в него для предотвращения перетока воды забит шпунт.

Проверить устойчивость плотины, найдя суммарный опрокидывающий $M_о$ и восстанавливающий $M_в$ моменты относительно точки O с учетом давления воды на подгрунтовую часть плотины (см. эпюру на эскизе).

Все расчеты проводить на единицу длины плотины.

Восстанавливающий момент от силы веса плотины в расчете на 1 *м* ее длины равен $M_G = 1\,350$ *т·м/м*.

Ответ. $M_O = 1\,014$ *т·м*; $M_в = 1\,517$ *т·м*.

Задача 2-16. Дисковый затвор диаметром $D=1$ *м*, установленный в трубе под углом $\alpha=45°$ к горизонту, закрывает выход воды из резервуара A в резервуар B.

Определить величину внешнего начального момента M, необходимого для открытия затвора против часовой стрелки, с учетом момента трения в цапфах затвора диаметром $d=0{,}15$ *м*, если коэффициент трения $f=0{,}2$.

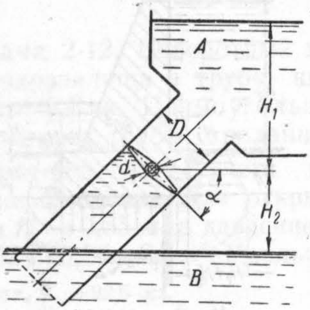
Задачу решить для двух случаев:

1) в трубе за затвором воздух под атмосферным давлением;

2) труба за затвором заполнена водой.

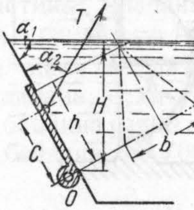
Высоты уровней: $H_1=1{,}2$ *м* и $H_2=2$ *м*.

Ответ. $M_1=48{,}8$ *кГ·м*; $M_2=37{,}7$ *кГ·м*.



К задаче 2-16.

Задача 2-17. Определить минимально необходимое натяжение каната



К задаче 2-17.

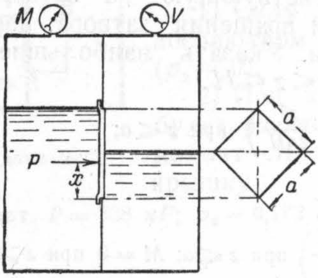
и силу реакции R_0 на оси поворота O щита, закрывающего треугольное отверстие в плоской стенке, если заданы линейные размеры $H=3$ *м*, $h=2$ *м*; $b=1{,}6$ *м*; $c=1{,}8$ *м* и углы $\alpha_1=\alpha_2=60°$.

Ответ. $T=1{,}46$ *т*; $R_0=2{,}71$ *т*.

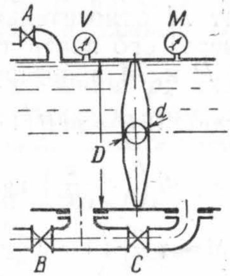
Задача 2-18. Замкнутый резервуар с нефтью ($\gamma=900$ *кГ/м³*) разделен на две части плоской перегородкой, имеющей квадратное отверстие со стороной $a=1$ *м*. Давление над нефтью в левой части резервуара определяется показанием манометра $M=0{,}15$ *кГ/см²*, а в правой—показанием вакуумметра $V=0{,}1$ *кГ/м²*. Уровни нефти указаны на эскизе.

Найти величину P и плечо x результирующей силы давления на крышку, закрывающую отверстие в перегородке.

Ответ. $P = 3{,}03$ *т*; $x = 0{,}7$ *м*.



К задаче 2-18.



К задаче 2-19.

Задача 2-19. На трубопроводе установлен дисковый затвор диаметром $D = 5{,}3$ *м* с горизонтальной осью поворота и цапфами диаметром $d = 0{,}65$ *м*. При закрытии затвора трубопровод за ним остается заполненным водой, и тогда за затвором образуется вакуум, измеряемый вакуумметром V.

Перед затвором давление измеряется манометром M, установленным (так же, как и вакуумметр) в верхней точке трубопровода. Трубопровод за затвором можно опорожнить открытием вентиля B при одновременном впуске воздуха через трубу A и закрытом вентиле C, тогда вакуум V за затвором будет равен нулю.

Считать боковую поверхность диска затвора плоской. Определить:

1) Гидравлический момент M_1, стремящийся открыть затвор при опорожненном трубопроводе за затвором и внешний начальный момент M_2 для поворота затвора против часовой стрелки при показании манометра $M = 6$ *кГ/см²*, если коэффициент трения в цапфах $f = 0{,}15$.

2) Начальный момент M_3, необходимый для поворота затвора при заполненном трубопроводе за ним и показаниях манометра $M = 6$ *кГ/см²* и вакуумметра $V = 0{,}5$ *кГ/см²*.

Ответ. $M_1 = 38{,}7$ *т·м*; $M_2 = 106{,}1$ *т·м*; $M_3 = 70$ *т·м*.

Задача 2-20. Слева от квадратного дискового затвора размером $a \times a$ уровень воды постоянен (H), а справа переменен (z). Выразить в зависимости от z суммарную гидравлическую силу P, действующую на затвор, и ее момент M относительно оси вращения затвора, проходящей через его центр тяжести. Указать наибольшие значения P и M в интервале $0 \leqslant z \leqslant H$.

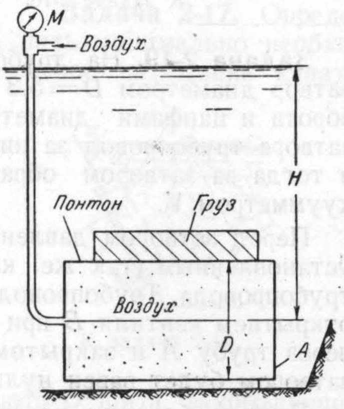
Ответ. 1) $P = \gamma a^2 H\left(1 - \frac{a}{2H} - \frac{z^2}{2aH}\right)$ при $z \leqslant a$;

$P = \gamma a^2 H\left(1 - \frac{z}{H}\right)$ при $z \geqslant a$.

2) $M = \gamma \frac{a^4}{12}\left(1 - 3\frac{z^2}{a^2} + 2\frac{z^3}{a^3}\right)$ при $z \leqslant a$; $M = 0$ при $z \geqslant a$.

Задача 2-21. Цилиндрический понтон диаметром $D = 1$ *м*, погруженный под затонувший груз, заполнен

К задаче 2-20.



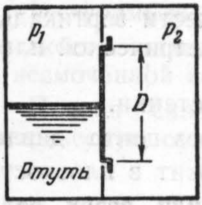
К задаче 2-21.

воздухом, давление которого по манометру $M = 1{,}1$ *кГ/см²*.

Определить силу давления P на крышку A понтона и расстояние Δh от центра давления до центра тяжести крышки, если $H = 10{,}5$ *м*.

Ответ. $P = 393$ *кГ*; $\Delta h = -0{,}125$ *м* (центр давления выше центра тяжести).

Задача 2-22. Отверстие в перегородке замкнутого сосуда закрыто круглой крышкой диаметром $D = 0{,}5$ *м*. Левая секция залита ртутью до центра отверстия; над ртутью находится газ под абсолютным давлением $p_1 =$



К задаче 2-22.

$=0,1$ *ата*. В правой секции находится газ под абсолютным давлением p_2.

Определить:

1) Силу давления P на крышку при абсолютном вакууме в правой секции ($p_2=0$).

2) При каком давлении p_2 сила P будет равна нулю? Найти в этом случае момент M пары сил, действующей на крышку.

Ответ. $P=338$ *кГ*; $p_2=0,172$ *ата* и $M=20,9$ *кГ·м*.

Глава третья

СИЛЫ ДАВЛЕНИЯ ПОКОЯЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ НА КРИВОЛИНЕЙНЫЕ СТЕНКИ. ПЛАВАНИЕ ТЕЛ.

ВВЕДЕНИЕ

В общем случае произвольной криволинейной поверхности распределенную нагрузку от нормальных в каждой точке поверхности давлений жидкости можно свести к главному вектору и главному моменту. Главный вектор определяется по трем составляющим (обычно по вертикальной и двум взаимно-перпендикулярным горизонтальным составляющим), главный момент — по сумме моментов этих составляющих.

Для криволинейных стенок, симметричных относительно вертикальной плоскости (большинство практических задач), сумма элементарных сил давления приводится к одной равнодействующей силе, лежащей в плоскости симметрии, или к паре сил, лежащей в той же плоскости. Величина и направление равнодействующей силы P определяются по двум составляющим, обычно горизонтальной и вертикальной, как показано на рис. 3-1.

Горизонтальная составляющая силы давления, воспринимаемой криволинейной стенкой, равна силе давления на вертикальную проекцию этой стенки, нормальную к плоскости симметрии, и определяется по формуле

$$P_{\text{г}}=\gamma h_{\text{C}} F_{\text{в}}, \qquad (3\text{-}1)$$

где h_C — глубина погружения центра тяжести вертикальной проекции стенки под пьезометрической плоскостью 0—0;

F_B — площадь вертикальной проекции стенки.

Линия действия силы $P_г$, проходя через центр давления D вертикальной проекции стенки, лежит в плоскости симметрии и смещена (вниз, если $h_C > 0$ или вверх, если $h_C < 0$) относительно центра тяжести вертикальной проекции на расстояние:

$$\Delta h = \frac{I_C}{F_B h_C}, \tag{3-2}$$

где I_C — момент инерции площади вертикальной проекции относительно горизонтальной оси, проходящей через центр тяжести проекции.

Вертикальная составляющая силы давления, воспринимаемой криволинейной стенкой, равна весу жидкости

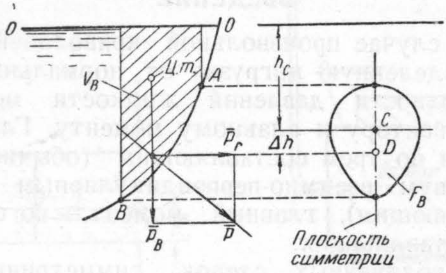


Рис. 3-1.

в объеме V_B, ограниченном стенкой, пьезометрической плоскостью и вертикальной проектирующей поверхностью, построенной на контуре стенки (вертикальное тело давления) и определяется по формуле

$$P_B = \gamma V_B. \tag{3-3}$$

Сила P_B проходит через центр тяжести объема V_B и направлена вниз, если тело давления строится со смоченной стороны стенки; если тело давления строится с несмоченной стороны стенки, сила P_B направлена вверх.

В формулах для $P_г$ и $P_в$ предполагается, что жидкость находится с одной стороны стенки и что с несмоченной ее стороны давление равно атмосферному.

Полная сила давления на стенку представляет геометрическую сумму сил $P_г$ и $P_в$ и равна:

$$P = \sqrt{P_г^2 + P_в^2}. \tag{3-4}$$

Линия действия силы P проходит через точку пересечения линий действия сил $P_г$ и $P_в$.

Угол φ наклона равнодействующей к горизонту определяется из формулы

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{P_в}{P_г}. \tag{3-5}$$

Для стенок постоянной кривизны (цилиндрические, сферические стенки) полная сила давления проходит через центр кривизны стенки.

В случае избыточных давлений жидкостей со смоченной стороны стенки все составляющие и полная сила давления жидкости направлены от жидкости на стенку (изнутри наружу).

В случае разрежения на смоченной стороне стенки все силы направлены снаружи внутрь.

При двустороннем воздействии жидкостей на стенку сначала определяются горизонтальные и вертикальные составляющие с каждой стороны стенки в предположении одностороннего воздействия жидкости, а затем — суммарные горизонтальная и вертикальная составляющие от воздействия обеих жидкостей.

На рис. 3-2 показано определение горизонтальной и вертикальной составляющих и полной силы давления жидкости на симметричную стенку AB в случае избыточного давления (*а*) и в случае разрежения (*б*) на смоченной стороне стенки.

В ряде задач силу давления на криволинейную стенку удобнее находить по ее составляющим вдоль наклонных осей.

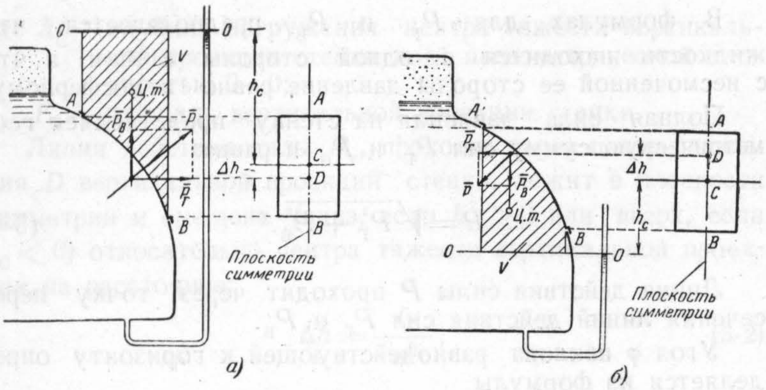


Рис. 3-2.

Сила давления жидкости на стенку по заданному наклонному направлению $\overline{s}$ (рис. 3-3) равна:

$$P_s = G_s \cos\alpha = \gamma V_s \cos\alpha, \tag{3-6}$$

где G_s — вес жидкости в объеме V_s тела давления, ограниченного стенкой, пьезометрической плоскостью и проектирующей поверхностью, параллельной заданному направлению;

α — угол между заданным направлением и вертикалью (направлением $\overline{G}_s$).

Линия действия силы P_s проходит через центр тяжести объема V_s.

В некоторых случаях для нахождения той или иной составляющей силы давления жидкости на стенку следует разбить ее поверхность на отдельные участки, определить соответствующие усилия на каждый участок стенки и далее просуммировать их.

Так, для определения вертикальной составляющей силы давления жидкости на полусферическую стенку abc (рис. 3-4) разделим поверхность полусферы горизонтальной плоскостью на верхнюю (ab) и нижнюю (bc) половины и найдем вертикальные силы давления жидкости на каждую из них.

Вертикальная сила на стенку ab равна весу жидкости в объеме тела давления $abmn$ ($P_{ab}=\gamma V_{abmn}$) и направлена вверх; вертикальная сила на стенку bc равна весу жидкости в объеме тела давления $bcnm$ ($P_{bc}=\gamma V_{bcnm}$) и направлена вниз. Следовательно, вертикальная сила давления на всю полусферу abc равна разности указанных сил:

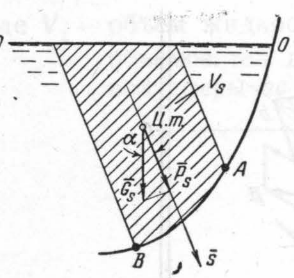


Рис. 3-3.

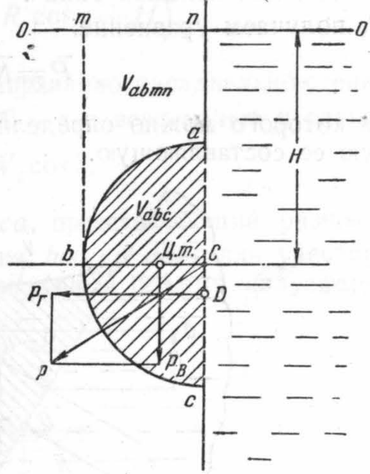


Рис. 3-4.

$$P_{\text{в}}=P_{bc}-P_{ab}=\gamma(V_{bcnm}-V_{abmn})=\gamma V_{abc},$$

т. е. равна весу жидкости в объеме полусферы и направлена вниз.

Удобным приемом расчета силы давления, часто весьма упрощающим решение задач, является рассмотрение равновесия объема жидкости, заключенного между стенкой и плоским сечением, проведенным через ее граничный контур. Пусть, например, требуется определить силу давления P на коническую крышку (рис. 3-5). Условие равновесия объема жидкости, заполняющей конус, выражается векторным уравнением:

$$\bar{N}+\bar{G}+\bar{R}=0,$$

где $\bar{N}$ — сила давления жидкости на плоское сечение ac (равная $N=\gamma HF_{ac}$ и проходящая по нормали к сечению через центр давления D);

$\overline{G}$ — вес выделенного объема жидкости ($G = \gamma V$);
$\overline{R}$ — сила воздействия конуса на жидкость.

Так как искомая сила $\overline{P}$ равна и противоположна силе $\overline{R}$, получаем уравнение:

$$\overline{P} = \overline{N} + \overline{G}, \tag{3-7}$$

из которого можно определить силу давления $\overline{P}$ или любую ее составляющую.

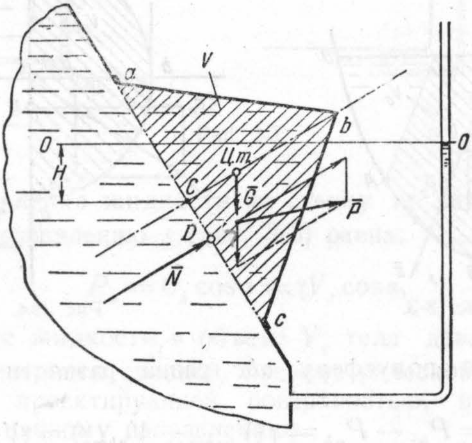


Рис. 3-5.

Пример 1. Определить отрывающее и сдвигающее усилия, а также полную силу давления жидкости на полусферическую крышку радиуса R, если заданы пьезометрический напор воды H над центром крышки и угол α наклона стенки бака к горизонту (рис. 3-6а).

Воспользуемся формулой (3-6) для определения силы давления жидкости на стенку по заданному направлению.

Отрывающее усилие P_n, нормальное к стенке бака составляет угол α с вертикалью и определяется как

$$P_n = \gamma V_n \cos \alpha,$$

где V_n — объем тела давления, изображенный в разрезе на рис. 3-6б поштрихованной площадью $abcdea$;

$$V_n = \frac{2}{3}\pi R^3 + \pi R^2 \frac{H}{\cos\alpha} = \pi R^2\left(\frac{2}{3} R + \frac{H}{\cos\alpha}\right).$$

Следовательно,

$$P_n = \gamma\pi R^2\left(\frac{2}{3} R\cos\alpha + H\right).$$

Сдвигающее усилие P_t направлено параллельно стенке бака, составляет угол $\beta = 90 - \alpha$ с вертикалью и равно:

$$P_t = \gamma V_t \cos\beta,$$

где V_t — объем жидкости $abca$, представляющий разность объемов тел давления $bcfg$ и $abgf$ для участков полусферы bc и ab и равный объему полусферы:

$$V_t = \frac{2}{3}\pi R^3.$$

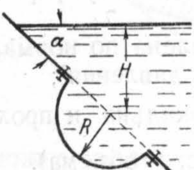


Рис. 3-6а.

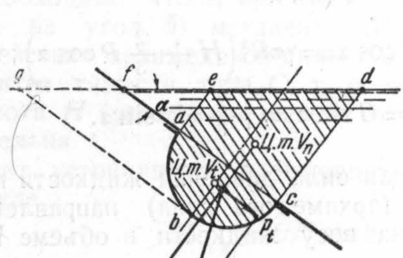


Рис. 3-6б.

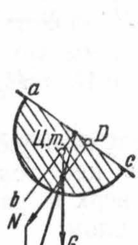


Рис. 3-6в.

Следовательно,

$$P_t=\gamma\frac{2}{3}\pi R^3\sin\alpha.$$

Отметим, что сдвигающая сила не зависит от величины напора в баке.

Зная две взаимно перпендикулярные составляющие P_n и P_t, находим полную силу давления, проходящую в данном случае через центр полусферы:

$$P=\sqrt{P_n^2+P_t^2}=\gamma\pi R^2\sqrt{H^2+\frac{4}{3}RH\cos\alpha+\frac{4}{9}R^2}.$$

Задачу можно также решить, пользуясь формулой (3-7), рассматривая равновесие объема жидкости, заполняющего полусферу (рис. 3-6в).

Предварительно находим силу N, с которой жидкость, заполняющая бак, действует на плоское сечение ac, и силу веса G отсеченного полусферического объема жидкости:

$N=\gamma H\pi R^2$ (направлена по нормали к сечению ac, проходя через его центр давления);

$G=\gamma\frac{2}{3}\pi R^3$ (вертикальна и проходит через центр тяжести полусферического объема).

Проектируя найденные силы на направления отрывающего и сдвигающего усилий, получаем в соответствии с векторным уравнением (3-7):

$$P_n=N+G\cos\alpha=\gamma\pi R^2\left(H+\frac{2}{3}R\cos\alpha\right);$$

$$P_t=G\sin\alpha=\gamma\frac{2}{3}\pi R^3\sin\alpha.$$

2. Результирующая сила давления жидкости на погруженное в нее тело (архимедова сила) направлена вертикально вверх и равна весу жидкости в объеме V, вытесненном телом:

$$P=\gamma V. \tag{3-8}$$

Сила P проходит через центр тяжести вытесненного объема жидкости (центр водоизмещения).

При равновесии плавающего тела его центр тяжести и центр водоизмещения находятся на общей вертикали (ось плавания).

Для устойчивого равновесия тела, плавающего в погруженном состоянии (подводное плавание, рис. 3-7), необходимо, чтобы центр тяжести тела (точка C) лежал ниже центра водоизмещения (точка B).

При плавании тела на поверхности (надводное плавание, рис. 3-8) это условие необязательно, так как устойчивое

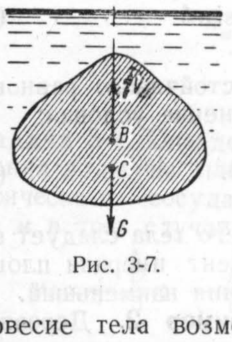


Рис. 3-7.

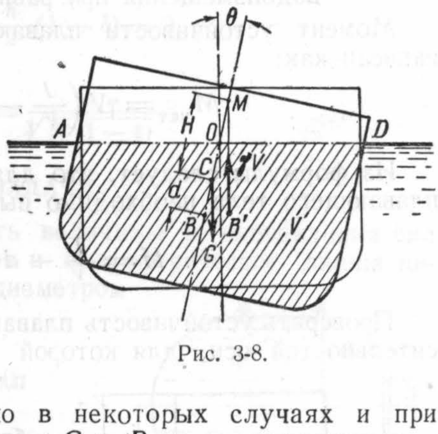


Рис. 3-8.

равновесие тела возможно в некоторых случаях и при обратном расположении точек C и B на оси плавания.

Для устойчивого равновесия тела при надводном плавании необходимо, чтобы при крене тела (наклоне его оси плавания на угол θ) метацентр M (точка пересечения линии действия архимедовой силы с осью плавания) лежал выше центра тяжести тела C, т. е. чтобы метацентрическая высота H (расстояние между точками M и C) была положительна.

Момент устойчивости плавающего тела определяется по формуле

$$M_{\text{уст}} = GH \sin \theta, \tag{3-9}$$

где G — вес тела, равный весу вытесненной жидкости ($G = \gamma V$);

H — метацентрическая высота;

θ — угол крена.

При малых углах крена метацентрическая высота может быть определена по формуле

$$H = \frac{J}{V} - d, \tag{3-10}$$

где J — момент инерции площади плавания AD относительно оси качания $0-0$;

V — погруженный в жидкость объем тела;

d — превышение центра тяжести тела над центром водоизмещения при равновесии.

Момент устойчивости плавающего тела может быть написан как:

$$M_{\text{уст}} = \gamma V\left(\frac{J}{V} - d\right)\sin\theta. \tag{3-11}$$

Из формулы следует, что для устойчивого равновесия плавающего тела необходимо выполнение условия:

$$H = \frac{J}{V} - d > 0. \tag{3-12}$$

Проверять устойчивость плавающего тела следует относительно той оси, для которой момент инерции площади плавания наименьший.

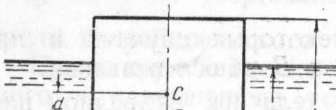


Рис. 3-9.

Пример 2. Деревянный брус квадратного сечения $a \times a$ и высотой h, относительный вес которого равен δ, плавает в воде (рис. 3-9). Определить наибольшее значение высоты бруса $h_{\text{макс}}$, при котором плавание еще будет устойчивым.

Для решения задачи воспользуемся формулой 3-10, подставив в нее минимальное значение метацентрической высоты $H = 0$:

$$H = \frac{J}{V} - d = 0.$$

Погружение бруса x определяется из закона Архимеда

$$x = \delta h.$$

Определим величины J, V, d, входящие в формулу 3-10, пользуясь рис. 3-9:

$$J=\frac{a^4}{12};$$

$$V=a^2x=a^2\delta h;$$

$$d=\frac{h}{2}-\frac{x}{2}=\frac{h}{2}(1-\delta).$$

Подставляем найденные значения в формулу

$$\frac{a^4}{12a^2\delta h}-\frac{h}{2}(1-\delta)=0.$$

Отсюда

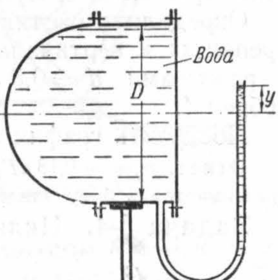
$$h_{\text{макс}}=\frac{a}{\sqrt{6\delta(1-\delta)}}.$$

ЗАДАЧИ

Задача 3-1. Определить величины и направления сил давления воды на плоское и полусферическое днища цилиндрического сосуда диаметром $D=1$ *м* в трех случаях:

$$y=+\frac{D}{5};\ -\frac{D}{5};\ 0.$$

Показать на чертеже горизонтальные и вертикальные составляющие и полные силы давления воды на днища.



К задаче 3-1.

Ответ. Горизонтальные составляющие сил давления на правое и левое днища одинаковы и равны $+157$ *кГ*; -157 *кГ* и 0; вертикальные составляющие сил давления на полусферу одинаковы для трех случаев и равны 262 *кГ*.

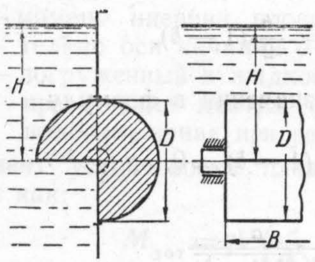
Задача 3-2. В прямоугольном окне вертикальной стенки резервуара установлен на цапфах цилиндрический затвор диаметром $D=0{,}8$ *м* и длиной $B=3$ *м*.

Определить:

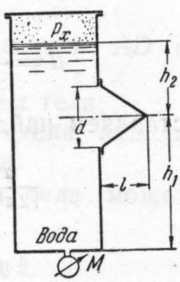
1) Усилие на цапфы и момент от воздействия воды на затвор в изображенном на эскизе положении при напоре $H=1$ *м*.

2) Каковы будут усилие на цапфы и момент, если повернуть затвор на 180°.

Ответ. 1) Усилие на обе цапфы $P = 2\,430$ *кГ*; момент от воздействия жидкости $M = 64$ *кГ·м*; 2) $P = 2\,514$ *кГ*; $M = 0$.



К задаче 3-2.



К задаче 3-3.

Задача 3-3. Показание манометра, присоединенного к днищу бака, равно $M = 0,1$ *кГ/см*^{2}.

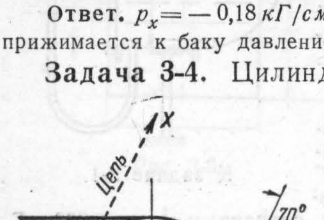
Найти давление воздуха, находящегося над водой, если $h_1 = 1,8$ *м* и $h_2 = 1$ *м*.

Определить растягивающее и срезающее усилия болтов, крепящих к вертикальной стенке бака коническую крышку с размерами $d = 0,8$ *м* и $l = 0,6$ *м*; весом крышки пренебречь.

Построить график зависимости этих сил от давления M.

Ответ. $p_x = -0,18$ *кГ/см*^{2} (разрежение); $P_{\text{раст.}} = -400$ *кГ* (крышка прижимается к баку давлением снаружи), $P_{\text{срез}} = 100$ *кГ*.

Задача 3-4. Цилиндрический затвор диаметром $D = 1,2$ *м* и длиной $L = 16$ *м*, весящий 40 *т*, может открываться путем качения его вверх цепью по наклонным направляющим, составляющим угол $\alpha = 70°$ с горизонтом.



К задаче 3-4.

Определить по величине и направлению силу давления воды на закрытый затвор.

Найти натяжение цепи при трогании затвора с места и при выходе его из воды.

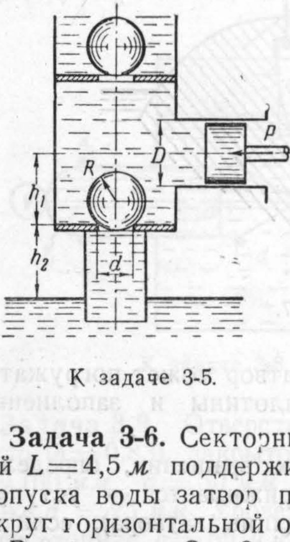
Как изменятся сила давления воды на затвор и натяжение цепи, если уровень воды за плотиной поднимется до оси затвора?

Ответ. $P = 14{,}65\ m$; угол с горизонтом $38°10'$; $X = 12{,}56\ m$ при трогании и $18{,}8\ m$ при выходе из воды.

Задача 3-5. Определить силу, прижимающую стальной (относительный вес $\delta = 8$) шаровой всасывающий клапан радиусом $R = 100$ *мм* к седлу, имеющему диаметр $d = 125$ *мм*, если диаметр насосного цилиндра $D = 350$ *мм*, а усилие по штоку $P = 400$ *кГ*.

Седло клапана расположено ниже оси цилиндра на расстоянии $h_1 = 0{,}5$ *м* и выше свободной поверхности резервуара с атмосферным давлением на расстоянии $h_2 = 6{,}5$ *м*, причем труба под клапаном заполнена водой.

Ответ. $Q = 166$ *кГ*.



К задаче 3-5.

К задаче 3-6.

Задача 3-6. Секторный затвор радиусом $R = 5$ *м* и длиной $L = 4{,}5$ *м* поддерживает напор воды $H = 3{,}5$ *м*. Для пропуска воды затвор поднимается цепью, поворачиваясь вокруг горизонтальной оси на цапфах диаметром $d = 150$ *мм*.

Вес затвора $G = 3\ m$, его центр тяжести расположен на радиусе $r = 0{,}75R$.

При закрытом затворе ось его вращения и верхний обрез сектора лежат в одной горизонтальной плоскости, расположенной выше свободной поверхности на расстоянии $h = 1$ *м*.

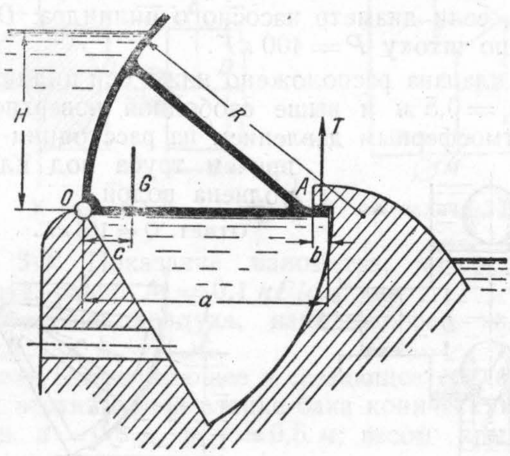
Определить;

1) Силу, нагружающую подшипники закрытого затвора.
2) Силу, прижимающую затвор к порогу.

3) Начальное натяжение цепи при подъеме затвора (коэффициент трения в цапфах принять $f = 0{,}3$).

Ответ. 1) $P = 40{,}6\ m$; угол с горизонтом 47°; 2) $N = 4{,}37\ m$; 3) $Q = 2{,}09\ m$.

Задача 3-7. Секторный затвор плотины радиусом $R = 4{,}5\ м$ поддерживает напор воды $H = 3\ м$.



К задаче 3-7.

Поворачиваясь вокруг оси 0, затвор может погружаться в выемку, сделанную в теле плотины и заполненную водой.

Пренебрегая трением в опорах вращения, определить усилие T, с которым затвор прижимается к уступу A плотины (приходящееся на 1 $м$ длины затвора), если вес 1 *пог. м* затвора $G = 1\ m$, размеры $a = 4\ м$ и $b = 0{,}3\ м$ и расстояние $c = 0{,}6\ м$.

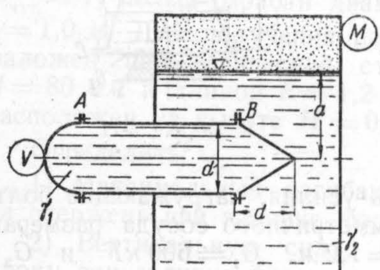
Ответ. $T = 4{,}8\ m$.

Задача 3-8. Горизонтальный цилиндрический сосуд диаметром $d = 0{,}8\ м$ с полусферической и конической тонкостенными крышками заполнен жидкостью удельного веса γ_1. Правая половина цилиндра (с конической крышкой) вставлена в замкнутый резервуар и находится под уровнем другой жидкости (удельного веса γ_2) на глубине $a = 2\ м$.

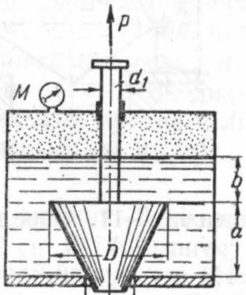
Определить горизонтальные и вертикальные составляющие сил давления жидкости на полусферическую и коническую крышки A и B, если показание вакуумметра $V = 0{,}1$ *кГ/см*^{2}, показание манометра $M = 0{,}3$ *кГ/см*^{2} и $\gamma_1 = \gamma_2 = 1\,000$ *кГ/м*^{3}.

Показать на чертеже горизонтальные и вертикальные составляющие и полные силы давления жидкости на полусферу и конус. Как изменятся силы при $\gamma_1 = 0{,}8\,\gamma_2 = 800$ *кГ/м*^{3}?

Ответ. Для полусферы $P_Г = -503$ *кГ* и $P_В = 134$ *кГ*; для конуса $P_Г = -3\,016$ *кГ* и $P_В = 0$; при $\gamma_1 = 0{,}8\,\gamma_2 = 800$ *кГ/м*^{3} горизонтальные составляющие не изменятся; вертикальная составляющая на полусферу $P'_В = 107$ *кГ*; на конус $P'_В = -26{,}8$ *кГ*.



К задаче 3-8.



К задаче 3-9.

Задача 3-9. Отверстие в дне сосуда, содержащего масло ($\delta = 0{,}83$), закрыто конической пробкой с размерами $D = 100$ *мм*, $d = 50$ *мм* и $a = 100$ *мм*, укрепленной на штоке $d_1 = 25$ *мм*. Уровень масла расположен выше пробки на расстоянии $b = 50$ *мм*.

Собственным весом пробки и трением в сальнике пренебречь.

Определить:

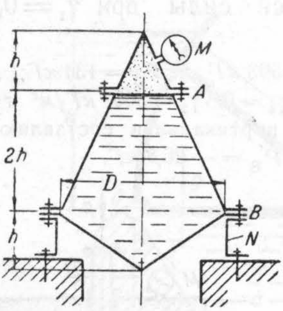
1) Начальное усилие P, необходимое для подъема пробки при показании манометра $M = 0{,}1$ *кГ/см*^{2}.

2) Давление воздуха в сосуде, при котором усилие P окажется равным нулю.

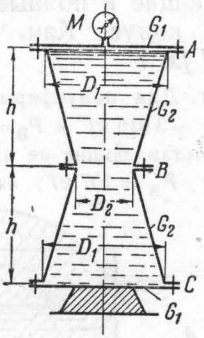
Ответ. 1) $P = 1{,}3$ *кГ*; 2) $p_и = 0{,}0106$ *кГ/см*^{2}.

Задача 3-10. Определить усилия, нагружающие болтовые группы A и B сборного конического резервуара, содержащего воду, если $h=1$ *м*, наибольший внутренний диаметр сосуда $D=3$ *м*, а показание манометра $M=0{,}4$ *ати*.

Ответ. $P_A = 3{,}14$ *т*; $P_B = 35{,}6$ *т*.



К задаче 3-10.



К задаче 3-11.

Задача 3-11. Определить усилия, нагружающие болтовые группы A, B и C симметричного сосуда размерами $D_1=1{,}8$ *м*, $D_2=0{,}9$ и $h=1{,}2$ *м*. $G_1=600$ *кГ* и $G_2=900$ *кГ* — веса крышки и конической обечайки сосуда. Сосуд заполнен водой, избыточное давление $M=0{,}5$ *кГ/см²*.

Как изменятся усилия на болты, если вместо указанной на эскизе опоры подвесить сосуд за верхнюю крышку?

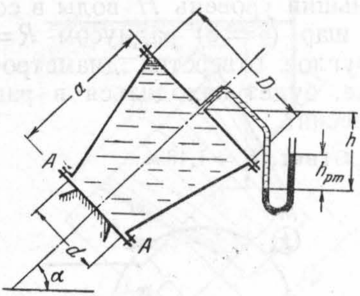
Ответ. $P_A = 12{,}12$ *т*; $P_B = 0{,}66$ *т*; $P_C = 12{,}86$ *т*; $P'_A = 18{,}7$ *т*; $P'_B = 7{,}23$ *т*; $P'_C = 19{,}4$ *т*.

Задача 3-12. Определить растягивающие и срезающие усилия, нагружающие болты фланца A конического резервуара размерами $D=1$ *м*; $d=0{,}5$ *м* и $a=1$ *м*, заполненного жидкостью удельного веса $\gamma=750$ *кГ/м³*.

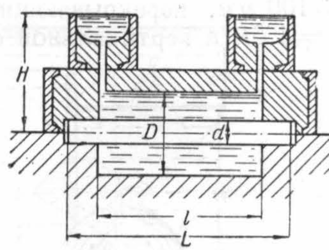
Давление в резервуаре измеряется ртутным манометром, показание которого $h_{\text{рт}}=0{,}3$ *м* и $h=0{,}5$ *м*.

Угол наклона оси резервуара к горизонту $\alpha=45°$; собственный вес резервуара не учитывать.

Ответ. $P_{\text{раст}} = 587$ *кГ*; $P_{\text{срез}} = 243$ *кГ*.



К задаче 3-12.



К задаче 3-13.

Задача 3-13. Отформован и заливается чугуном ($\delta_{чуг}=7$) полый барабан диаметром $D=250$ *мм* и длиной $l=1{,}0$ *м*. Для получения внутреннего отверстия в форму заложен цилиндрический стержень ($=2{,}5$) диаметром $d=80$ *мм* и длиной $L=1{,}2$ *м*. Уровень чугуна в литнике расположен на высоте $H=0{,}5$ *м* над осью формы.

Определить:

1) Максимальный изгибающий момент, действующий на стержень при заливке формы.

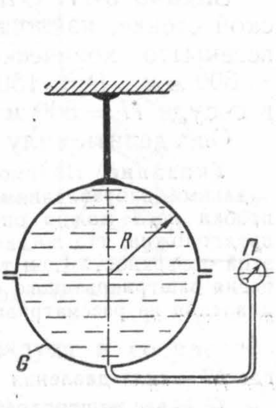
2) Вертикальную силу, которая стремится поднять опоку при заливке формы.

Стержень при отливке рассматривать как балку, свободно лежащую на двух опорах. Влиянием литников на искомую силу пренебречь.

Ответ. $M_{изг}=3{,}4$ *кГ·м*; $P=726$ *кГ*.

Задача 3-14. Шаровой сосуд радиусом $R=0{,}4$ *м*, заполненный водой, висит на тяге, прикрепленной к его верхней половине. Какое наименьшее давление в центре сосуда (показание пружинного мановакуумметра П) удержит свободную нижнюю половину сосуда весом $G=150$ *кГ*?

Ответить на поставленный вопрос, считая сосуд невесомым.

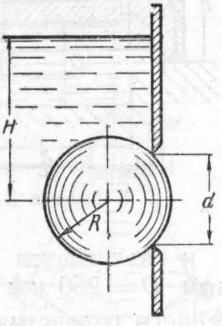


К задаче 3-14.

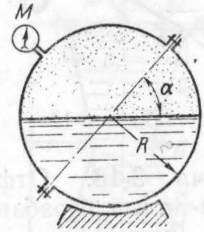
Ответ. Разрежение в центре: $П_1=0{,}565$ *м*; $П_2=0{,}267$ *м*.

Задача 3-15. Каков наименьший уровень H воды в сосуде, при котором стальной шар ($\delta = 8$) радиусом $R = 100$ *мм*, перекрывающий круглое отверстие диаметром $d = 1{,}5R$ в вертикальной стенке, будет находиться в равновесии?

Ответ. $H = 1{,}48$ *м*.



К задаче 3-15.



К задаче 3-16.

Задача 3-16. Определить усилия, растягивающие и срезающие болты диаметрального фланцевого соединения шарового сосуда радиусом $R = 0{,}4$ *м*, заполненного наполовину водой и находящегося под внутренним давлением сжатого газа $M = 0{,}2$ *ати*.

Плоскость стыка наклонена к горизонту под углом $\alpha = 45^\circ$, вес полушара $G = 300$ *кГ*.

Ответ. Растягивающее усилие 794 *кГ*; срезающее усилие 236 *кГ*.

Задача 3-17. Отверстие диаметром $D_0 = 200$ *мм* в плоской стенке, наклоненной к вертикали под углом $\alpha = 45^\circ$, перекрыто конической пробкой, размеры которой $D_1 = 300$ *мм*, $D_2 = 150$ *мм* и $L = 300$ *мм*. Уровень воды в сосуде $H = 500$ *мм*.

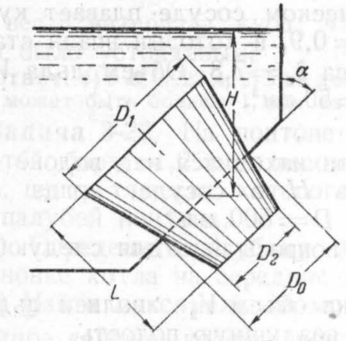
Определить силу давления воды на пробку.

Указание. Помимо общего способа нахождения сил по двум заданным направлениям, силу давления на смоченную поверхность пробки *abcd* можно определить при помощи следующего приема: предположив, что жидкость находится с противоположной стороны этой поверхности (при том же уровне H), найдем из условия равновесия заштрихованного объема „фиктивной“ жидкости, что сила ее давления на рассматриваемую поверхность равна:

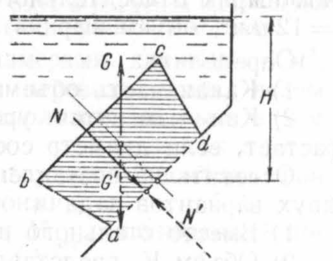
$$\overline{P'} = \overline{N'} + \overline{G'},$$

где $\overline{N'}$ — сила давления на плоскую стенку *ad*;

$\overline{G'}$ — вес заштрихованного объема жидкости.



К задаче 3-17.



К решению задачи 3-17.

Так как сила давления на каждый элемент поверхности определяется глубиной его погружения под уровнем жидкости, замена действительной жидкости фиктивной не меняет величины силы давления на поверхность, но изменяет ее направление на противоположное. Следовательно, искомая сила давления P равна:

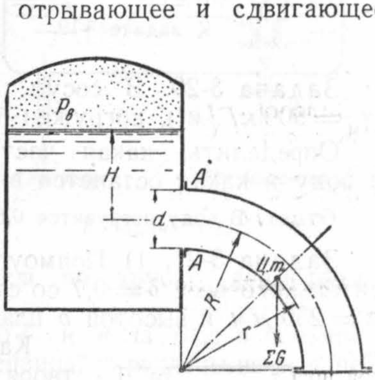
$$\overline{P} = \overline{N} + \overline{G},$$

где $\overline{N} = -\overline{N'}$ и $\overline{G} = -\overline{G'}$.

Ответ. Слагающая $\overline{P}$, нормальная плоскости отверстия $P_1 = 8{,}7\ кГ$, а параллельная плоскости отверстия $P_2 = 7\ кГ$.

Задача 3-18. Определить отрывающее и сдвигающее усилия и изгибающий момент на фланце A, крепящем колено 90° к баку, если разрежение воздуха в баке $p_в = 0{,}1\ кГ/см^2$ и глубина $H = 1{,}8\ м$.

Диаметр колена $d = 400\ мм$, его радиус кривизны $R = 1\ м$ и вес $G_к = 100\ кГ$. Центр тяжести колена, заполненного водой, принять расположенным на биссектрисе в точке $r = 0{,}9R$.



К задаче 3-18.

Как влияет величина давления воздуха в сосуде на искомые усилия и момент?

Ответ. $P_{отр} = 100\ кГ$; $P_{сдв} = 297\ кГ$. Момент $M = 188\ кГ \cdot м$.

Задача 3-19. В цилиндрическом сосуде плавает кусок льда относительного веса $\delta_1 = 0{,}9$, в который впаян стальной шарик относительного веса $\delta_2 = 7{,}8$. Объем льда $V_1 = 12\ дм^3$, объем шарика $V_2 = 50\ см^3$.

Определить:

1) Какая часть объема тела находится над водой?

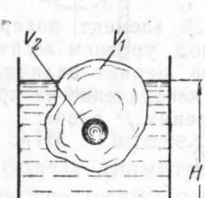
2) Как изменится уровень H в сосуде, когда лед растает, если диаметр сосуда $D = 500\ мм$?

Ответить на поставленные вопросы еще для следующих двух вариантов задачи:

1) Вместо стального шарика объем V_2 заполнен льдом.

2) Объем V_2 представляет воздушную полость.

Ответ. $V_x = 0{,}86\ л$; уровень понизится на 1,73 *мм*.



К задаче 3-19.

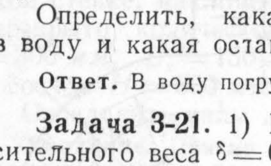
К задаче 3-20.

Задача 3-20. В сосуд, заполненный водой и маслом ($\gamma_м = 900\ кГ/м^3$), погружен кусок воска ($\gamma_в = 960\ кГ/м^3$).

Определить, какая часть объема воска погрузится в воду и какая останется в масле?

Ответ. В воду погрузится 0,6 объема воска.

Задача 3-21. 1) Прямоугольный параллелепипед относительного веса $\delta = 0{,}7$ со стороной квадратного основания $a = 250\ мм$ и высотой b плавает в воде.



К задаче 3-21.

Какому условию должна удовлетворять высота b, чтобы равновесие плавающего параллелепипеда было устойчивым?

2) В той же жидкости плавает куб со стороной a. Какому условию должен удовлетворять относитель-

ный вес δ материала куба, чтобы равновесие плавающего куба было устойчивым?

Ответ. 1) $b \leqslant 0{,}222$ *м*; 2) δ не должно быть в пределах 0,211—0,789 и не может быть больше 1, так как в этом случае куб потонет.

Задача 3-22. На понтоне с размерами дна 12×4 *м*², высотой борта 1,2 *м* и весом 8 *т* перевозят котел весом 16 *т*, центр тяжести которого расположен на высоте 1 *м* над палубой понтона.

1) Определить глубину x погружения понтона при установке котла на середине понтона.

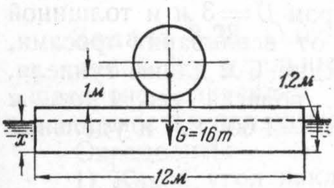
2) Найти максимальный момент $M_{\text{изг}}$, изгибающий поперечное сечение корпуса понтона.

3) Подсчитать момент устойчивости $M_{\text{уст}}$ при боковом крене $\theta = 10°$.

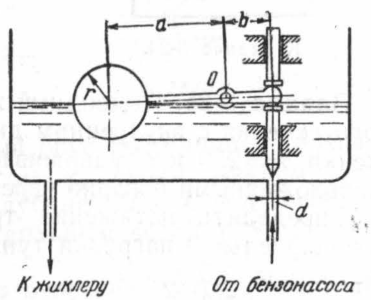
Считать вес понтона распределенным равномерно по всему дну, а центр тяжести его поперечных сечений расположенным на 0,8 *м* ниже палубы.

Ответ. $x = 0{,}5$ *м*; $M_{\text{изг}} = 24$ *т·м*, $M_{\text{уст}} = 5{,}2$ *т·м*.

Задача 3-23. Бензин ($\delta = 0{,}7$) под давлением $p = 0{,}3$ *кГ/см*² подводится к



К задаче 3-22.



К задаче 3-23.

поплавковой камере карбюратора по трубке диаметром $d = 4$ *мм*.

Шаровой поплавок весом 25 *Г* и игла (вес в бензине 12 *Г*), перекрывающая доступ бензина, укреплены на рычаче ($a = 40$ *мм*, $b = 15$ *мм*), который может поворачиваться вокруг неподвижной оси O.

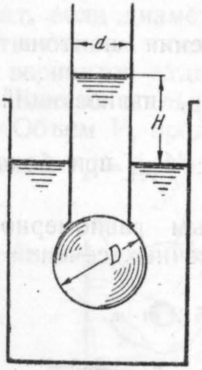
Определить радиус r поплавка из условия, чтобы в момент открытия отверстия поплавок был погружен наполовину (трением в шарнирах и весом рычага пренебречь).

Ответ. $r = 28{,}7$ *мм*.

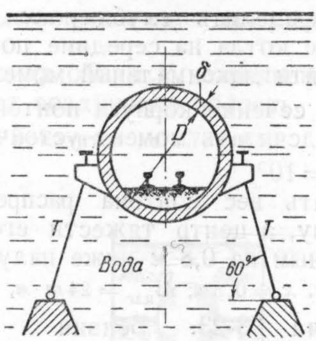
Задача 3-24. Погруженный в воду полый шаровой клапан диаметром $D = 150$ *мм* и весом $G = 0{,}5$ *кГ* закрывает выходное отверстие внутренней трубы диаметром $d = 100$ *мм*.

При какой разности уровней H клапан начнет пропускать воду из внутренней трубы в резервуар?

Ответ. $H = 161$ *мм*.



К задаче 3-24.



К задаче 3-25.

Задача 3-25. Подводный железобетонный туннель круглого сечения с внутренним диаметром $D = 3$ *м* и толщиной стенки $\delta = 250$ *мм* удерживается от всплывания тросами, расположенными попарно через каждые 6 *м* длины туннеля.

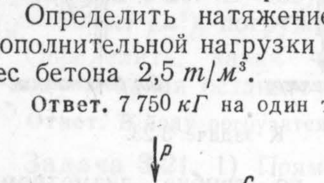
Определить натяжение тросов, полагая вес 1 *пог. м* дополнительной нагрузки туннеля $G = 1\,000$ *кГ* и удельный вес бетона $2{,}5$ *т/м*^{3}.

Ответ. 7 750 *кГ* на один трос.

Задача 3-26. Поворотный пролет моста опирается на цилиндрический поплавок диаметром $D = 3{,}4$ *м*, плавающий в камере диаметром $D_1 = 3{,}6$ *м*.

Определить:

1) Погружение a поплавка в воду, если собственный вес пролета с поплавком равен $G = 30$ *т*.



К задаче 3-26.

2) Осадку h пролета при нагружении его внешней силой $P=10$ *т*.

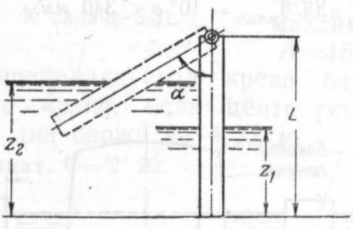
Ответ. $a=3,3$ *м*; $h=0,12$ *м*.

Задача 3-27. Деревянный брус постоянного сечения (относительный вес $\delta=0,75$) длиной $L=2$ *м* подвешен на шарнире без трения и своим нижним концом погружен в воду.

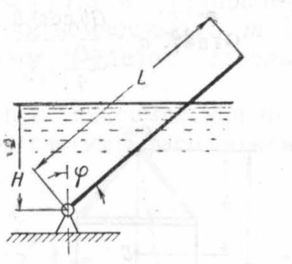
Определить, при какой глубине погружения z_1 вертикальное положение бруса будет устойчивым.

Найти глубину z_2, при которой брус будет иметь наклон $\alpha=60^\circ$ к вертикали.

Ответ. $z_1\leqslant L(1-\sqrt{1-\delta})=1$ *м*; $z_2=L(1-\cos\alpha\sqrt{1-\delta})=1,5$ *м*.



К задаче 3-27.



К задаче 3-28.

Задача 3-28. Однородный брус постоянного сечения F и длиной L с удельным весом γ_1 своим нижним концом шарнирно закреплен на глубине $H<L$ под свободной поверхностью жидкости с удельным весом $\gamma>\gamma_1$.

Определить:

1) Какой угол наклона φ отвечает устойчивому равновесию бруса в жидкости и при каких значениях L/H брус будет покоиться в вертикальном положении?

2) Какова при равновесном положении бруса опорная реакция R в шарнире.

Ответ.

1) $\cos\varphi=\dfrac{H}{L}\sqrt{\dfrac{\gamma}{\gamma_1}}$; $\varphi=0$ при $\dfrac{L}{H}\leqslant\sqrt{\dfrac{\gamma}{\gamma_1}}$.

2) $R=LF\gamma_1\left(\sqrt{\dfrac{\gamma}{\gamma_1}}-1\right)$ при $\dfrac{L}{H}\geqslant\sqrt{\dfrac{\gamma}{\gamma_1}}$;

$$R=LF\gamma_1\left(\frac{H\gamma}{L\gamma_1}-1\right)\ \text{при}\ \frac{L}{H}\leqslant\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_1}}.$$

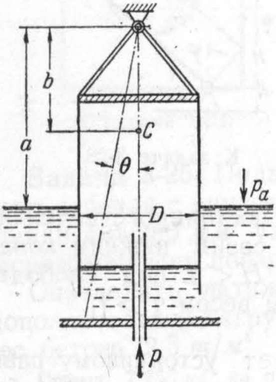
Задача 3-29. Тонкостенный цилиндрический колокол микроманометра свободно подвешен на шарнире и частично погружен открытым концом под постоянный уровень жидкости с атмосферным давлением.

Определить, какова должна быть высота a расположения точки подвеса колокола над уровнем жидкости, чтобы при его отклонениях на углы $\theta \leqslant 10^\circ$ от вертикали он возвращался в исходное положение равновесия.

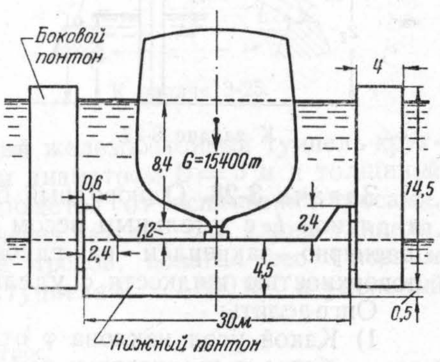
Диаметр колокола $D = 70$ *мм*, его вес $G = 800$ *Г*, расстояние центра тяжести до точки подвеса $b = 200$ *мм*.

Избыточное давление внутри колокола $p_и = 100$ *кГ/м²*, удельный вес жидкости (спирт) $\gamma = 800$ *кГ/м³*.

Ответ. $a < \dfrac{Gb\cos^2\theta}{\dfrac{\pi D^2}{4}\cdot p_и} - \dfrac{p_и}{2\gamma}$; для $\theta_{макс} = 10^\circ$ $a < 340$ *мм*.



К задаче 3-29.



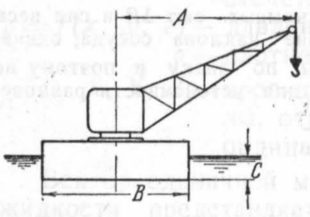
К задаче 3-30.

Задача 3-30. В плавучем доке с указанными на эскизе поперечными размерами поднимают судно водоизмещением 15400 *т* при глубине осадки 8,4 *м*. Док состоит из нижнего понтона (днища) $165 \times 30 \times 4{,}5$ *м³*, двух боковых понтонов $120 \times 14{,}5 \times 4$ *м³* с дном на 0,5 *м* выше дна нижнего понтона, и двух боковых трапециевидных камер нижнего понтона длиной 140 *м*. Торцовых стенок док не имеет, и вода может свободно входить внутрь дока и выходить из него.

Высота киль-блока над верхом нижнего понтона равна 1,2 *м*.

Определить количество воды, откачиваемой из понтонов при всплывании дока с судном до выравнивания верха нижнего понтона с уровнем воды, и найти вес самого дока. Удельный вес морской воды принять $\gamma = 1\,020$ *кГ/м³*.

Ответ. 25 322 *м³*, 11 250 *т*.



К задаче 3-31.

Задача 3-31. На барже с размерами дна $L \times B = 60 \times 10$ *м²* и осадкой $C = 1{,}5$ *м* установлен кран грузоподъемностью 5 *т* с максимальным вылетом стрелы $A = 15$ *м*.

Определить угол крена баржи при максимальной нагрузке крана, если центр тяжести системы расположен выше дна баржи на 4,25 *м*.

Ответ. $\theta = 2°\,20'$.

К задаче 3-32.

К решению задачи 3-32.

Задача 3-32. Тонкостенный цилиндрический сосуд радиусом $R = 0{,}8$ *м* и весом $G_1 = 2\,400$ *кГ* с центром тяжести, расположенным на расстоянии $h_1 = 1{,}5$ *м* от дна, плавает в воде.

Определить, какова должна быть минимальная высота z слоя воды, залитой внутрь сосуда, чтобы он обладал статической устойчивостью.

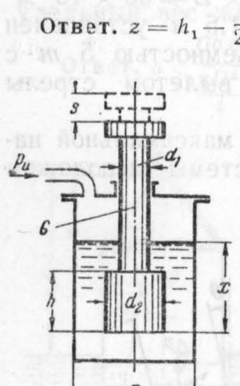
Указание. При отклонении оси плавания сосуда от вертикали на малый угол θ на сосуд действуют (см. рис. к решению задачи):

1) сила его веса G_1, сила веса залитой в него воды G_2 и выталкивающая сила $P = G_1 + G_2$, проходящие соответственно через центр тяжести сосуда C_1, центр тяжести залитой воды C_2 и центр водоизмещения сосуда D (точки C_2 и D отвечают вертикальному положению сосуда);

2) моменты от дополнительных подъемных сил ΔP и сил веса залитой воды ΔG, возникающие вследствие наклона сосуда, одинаковы по величине, но противоположны по знаку и поэтому не влияют на условия равновесия. Отсюда для устойчивости равновесия необходимо:

$$G_2 \cdot \overline{C_2 D} = G_1 \cdot \overline{DC_1}.$$

Ответ. $z = h_1 - \dfrac{G_1}{2\gamma\pi R^2} = 0{,}9$ *м.*



К задаче 3-33

Задача 3-33. Ступенчатый шток с размерами $d_1 = 100$ *мм*, $d_2 = h = 300$ *мм* и весом $G = 24$ *кГ* плавает в воде, заполняющей цилиндрический сосуд диаметром $D = 400$ *мм*.

В пространстве над водой может быть установлено любое заданное давление воздуха.

1) Определить глубину погружения x_0 штока при атмосферном давлении над уровнем воды.

2) Определить, при каком избыточном давлении $p_и$ шток выйдет из воды и каково будет при этом его перемещение s от начального положения при $p_и = 0$?

3) Построить график зависимости $s = f(p_и)$.

Ответ. 1) $x_0 = 657$ *мм.* 2) $p_и = 0{,}306$ *ати* и $s = 466$ *мм.*

Глава четвертая

РАВНОВЕСИЕ ЖИДКОСТИ В ДВИЖУЩИХСЯ СОСУДАХ

ВВЕДЕНИЕ

1. При равновесии в движущемся сосуде жидкость, заполняющая сосуд, движется вместе с ним как твердое тело.

Закон распределения давления в жидкости выражается дифференциальным уравнением:

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz), \tag{4-1}$$

где x, y, z — координаты точек жидкости в системе отсчета, связанной с сосудом;
$p = f(x, y, z)$ — давление в жидкости;
ρ — плотность жидкости;
X, Y, Z — проекции единичной массовой силы $\bar{q}$ (силы, отнесенной к единице массы) на координатные оси.

Вектор единичной массовой силы $\bar{q}$ в каждой точке жидкости представляет собой сумму единичной силы веса $\bar{g}$ и единичной силы инерции $\bar{j}$ переносного движения:

$$\bar{q} = \bar{g} + \bar{j}; \quad \bar{j} = -\bar{a}; \tag{4-2}$$

где $\bar{a}$ — переносное ускорение в данной точке жидкости.

Давление в жидкости меняется по всем направлениям, кроме тех, которые нормальны к вектору единичной массовой силы; поверхности уровня (поверхности равного давления) в каждой своей точке нормальны направлению вектора единичной массовой силы, действующей в этой точке. Дифференциальное уравнение поверхностей уровня (в частности, свободной поверхности жидкости и поверхности раздела несмешивающихся жидкостей) имеет вид:

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0. \tag{4-3}$$

2. В случае равновесия жидкости в сосуде, движущемся прямолинейно с постоянным ускорением $\bar{a}$, поле массовой силы представляет собой семейство одинаковых по величине и направлению векторов $\bar{q}$ (рис. 4-1).

В системе прямоугольных осей координат x, y, z, связанной с сосудом (ось y перпендикулярна плоскости движения), уравнение поверхности уровня (в частности, свободной поверхности), проходящей через точку (x_0, z_0), имеет вид:

$$z - z_0 = -\frac{a\cos\alpha}{g + a\sin\alpha}(x - x_0), \tag{4-4}$$

где x и z — координаты произвольной точки поверхности уровня;

α — угол наклона к горизонту вектора ускорения $\bar{a}$.

Поверхности уровня — семейство параллельных плоскостей, нормальных к плоскости движения и наклоненных к горизонту под углом β, для которого

$$\operatorname{tg}\beta = -\frac{a\cos\alpha}{g + a\sin\alpha}. \tag{4-5}$$

Закон распределения давления выражается уравнением

$$p = p_0 - \rho\left[a\cos\alpha\,(x - x_0) + (g + a\sin\alpha)(z - z_0)\right], \tag{4-6}$$

где p_0 — давление в точке с координатами (x_0, z_0) и p — давление в произвольной точке жидкости с координатами (x, z).

Если точка (x_0, y_0) расположена на свободной поверхности жидкости в сосуде, открытом в атмосферу, то $p_0 = p_{ат}$ (атмосферное давление).

Из уравнения (4-6) следует линейность закона изменения давления в жидкости по любому направлению. В частности, давление в точках, находящихся на глубине h под поверхностью уровня с давлением p_0, равно:

$$p = p_0 + \rho\,(g + a\sin\alpha)\,h = p_0 + \gamma\left(1 + \frac{a}{g}\sin\alpha\right)h. \tag{4-7}$$

Для жидкости, заполняющей сосуд, открытый в атмосферу, избыточное давление на глубине h под свободной поверхностью равно:

$$p_и = \gamma\left(1 + \frac{a}{g}\sin\alpha\right)h. \tag{4-8}$$

Последняя формула применима и в случаях замкнутых сосудов с избыточным давлением или вакуумом над жидкостью, если отсчитывать глубины h от пьезометрической плоскости (поверхности уровня, давление в точках которой равно атмосферному).

Можно пользоваться также выражением

$$p_{и} = \rho q h_n, \tag{4-9}$$

где h_n — расстояние по нормали от точки до пьезометрической плоскости (рис. 4-2).

Из приведенных уравнений выводятся уравнения равновесия жидкости в горизонтально движущемся сосуде ($\alpha = 0$), в сосуде, движущемся вертикально вверх ($\alpha = 90°$), и сосуде, движущемся вертикально вниз ($\alpha = 270°$).

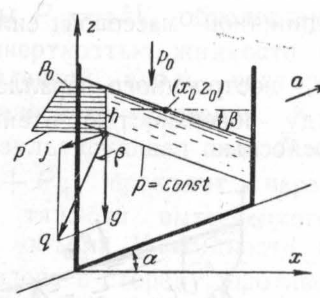


Рис. 4-1.

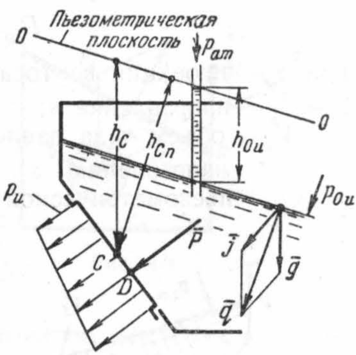


Рис. 4-2.

Силы давления жидкости на стенки в рассматриваемом случае равновесия благодаря однородности поля массовых сил определяются зависимостями, аналогичными зависимостям для случая равновесия жидкости в неподвижном сосуде (см. гл. 2 и 3).

Величина силы давления, воспринимаемой плоской стенкой, на несмоченной стороне которой давление равно атмосферному (рис. 4-2), вычисляется по формуле:

$$P = p_{Cи} F, \tag{4-10}$$

где F — площадь стенки;

$p_{Cи}$ — избыточное давление в центре тяжести стенки, определяемое по формулам (4-8) или (4-9) через расстояние h_C или h_{Cn} от центра тяжести стенки до пьезометрической плоскости.

Расстояние между свободной поверхностью и пьезометрической плоскостью определяется величиной $p_{0и}$ избыточного давления на свободной поверхности.

Сила P нормальна к стенке и проходит через центр давления D, положение которого для данной стенки зависит от величины и направления вектора $\bar{a}$ переносного ускорения.

Сила давления жидкости на криволинейную стенку вычисляется суммированием составляющих по координатным осям (см. введение к гл. 3). Составляющая силы давления по заданному направлению s равна (рис. 4-3а):

$$P_s = \rho q_s V_s, \tag{4-11}$$

где q_s — проекция вектора единичной массовой силы на направление s;

V_s — объем тела давления, построенного параллельно направлению s между поверхностью стенки и пьезометрической плоскостью.

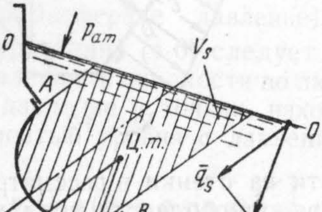


Рис. 4-3а.

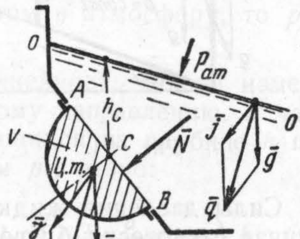


Рис. 4-3б.

Линия действия силы P_s проходит через центр тяжести объема V_s.

Силу давления P жидкости на криволинейную стенку можно определить также из условий относительного равновесия объема V жидкости, заключенного между криволинейной стенкой и плоским сечением, проведенным через граничный контур стенки (рис. 4-3б):

$$\bar{P} = \bar{N} + \bar{G} + \bar{J} = \bar{N} + \bar{Q}, \tag{4-12}$$

где $\overline{N}$ — сила давления на плоское сечение ACB, проведенное через граничный контур стенки, вычисляемая по формуле (4-10);

$\overline{G}$ — вес объема V жидкости ($G = \rho g V$);

$\overline{J}$ — сила инерции жидкости, заключенной в объеме V ($J = \rho a V$);

$\overline{Q}$ — суммарная массовая сила, равная $\overline{Q} = \overline{G} + \overline{J}$ ($Q = \rho q V$).

Сила давления жидкости на погруженное в нее твердое тело (рис. 4-4) складывается из вертикальной архимедовой силы $P_в = \gamma V$, обусловленной весомостью жидкости, и силы $P_и = \rho a V$, обусловленной инертностью жидкости и направленной вдоль вектора $\overline{a}$ переносного ускорения.

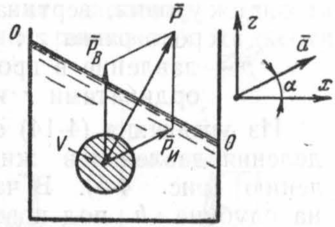


Рис. 4-4.

Результирующая сила $\overline{P} = \overline{P}_в + \overline{P}_и$ проходит через центр тяжести вытесненного телом объема V жидкости и направлена в сторону, противоположную вектору $\overline{q}$ единичной массовой силы.

3. В случае равновесия жидкости в сосуде, равномерно вращающемся относительно вертикальной оси, поле массовых сил $\overline{q}$ неоднородно. Вектор массовой силы $\overline{q}$ — сумма вектора $\overline{g}$ и вектора единичной центробежной силы инерции $\overline{j} = \omega^2 r$, где ω — угловая скорость вращения сосуда. Поверхности уровня представляют собой конгруэнтные[1] параболоиды вращения, ось которых совпадает с осью вращения сосуда (рис. 4-5).

Уравнение поверхности уровня (в частности, свободной поверхности жидкости) во вращающихся вместе с сосудом цилиндрических координатах (r, z) имеет вид:

$$z - z_0 = \frac{\omega^2 r^2}{2g}, \tag{4-13}$$

[1] Две геометрические фигуры называются конгруэнтными, если одну из них можно совместить с другой, изменив только ее положение в пространстве.

где z_0 — вертикальная координата вершины параболоида поверхности уровня;

r, z — координаты любой точки поверхности уровня.

Высота параболоида $H = \frac{\omega^2 R^2}{2g}$, где R — радиус сосуда.

Закон распределения давления в жидкости выражается уравнением

$$p = p_0 + \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \gamma\,(z - z_0), \tag{4-14}$$

где p_0 — давление в точках параболоида поверхности уровня, вертикальная координата вершины которого равна z_0;

p — давление в произвольной точке жидкости с координатами r и z.

Из уравнения (4-14) следует линейность закона распределения давления в жидкости по вертикальному направлению (рис. 4-5). В частности, давление в любой точке на глубине h под поверхностью уровня с давлением p_0 равно:

$$p = p_0 + \gamma h. \tag{4-15}$$

Избыточное давление в точках на глубине h под параболоидом пьезометрической поверхности (в открытом сосуде — под параболоидом свободной поверхности) равно:

$$p_{\text{н}} = \gamma h. \tag{4-16}$$

Из того же уравнения (4-14) следует параболический закон распределения давления по радиусу (см. рис. 4-5, где на левой стороне изображено распределение избыточного давления в точках дна).

Положение свободной поверхности жидкости в сосуде (координата z_0 вершины параболоида) при заданной угловой скорости вращения сосуда определяется объемом находящейся в нем жидкости. При этом используются следующие соотношения:

а) объем параболоида вращения равен половине произведения площади его основания на высоту (рис. 4-5):

$$W_{\text{параб}} = \frac{1}{2}\pi R^2 H; \tag{4-17}$$

б) объем жидкости во вращающемся цилиндрическом сосуде в случае, когда свободная поверхность жидкости пересекает дно сосуда, равен (рис. 4-6):

$$W = \pi (R^2 - R_1^2) \frac{b}{2} = \frac{\pi g}{\omega^2} b^2. \qquad (4\text{-}18)$$

В случае, когда свободная поверхность отсутствует, положение пьезометрической поверхности определяется из условия, что она проходит через точку жидкости, давление в которой равно атмосферному.

Общим методом определения сил давления жидкости на стенки в рассматриваемом случае равновесия жидкости

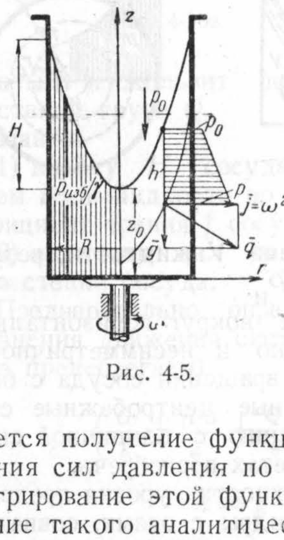


Рис. 4-5.

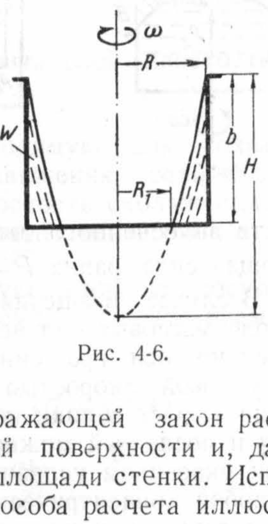


Рис. 4-6.

является получение функции, выражающей закон распределения сил давления по заданной поверхности и, далее, интегрирование этой функции по площади стенки. Использование такого аналитического способа расчета иллюстрируется примером 2.

Решение упрощается при определении составляющей силы давления, действующей на стенку вдоль оси вращения сосуда, поскольку инерционные массовые силы не проектируются на это направление. Осевая сила давления жидкости на стенку (рис. 4-7) может быть определена по формуле

$$P_z = \gamma V_z, \qquad (4\text{-}19)$$

где V_z — объем тела давления, построенного параллельно направлению z между стенкой и пьезометрической поверхностью.

Сила давления жидкости на погруженное в нее твердое тело (рис. 4-8) складывается из вертикальной архимедовой силы $P_{\text{В}} = \gamma V$ и центростремительной силы $P_{\text{И}} = \rho V \omega^2 r$, где r — расстояние от оси вращения до центра

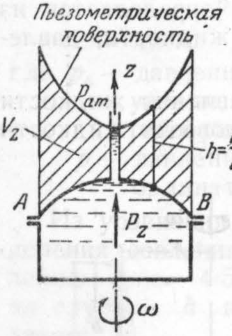


Рис. 4-7.

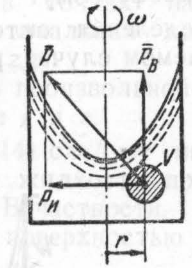


Рис. 4-8.

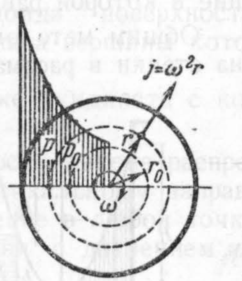


Рис. 4-9.

тяжести вытесненного телом объема V жидкости; результирующая сила равна $\overline{P} = \overline{P}_{\text{В}} + \overline{P}_{\text{И}}$.

4. В случае вращения сосуда вокруг горизонтальной оси поле массовых сил неоднородно и несимметрично относительно оси вращения. При вращении сосуда с большой угловой скоростью единичные центробежные силы инерции $j = \omega^2 r$ велики по сравнению с единичной силой веса g и последней можно в расчетах пренебречь.

При указанном условии поверхности уровня представляют собой концентрические цилиндры с осями, совпадающими с осью вращения сосуда (рис. 4-9). Закон распределения давления для этого случая выражается уравнением

$$p = p_0 + \rho \frac{\omega^2 (r^2 - r_0^2)}{2}, \tag{4-20}$$

где p_0 — давление в точках цилиндрической поверхности радиуса r_0;

p — давление в точках цилиндрической поверхности произвольного радиуса r.

Как видно из уравнения (4-20), закон распределения давления по радиусу является параболическим.

Такие приближенные решения могут применяться в соответствующих случаях при любом расположении оси вращения сосуда.

Пример 1 (рис. 4-10а). Сосуд с квадратным основанием $l \times l$, имеющий собственный вес G, наполнен водой до

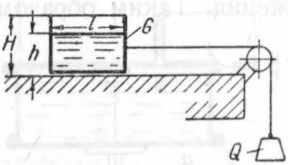


Рис. 4-10а.

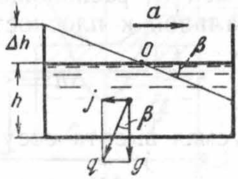


Рис. 4-10б.

высоты h и скользит по горизонтальной плоскости под действием груза Q.

Найти:

1) высоту H сосуда, необходимую для сохранения в нем всей жидкости во время движения, если задан коэффициент трения f сосуда о плоскость скольжения;

2) величины сил давления воды на переднюю и заднюю стенки сосуда.

Предварительно определим ускорение a сосуда; из уравнения движения системы сосуд — груз (трением в ролике пренебрегаем)

$$\left(\frac{G}{g}+\frac{\gamma l^2 h}{g}+\frac{Q}{g}\right)a=Q-(G+\gamma l^2 h)f;$$

$$a=g\cdot\frac{Q-(G+\gamma l^2 h)f}{Q+G+\gamma l^2 h}.$$

При горизонтальном движении сосуда с ускорением a свободная поверхность жидкости наклонится к горизонту под углом β, определяемым из условия, что свободная поверхность нормальна к вектору единичной массовой силы; в данном случае можно непосредственно получить (см. рис. 4-10б):

$$\operatorname{tg}\beta=-\frac{a}{g}.$$

Тот же результат получим, используя общее уравнение (4-5) при $\alpha=0$.

Для решения первого вопроса задачи вычислим высоту Δh, на которую поднимается жидкость у задней стенки сосуда.

Из условия неизменности объема воды в сосуде следует, что свободная поверхность должна повернуться вокруг оси O, расположенной на середине длины сосуда и нормальной к плоскости движения. Таким образом:

$$\Delta h = -\frac{l}{2}\operatorname{tg}\beta = \frac{l}{2}\cdot\frac{a}{g},$$

и требуемая высота сосуда

$$H = h + \Delta h = h + \frac{l}{2}\frac{a}{g}.$$

Сила давления воды на заднюю стенку сосуда [см. формулу (4-10)] равна:

$$P_1 = \gamma\frac{h+\Delta h}{2}l(h+\Delta h) = \gamma\frac{l}{2}(h+\Delta h)^2 = $$

$$= \gamma\frac{l}{2}\left(h+\frac{l}{2}\frac{a}{g}\right)^2.$$

Аналогичным образом сила давления воды на переднюю стенку сосуда

$$P_2 = \gamma\frac{(h-\Delta h)}{2}l(h-\Delta h) = \gamma\frac{l}{2}(h-\Delta h)^2 = $$

$$= \gamma\frac{l}{2}\left(h-\frac{l}{2}\frac{a}{g}\right)^2.$$

Нетрудно видеть, что разность сил P_1 и P_2 равна силе инерции жидкости в сосуде.

Пример 2 (рис. 4-11). Цилиндрический сосуд радиуса R_1 наполнен жидкостью удельного веса γ до уровня a в открытой трубке малого диаметра, установленной на крышке сосуда на расстоянии R_2 от центра, и приведен в равномерное вращение относительно центральной вертикальной оси (рис. 4-11а).

1) Определить наибольшую угловую скорость вращения сосуда, до которой сохранится относительное равновесие жидкости.

2) Установить зависимость величины силы давления жидкости на крышку от угловой скорости вращения сосуда.

Прежде всего найдем закон распределения избыточного давления в жидкости, заполняющей сосуд. Для этого используем уравнение (4-14), положив в нем $p_0 = p_{ат}$. Тогда

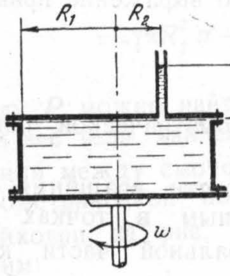


Рис. 4-11а.

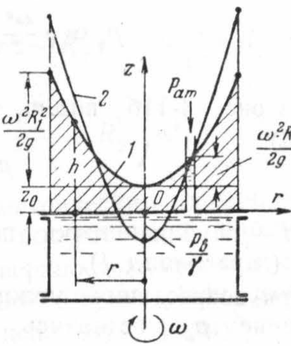


Рис. 4-11б.

$$p_и = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} - \gamma (z - z_0).$$

Неизвестную высоту z_0 вершины параболоида с атмосферным давлением найдем, используя заданное граничное условие, которое при выборе начала координат в центре крышки имеет вид:

$$p_и = 0 \text{ при } r = R_2 \text{ и } z = a.$$

Подстановка этого условия в последнее уравнение дает:

$$\rho \frac{\omega^2 R_2^2}{2} - \gamma (a - z_0) = 0,$$

откуда

$$z_0 = a - \frac{\omega^2 R_2^2}{2g}$$

и искомый закон распределения давления

$$p_и = \rho \frac{\omega^2}{2} (r^2 - R_2^2) + \gamma (a - z).$$

Для точек на поверхности крышки $z=0$ и распределение избыточного давления

$$p_{\text{и}}=\rho\frac{\omega^2}{2}(r^2-R_2^2)+\gamma a.$$

Из рис. 4-11б видно, что это выражение приводится к виду

$$p_{\text{и}}=\gamma h,$$

где h — глубина точки под пьезометрической поверхностью (параболоид *1*).

При возрастании угловой скорости вращения сосуда давление $p_{\text{и}}$, оставаясь постоянным в точках $r=R_2$ $(p_{\text{и}}=\gamma a)$, уменьшается в центральной части крышки и увеличивается на ее краях. При достаточно большой величине ω пьезометрическая поверхность пересекает крышку сосуда (параболоид *2*) и в ее центральной части возникает вакуум, имеющий максимум в точке O. Когда абсолютное давление в точке O упадет до давления насыщенных паров жидкости $p_{\text{н.п}}$, произойдет разрыв ее сплошности и жидкость начнет выбрасываться из сосуда. Величину угловой скорости, соответствующей описанному явлению, найдем, используя условие образования разрыва в жидкости:

$$p_{\text{и}}=-(p_{\text{ат}}-p_{\text{н.п}})\ \text{при}\ r=0.$$

Подставляя это значение $p_{\text{и}}$ в уравнение распределения давления на крышке, получим искомую угловую скорость:

$$\omega_{\text{макс}}=\frac{1}{R_2}\sqrt{2g\frac{p_{\text{ат}}-p_{\text{н.п}}}{\gamma}+a}.$$

Силу давления на крышку получим аналитическим способом, суммируя элементарные силы избыточного давления.

Разбивая поверхность крышки на элементарные кольцевые площадки и используя формулу для избыточного давления на крышке, получим для любой угловой скорости $\omega < \omega_{\text{макс}}$:

$$P = \int_0^{R_1} p_{\text{и}} \cdot 2\pi r dr = \int_0^{R_1} \left[\rho \frac{\omega^2}{2} (r^2 - R_2^2) + \gamma a \right] 2\pi r dr =$$

$$= \gamma \pi R_1^2 a + \frac{\gamma \pi R_1^2}{2g} \left(\frac{R_1^2}{2} - R_2^2 \right) \omega^2.$$

Силу P можно найти и геометрическим способом, вычисляя вес тела давления V_z, построенного вдоль оси вращения между смоченной поверхностью крышки сосуда и пьзометрической поверхностью (объем тела давления заштрихован на рис. 4-11б); используя формулу (4-17), получим:

$$V_z = \pi R_1^2 z_0 + \frac{1}{2} \pi R_1^2 \frac{\omega^2 R_1^2}{2g} =$$

$$= \pi R_1^2 \left(a - \frac{\omega^2 R_2^2}{2g} \right) + \frac{1}{2} \pi R_1^2 \frac{\omega^2 R_1^2}{2g}$$

Сила давления $P = \gamma V_z$.

Из полученной зависимости P от ω можно видеть, что если радиус расположения трубки равен $R_2^* = \frac{R_1}{\sqrt{2}}$, то сила давления жидкости на крышку сосуда не зависит от скорости вращения и равна

$$P^* = \gamma \pi R_1^2 a.$$

Если $R_2 > R_2^*$, то с ростом ω сила P уменьшается, если $R_2 < R_2^*$, то с ростом ω сила P увеличивается.

Пример 3 (рис. 4-12). Цилиндрический сосуд диаметра D_1 и высоты L, имеющий в верхней крышке центральное отверстие D_2, заполнен до высоты B жидкостью удельного веса γ.

Определить:

1) Угловую скорость вращения, при которой жидкость начнет выливаться из сосуда.

2) Силу давления на верхнюю закраину при этой угловой скорости.

Жидкость начнет выливаться из сосуда, когда ее свободная поверхность по мере увеличения угловой скорости достигнет кромки закраины (точка A на рис. 4-12б). При этом вершина параболоида свободной поверхности в за-

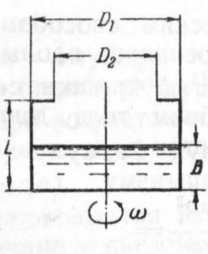


Рис. 4-12а.

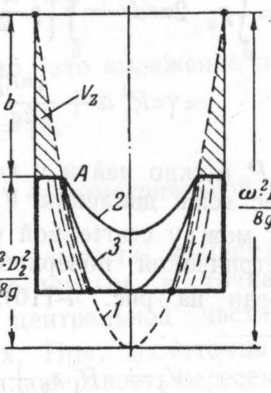


Рис. 4-12б.

висимости от объема жидкости в сосуде может расположиться ниже или выше дна сосуда (параболоиды *1* и *2*).

Найдем прежде всего, какому объему жидкости отвечает параболоид *3*, вершина которого касается дна; используя формулу (4-17), получим:

$$W^* = \frac{\pi}{4}(D_1^2 - D_2^2)L + \frac{1}{2}\frac{\pi D_2^2}{4}L = \frac{\pi}{4}\left(D_1^2 - \frac{1}{2}D_2^2\right)L.$$

Соответствующая высота заполнения сосуда

$$B^* = \frac{W^*}{\frac{\pi D_1^2}{4}} = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{D_2^2}{D_1^2}\right)L.$$

Если заданная в задаче высота $B < B^*$, имеем случай 1. Искомую угловую скорость определим из условия неизменности объема жидкости в сосуде, используя формулу (4-18):

$$\frac{\pi D_1^2}{4}B = \frac{\pi}{4}(D_1^2 - D_2^2)L + \frac{\pi g}{\omega_1^2}L^2;$$

$$\omega_1 = \frac{2L}{D_1}\sqrt{\frac{g}{B - \left(1 - \frac{D_2^2}{D_1^2}\right)L}}.$$

Если $B > B^*$, имеем случай 2; из условия сохранения объема жидкости в сосуде получим с помощью формулы (4-17):

$$\frac{\pi D_1^2}{4} B = \frac{\pi D_1^2}{4} L - \frac{1}{2}\,\frac{\pi D_2^2}{4}\,\frac{\omega_2^2 D_2^2}{8g};$$

$$\omega_2 = \frac{4D_1}{D_2^2}\sqrt{g(L - B)}.$$

Выражения для ω_1 и ω_2 совпадают при $B = B^*$:

$$\omega_3 = \frac{2}{D_2}\sqrt{2gL}.$$

Сила давления жидкости на закраину вычисляется по формуле (4-19), в которой объем тела давления

$$V_z = \frac{\pi g}{\omega^2} b^2 = \frac{\pi g}{\omega^2}\left[\frac{\omega^2 D_1^2}{8g} - \frac{\omega^2 D_2^2}{8g}\right]^2.$$

ЗАДАЧИ

Задача 4-1. Для измерения ускорения горизонтально движущегося тела может быть использована закрепленная на нем U-образная трубка малого диаметра, наполненная жидкостью.

С каким ускорением движется тело, если при движении установилась разность уровней жидкости в ветвях трубки, равная $h = 5$ *см* при расстоянии между ними $l = 30$ *см*?

К задаче 4-1.

Ответ. $a = 1{,}635$ *м/сек²*.

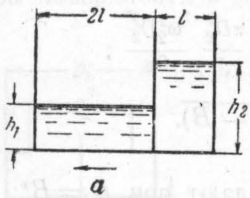
Задача 4-2. Призматический сосуд длиной $3l = 3$ *м* и шириной $c = 1$ *м*, перемещающийся горизонтально с постоянным ускорением $a = 0{,}4g$, разделен на два отсека, заполненных водой до высот $h_1 = 1$ *м* и $h_2 = 1{,}75$ *м*.

Определить:

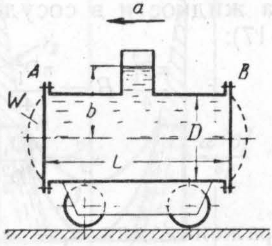
1) Суммарную силу давления воды на перегородку.

2) Ускорение, при котором эта сила станет равной нулю.

Ответ. 1) $P = 221$ *кГ*. 2) $a = 0{,}5g$.



К задаче 4-2.



К задаче 4-3.

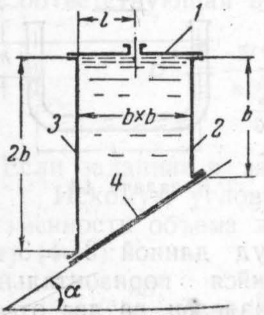
Задача 4-3. Цистерна диаметром $D = 1{,}2$ *м* и длиной $L = 2{,}5$ *м*, наполненная нефтью ($\delta = 0{,}9$) до высоты $b = 1$ *м*, движется горизонтально с постоянным ускорением $a = 2$ *м/сек²*.

Определить:

1) Усилия, действующие со стороны нефти на плоские боковые крышки A и B цистерны.

2) Изменение усилий при замене плоских крышек сферическими. Увеличение объема цистерны при такой замене равно $2W$, где $W = 0{,}2$ $м^3$.

Ответ. 1) $P_A = 758$ *кГ*; $P_B = 1\,278$ *кГ*. 2) $P'_A = 744$ *кГ*; $P'_B = 1\,326$ *кГ*.



К задаче 4-4.

Задача 4-4. По наклоненной под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту плоскости под действием силы тяжести скользит призматический сосуд, целиком заполненный водой. Сосуд закрыт крышкой с малым отверстием, расположенным на расстоянии $l = 0{,}5$ *м* от передней стенки.

Собственный вес сосуда $G = 150$ *кГ*, размер $b = 1$ *м*, коэффициент трения дна сосуда о плоскость скольжения $f = 0{,}278$. Найти величины сил давления воды на крышку *1*, стенки *2* и *3*, дно *4*.

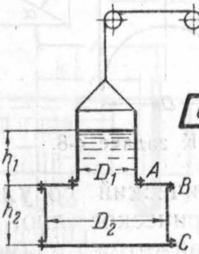
Ответ. $P_1 = 0$ $P_2 = 500$ *кГ*; $P_3 = 916$ *кГ*; $P_4 = 1\,360$ *кГ*.

Задача 4-5. Составной цилиндрический сосуд, заполненный водой до высоты $h_1 + h_2 = 800$ *мм*, подвешен на шнуре, перекинутом через блоки, и соединен с грузом $G = 200$ *кГ*.

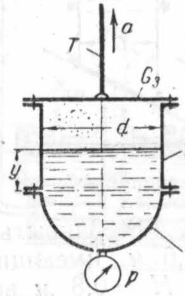
Определить нагрузки болтовых групп *A*, *B* и *C* при имеющем место ускоренном движении сосуда.

Размеры сосуда $D_1 = 400$ *мм*, $D_2 = 600$ *мм*, $h_2 = 300$ *мм*. Собственным весом сосуда и трением в блоках пренебречь.

Ответ. $P_A = 170$ *кГ*; $P_B = P_C = 261$ *кГ*.



К задаче 4-5.



К задаче 4-6.

Задача 4-6. Цилиндрический сосуд диаметром $d = 0{,}8$ *м*, имеющий плоскую крышку и полусферическое дно, заполнен водой до высоты $y = 0{,}3$ *м* и поднимается вертикально вверх с ускорением $a = 10$ *м/сек²*.

Определить:

1) Усилие T в тяге, если вес дна сосуда $G_1 = 50$ *кГ*, цилиндрической части $G_2 = 30$ *кГ* и крышки $G_3 = 20$ *кГ*.

2) Силу давления на дно сосуда, если вакуумметр, присоединенный к нижней точке сосуда, показывал $p = 0{,}3$ *ат*, когда сосуд был неподвижен.

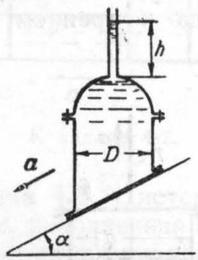
3) Построить эпюру давления жидкости по высоте в неподвижном сосуде и при ускоренном его движении.

Ответ. 1) $T = 778$ *кГ*. 2) $P = 1\,282$ *кГ*.

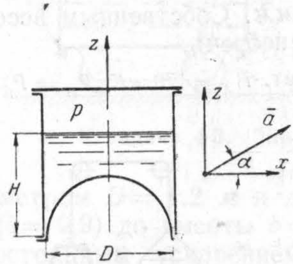
Задача 4-7. Вычислить величины горизонтальной и вертикальной сил давления на полусферическую крышку цилиндрического сосуда диаметром $D=0{,}6$ *м*, скользящего с ускорением $a=5$ *м/сек*^{2} по плоскости, наклоненной под углом $\alpha=60^\circ$ к горизонту, если сосуд заполнен водой до уровня $h=1$ *м* в открытой трубке, присоединенной к верхней точке сосуда.

Как изменятся эти силы, если сосуд остановить?

Ответ. $P_в=173{,}5$ *кГ*; $P_г=14{,}4$ *кГ*. Для неподвижного сосуда $P_в=311$ *кГ*; $P_г=0$.



К задаче 4-7.

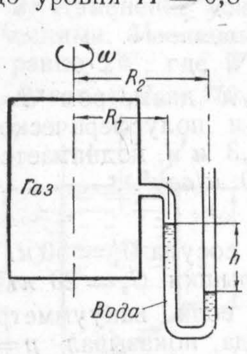


К задаче 4-8.

Задача 4-8. Закрытый цилиндрический сосуд диаметром $D=0{,}6$ *м*, имеющий полусферическое дно, наполнен до уровня $H=0{,}8$ *м* водой и движется прямолинейно под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту с постоянным ускорением $a=2g$.

Определить вертикальную и горизонтальную силы давления на дно, если избыточное давление газа над поверхностью воды в сосуде равно 0,2 *ати*.

Ответ. $P_в=905$ *кГ*; $P_г=98$ *кГ*.



К задаче 4-9.

Задача 4-9. Найти зависимость показания h водяного манометра (радиусы ветвей R_1 и R_2 заданы), присоединенного к замкнутому сосуду, который наполнен газом, находящимся под вакуумом $P_в$, от:

1) поступательного ускорения сосуда (a), направленного по вертикали вверх и вниз;

2) угловой скорости вращения сосуда (ω).

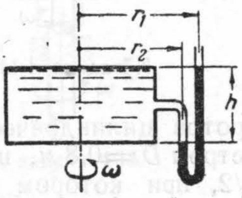
Ответ. 1) $h = \frac{p_в}{\gamma} \frac{1}{1 \pm \frac{a}{g}}$. 2) $h = \frac{p_в}{\gamma} - \frac{\omega^2}{2g}(R_2^2 - R_1^2)$.

Задача 4-10. Цилиндрический сосуд, заполненный водой, приведен во вращение с постоянной угловой скоростью $\omega = 10\ 1/сек$.

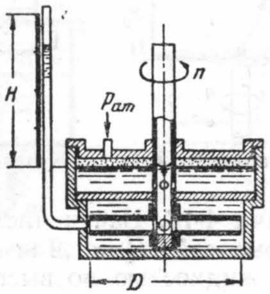
Найти наименьшее давление в воде, заполняющей сосуд, по показанию $h = 1\ м$ ртутного манометра, вращающегося вместе с сосудом, если $r_1 = 0{,}8\ м$; $r_2 = 0{,}7\ м$.

При какой угловой скорости равновесие жидкости в сосуде нарушится?

Ответ. 1) $p = 0{,}03\ атв.$ 2) $\omega = 13{,}2\ 1/сек$.



К задаче 4-10.



К задаче 4-11.

Задача 4-11. Вал жидкостного тахометра вращает диск, который увлекает во вращательное движение масло, находящееся в нижней полости корпуса прибора, куда оно поступает из верхней полости через радиальные отверстия полого вала. Создающееся в нижней полости повышенное за счет вращения давление измеряется пьезометром.

Определить высоту H шкалы пьезометра, необходимую для измерения числа оборотов вала тахометра $n = 300\ об/мин$, если диаметр диска $D = 0{,}2\ м$. Влиянием зазора между диском и корпусом прибора пренебречь.

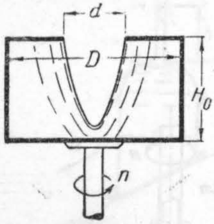
Ответ. $H = 0{,}504\ м$.

Задача 4-12. Цилиндрический сосуд с закраиной, имеющий диаметр $D = 400\ мм$ и высоту $H = 300\ мм$, предварительно целиком заполненный жидкостью, равномерно вращается относительно вертикальной оси, делая 200 *об/мин*.

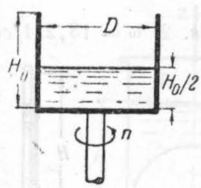
Какой объем жидкости может удержаться в сосуде при данном числе оборотов, если диаметр закраины $d = 200$ *мм*?

Какой наибольший объем жидкости удержится в сосуде при сколь угодно большом числе оборотов?

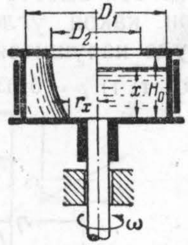
Ответ $W_1 = 34{,}2$ *л*; $W_2 = 28{,}26$ *л*.



К задаче 4-12.



К задаче 4-13.



К задаче 4-14.

Задача 4-13. Найти число оборотов цилиндрического сосуда высотой $H_0 = 1{,}2$ *м* и диаметром $D = 0{,}8$ *м*, наполненного жидкостью до высоты $H_0/2$, при котором жидкость поднимется до краев сосуда.

Определить число оборотов сосуда, при котором в нем останется лишь половина первоначального объема жидкости.

Ответ. $n_1 = 116$ *об/мин*; $n_2 = 163{,}5$ *об/мин*.

Задача 4-14. Тормозной шкив диаметром $D_1 = 800$ *мм* и высотой $H_0 = 200$ *мм*, вращающийся относительно вертикальной оси при $n = 120$ *об/мин*, наполнен охлаждающей водой до предела, соответствующего данному числу оборотов.

Определить:

1) Радиус r_x сухой части дна, если $D_2 = 500$ *мм*.

2) Силы, приложенные к верхнему и нижнему днищам.

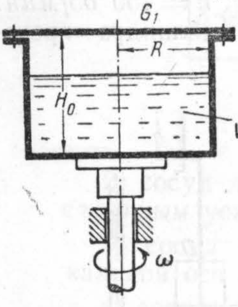
3) На какой высоте x установится вода после остановки шкива.

Ответ. 1) $r_x = 194$ *мм*. 2) $P_1 = 120$ *кГ*; $P_2 = 189$ *кГ*. 3) $x = 137$ *мм*.

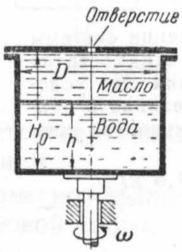
Задача 4-15. Замкнутый цилиндр размерами $R = 0,4$ *м* и $H_0 = 0,7$ *м* содержит воду в количестве $W = 0,25$ *м*^{3} и вращается относительно вертикальной оси с угловой скоростью $\omega = 10$ 1/*сек*; 20 1/*сек* и 100 1/*сек*.

Определить усилия, действующие при указанных оборотах на крышку цилиндра, если давление над водой равно атмосферному.

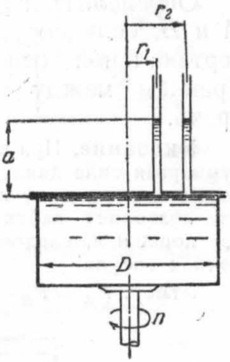
Ответ. $P = 18$ *кГ*; 296 *кГ* и 10 250 *кГ*.



К задаче 4-15.



К задаче 4-16.



К задаче 4-17.

Задача 4-16. Цилиндрический сосуд диаметром $D = 600$ *мм* и высотой $H_0 = 500$ *мм* заполнен водой до $h = 400$ *мм*. Остальной объем сосуда заполнен маслом ($\delta = 0,8$). Сосуд закрыт крышкой с малым отверстием в центре и приведен во вращение относительно центральной вертикальной оси.

Определить, с какой угловой скоростью ω нужно вращать сосуд для того, чтобы поверхность раздела жидкостей коснулась дна сосуда. Найти усилия, действующие при этом на дно и крышку сосуда.

Ответ. $\omega = 16,5$ 1/*сек*; $P_{кр} = 154,5$ *кГ*; $P_{дно} = 290$ *кГ*.

Задача 4-17. Цилиндрический сосуд диаметром $D = 1,2$ *м*, наполненный водой до высоты $a = 0,6$ *м* в пьезометрах одинакового диаметра, установленных на крышке сосуда на расстояниях $r_1 = 0,2$ *м* и $r_2 = 0,4$ *м* от оси, вращается с числом оборотов $n = 60$ *об/мин*.

Определить силу давления на крышку сосуда и указать, как она будет меняться качественно, если поочередно выключать пьезометры.

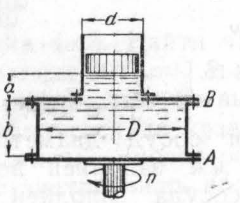
Ответ. $P = 860$ *кГ*.

Задача 4-18. Изображенный на чертеже сосуд имеет размеры $D = 0{,}4$ *м*; $d = 0{,}2$ *м*; $b = 0{,}35$ *м* и наполнен водой до высоты $a + b = 0{,}52$ *м*. Сверху сосуд закрыт поршнем, имеющим вес $G = 50$ *кГ*.

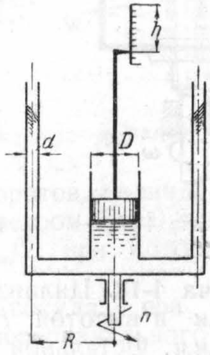
Определить гидравлические нагрузки болтовых групп A и B, если сосуд вращается относительно центральной вертикальной оси с числом оборотов $n = 450$ *об/мин*. Трением между поршнем и стенками цилиндра пренебречь.

Указание. При вращении системы суммарная сила давления жидкости на поршень равна весу поршня. Это условие позволяет найти давление в центре поршня и, следовательно, во всех точках сосуда.

Ответ. $P_A = P_B = 378{,}5$ *кГ*.



К задаче 4-18.



К задаче 4-19.

Задача 4-19. Жидкостный тахометр состоит из цилиндра, наполненного ртутью и сообщенного с двумя трубками малого диаметра d, расположенными на расстоянии R от оси. Цилиндр снабжен поршнем, имеющим диаметр D и вес G. Поршень перемещается при изменении числа оборотов тахометра.

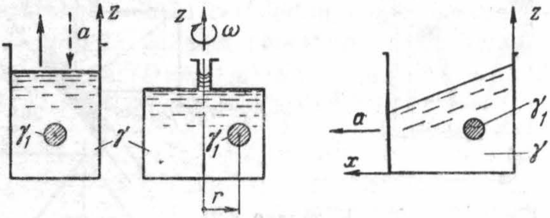
Установить связь между числом оборотов n тахометра и опусканием h поршня от его начального положения при невращающемся тахометре.

Ответ. $h = \dfrac{\pi^2}{2g \cdot 30^2} \cdot \dfrac{R^2 - \dfrac{D^2}{8}}{1 + \dfrac{D^2}{2d^2}}\, n^2.$

Задача 4-20. В жидкости удельного веса γ удерживается в равновесии тело удельного веса γ_1.

Определить, какое начальное ускорение a_0 по отношению к жидкости приобретет тело, если его освободить, при условии, что:

1) сосуд, содержащий жидкость, неподвижен;



К задаче 4-20.

2) сосуд движется вертикально (вверх или вниз) с постоянным ускорением a;

3) сосуд равномерно вращается относительно вертикальной оси с угловой скоростью ω;

4) сосуд движется горизонтально с постоянным ускорением a.

Указание. Начальное относительное ускорение a_0 тела массы m, помещенного в жидкость, определяется в случае относительного покоя по закону Ньютона:

$$ma_0 = \overline{P} + \overline{G} + \overline{J},$$

где $\overline{P}$ — сила давления жидкости на тело;

$\overline{G}$ — вес тела;

$\overline{J}$ — переносная сила инерции тела.

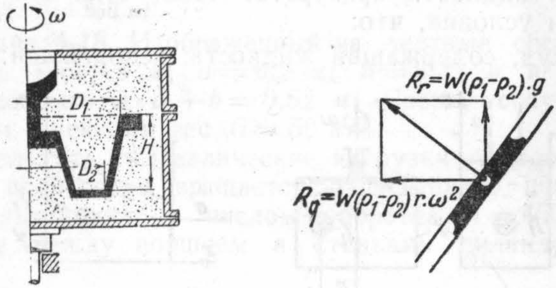
Определение величин силы $\overline{P}$ в разных случаях относительного покоя см. во введении.

Ответ. 1) $a_{0z} = -g\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_1}\right)$. 2) $a_{0z} = -(g \pm a)\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_1}\right)$.

3) $a_{0z} = -g\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_1}\right)$; $a_{0r} = \omega^2 r\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_1}\right)$.

4) $a_{0x} = -a\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_1}\right)$; $a_{0z} = -g\left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_1}\right)$.

Задача 4-21. Определить минимальное число оборотов литейной формы, при котором легкие включения имеют возможность выделиться из расплавленного ме-



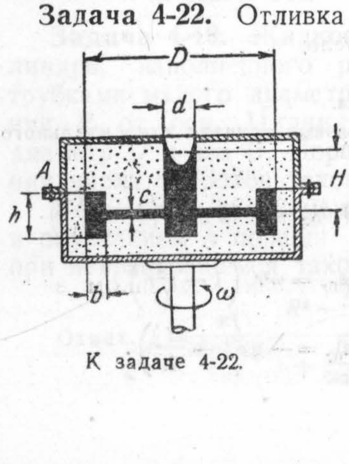
К задаче 4-21.

талла в середину формы, при следующих размерах отливаемой детали: $D_1=300$ *мм*; $D_2=200$ *мм*; $H=300$ *мм*.

Указание. Условия относительного движения легкой частицы во вращающейся литейной форме определяются действием на нее сил давления жидкого металла $\overline{P}$, собственного веса частицы $\overline{G}$ и переносной силы инерции $\overline{J}$. Направление результирующей $\overline{R}$ этих сил обеспечивает при любом числе оборотов перемещение легких включений по внутреннему наклонному и горизонтальному каналам формы к ее центру. По внешнему наклонному каналу (см. рис. к задаче 4-21) легкие включения могут перемещаться к центру формы лишь в том случае, когда результирующая $\overline{R}$ имеет составляющую, направленную вдоль стенки вниз.

Ответ. $n=231$ *об/мин.*

Задача 4-22. Отливка чугунного колеса диаметром $D=1\,000$ *мм*, с ободом высотой $h=200$ *мм* и толщиной $b=80$ *мм*, диском толщиной $c=40$ *мм* и ступицей диаметром $d=200$ *мм* производится во вращающуюся с $n=200$ *об/мин* земляную форму.



К задаче 4-22.

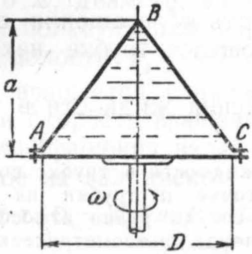
Определить растягивающую силу в болтовой группе *A* опоки, не учитывая веса опоки и земли. Высота заполнения формы $H = 300$ *мм*, удельный вес жидкого чугуна $\gamma = 7\,200$ $кГ/м^3$.

Ответ. $P_A = 17$ *т*.

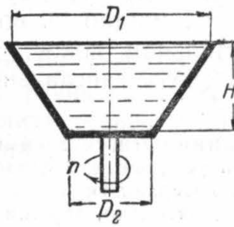
Задача 4-23. Определить силу давления на коническую боковую поверхность ABC и плоское дно AC сосуда, целиком заполненного водой и вращающегося с угловой скоростью $\omega = 20$ $1/сек$, если известно, что в верхней точке B сосуда вакуум равен $p_в = 0{,}2$ *ат*.

Размеры сосуда: $D = 1$ *м*; $a = 1$ *м*.

Ответ. $P_{ABC} = 956$ *кГ*; $P_{AC} = 1\,220$ *кГ*.



К задаче 4-23.

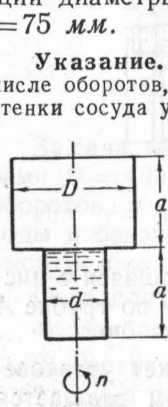


К задаче 4-24.

Задача 4-24. Определить наименьшее число оборотов, при котором полностью опорожнится предварительно заполненный жидкостью открытый конический сосуд, имеющий диаметры $D_1 = 460$ *мм*; $D_2 = 200$ *мм* и высоту $H_0 = 75$ *мм*.

Указание. Полное опорожнение сосуда произойдет при таком числе оборотов, когда свободная поверхность жидкости коснется стенки сосуда у его дна и вектор суммарной массовой силы, действующей на последнюю частицу жидкости в этой точке, окажется нормальным к стенке.

Ответ. $n = 71{,}7$ *об/мин*.



К задаче 4-25.

Задача 4-25. Сосуд, вращающийся относительно вертикальной оси, состоит из двух цилиндров одинаковой высоты $a = 200$ *мм* и диаметров $d = 150$ *мм* и $D = 300$ *мм*. Нижний цилиндр целиком заполнен жидкостью.

При каком числе оборотов жидкость начнет выливаться из сосуда?

Отметить качественное влияние размеров a, d и D сосуда на искомое число оборотов.

Ответ. $n = 252$ *об/мин.*

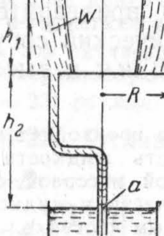
Задача 4-26. Цилиндрический сосуд радиуса $R = 250$ *мм* и высоты $h_1 = 300$ *мм*, заполненный объемом жидкости $W = 45$ *дм*^{3}, вращается относительно центральной вертикальной оси. Ко дну сосуда присоединена изогнутая трубка, ось нижнего конца которой совпадает с осью вращения сосуда. Конец трубки опущен под уровень неподвижной жидкости, расположенный ниже дна верхнего сосуда на $h_2 = 460$ *мм*.

1) Определить угловую скорость ω^* вращения сосуда, при которой жидкость во вращающейся трубке находится в относительном покое.

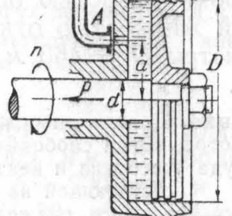
2) Выяснить направление движения жидкости в трубке при $\omega \lesseqgtr \omega^*$.

Указание. Относительный покой жидкости в трубке возможен только при условии, что давление в точке a трубки на уровне свободной поверхности в неподвижном сосуде равно атмосферному и что, следовательно, вершина параболоида пьезометрической поверхности проходит через эту точку.

Ответ. $\omega^* \approx 30$ *1/сек.*



К задаче 4-26.



К задаче 4-27.

Задача 4-27. Гидравлическая пята, вращающаяся с числом оборотов $n = 3\,000$ *об/мин*, получает воду по трубке A под давлением $p = 10$ *ати.*

Определить осевую силу P, которую может уравновешивать пята, считая, что вода под поршнем вращается с половиной угловой скорости вращения последнего.

Диаметр поршня $D = 0,32$ *м*, диаметр вала $d = 0,05$ *м*, трубка присоединена к корпусу пяты на расстоянии $a = 0,07$ *м* от оси.

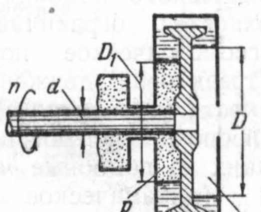
На каком расстоянии от оси нужно расположить трубку A, чтобы осевая сила, уравновешиваемая пятой, не зависела от оборотов?

Ответ. $P = 8,6$ *т*; $a = 0,113$ *м*.

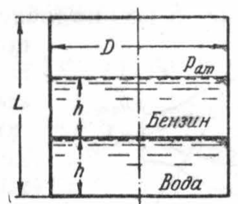
Задача 4-28. Определить диаметр D_1, на котором установится вода во внутренней полости гидравлического уплотнения вала воздушной машины, если диаметр вала $d = 0,15$ *м*, диаметр, на котором установилась вода в наружной полости уплотнения, $D = 0,3$ *м* и вакуум во внутренней полости $p_в = 0,7$ *ат*.

Вал вращается с числом оборотов $n = 2\,000$ *об/мин*, а угловая скорость вращения воды равна половине угловой скорости вращения вала. Определить осевое усилие, передаваемое на вал диском уплотнения.

Ответ. $D_1 = 20$ *см*; $P = 234,3$ *кГ*.



К задаче 4-28.



К задаче 4-29.

Задача 4-29. Замкнутый цилиндрический сосуд размерами $D = 400$ *мм* и $L = 400$ *мм*, вращающийся с числом оборотов $n = 3\,000$ *об/мин*, заполнен равными объемами воды и бензина ($\delta = 0,7$), образующими слои одинаковой высоты $h = 150$ *мм*.

Определить, пренебрегая весомостью жидкости:

1) Наибольшее давление в сосуде.

2) Растягивающие усилия P_1 и P_2 в осевом сечении сосуда и в сечении, перпендикулярном его оси.

Ответ. 1) $p_н = 12,8$ *ати*. 2) $P_1 = 20,6$ *т*; $P_2 = 5,52$ *т*.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

ГИДРОДИНАМИКА

Глава пятая

ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ. РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

ВВЕДЕНИЕ

1. Подобными называют такие потоки жидкости, у которых каждая характеризующая их физическая величина находится для любых сходственных точек в одинаковом отношении. Понятие гидродинамического подобия включает (рис. 5-1): подобие поверхностей, ограничивающих потоки (геометрическое подобие), подобие траекторий движения частиц жидкости (кинематическое подобие), пропорциональность сил, действующих на подобные частицы жидкости (динамическое подобие).

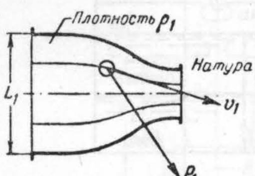


Рис. 5-1.

Отношения однородных физических величин, постоянные во всех сходственных точках подобных потоков, называют коэффициентами (масштабами) подобия. Соответственно принятым основным физическим величинам (длина L, время T и сила P в технической системе единиц) выделяют три основных коэффициента подобия: линейный масштаб $k_L = \frac{L_1}{L_2}$, масштаб времени $k_T = \frac{T_1}{T_2}$ и масштаб сил $k_P = \frac{P_1}{P_2}$. Масштабы всех остальных (производных) физических величин выражаются через основные в соответствии с формулами размерности этих величин (см. табл. 5-1); так,

Таблица 5-1

Размерности основных величин, используемых в гидравлике (техническая система единиц)

Величины	Обозначения	Размерности и единицы измерения
Геометрические:		
Длина	L, l	L [$м$]
Площадь	F	L^2 [$м^2$]
Объем	V	L^3 [$м^3$]
Кинематические:		
Время	T, t	T [$сек$]
Скорость	v, u, w	$\frac{L}{T}$ [$м/сек$]
Угловая скорость	ω	$\frac{1}{T}$ [$1/сек$]
Ускорение	a	$\frac{L}{T^2}$ [$м/сек^2$]
Расход	Q	$\frac{L^3}{T}$ [$м^3/сек$]
Кинематический коэффициент вязкости	ν	$\frac{L^2}{T}$ [$м^2/сек$]
Динамические:		
Сила	P	P [$кГ$]
Масса	M, m	$\frac{PT^2}{L}$ $\left[\frac{кГ \cdot сек^2}{м}\right]$
Плотность	ρ	$\frac{PT^2}{L^4}$ $\left[\frac{кГ \cdot сек^2}{м^4}\right]$
Удельный вес	γ	$\frac{P}{L^3}$ [$кГ/м^3$]
Динамический коэффициент вязкости	μ	$\frac{PT}{L^2}$ $\left[\frac{кГ \cdot сек}{м^2}\right]$
Работа, энергия	A	PL [$кГ \cdot м$]
Удельная энергия (напоры)	H	L $\left[\frac{кГ \cdot м}{кГ} = м\right]$
Мощность	N	$\frac{PL}{T}$ $\left[\frac{кГ \cdot м}{сек}\right]$

масштаб скоростей $k_v = \frac{k_L}{k_T}$, давлений $k_p = \frac{k_P}{k_L^2}$, плотностей $k_\rho = \frac{k_P \cdot k_T^2}{k_L^4}$ и т. д.

Из выражений для масштабов k_ρ и k_v можно получить зависимость для масштаба сил:

$$k_P = k_\rho k_v^2 k_L^2, \tag{5-1}$$

которая дает общий закон динамического подобия Ньютона:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_1 v_1^2 L_1^2}{\rho_2 v_2^2 L_2^2}. \tag{5-2}$$

Последний можно представить в форме:

$$\mathrm{Ne} = \frac{P}{\rho \cdot v^2 L^2} = \mathrm{idem}, \tag{5-3}$$

согласно которой безразмерная величина Ne (число Нью тона), пропорциональная отношению действующих на подобные частицы сил к силам инерции этих частиц, имеет одинаковое значение в сходственных точках подобных потоков.

2. Для рассматриваемых ниже установившихся движений однородных несжимаемых жидкостей необходимыми и достаточными условиями гидродинамического подобия являются:

а) геометрическое подобие граничных поверхностей, омываемых потоками (включая в некоторых случаях и подобие шероховатостей стенок);

б) подобие кинематических краевых условий (подобное распределение скоростей во входных и выходных сечениях рассматриваемых объектов — каналов, местных сопротивлений и т. д.);

в) одинаковые значения критериев подобия — безразмерных величин, пропорциональных отношениям сил инерции частиц жидкости к действующим на них силам вязкости (число Рейнольдса Re) и силам веса (число Фруда Fr)*.

Условием пропорциональности сил инерции и сил вязкости жидкости является одинаковое значение числа Re (критерия вязкостного подобия) для потоков в натуре и модели:

$$\mathrm{Re} = \frac{vL}{\nu} = \mathrm{idem}, \tag{5-4}$$

где v — характерная (обычно средняя в сечении) скорость;
L — характерный размер (обычно диаметр сечения D);
ν — кинематический коэффициент вязкости.

Условие (5-4) приводит к соотношению для коэффициентов подобия:

$$\frac{k_v k_L}{k_\nu} = 1 \tag{5-5}$$

и для скоростей в натуре и модели:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{L_2 \nu_1}{L_1 \nu_2}. \tag{5-6}$$

Условием пропорциональности сил инерции и сил веса жидкости является одинаковое значение числа Fr (критерия гравитационного подобия):

$$\mathrm{Fr} = \frac{v^2}{gL} = \mathrm{idem}. \tag{5-7}$$

Так как ускорение силы тяжести g в натуре и модели практически всегда одинаково (масштаб ускорений $k_g = 1$), условие (5-7) приводит к соотношению для коэффициентов подобия

$$\frac{k_v^2}{k_L} = 1 \tag{5-8}$$

и для скоростей в натуре и модели

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}. \tag{5-9}$$

---

* Силы поверхностного натяжения и упругости жидкости исключаются здесь из рассмотрения как несущественные в большинстве задач гидравлики.

Подобие потоков в натуре и модели требует одновременного выполнения условий (5-4) и (5-7) для чисел Re и Fr или условий (5-5) и (5-8) для коэффициентов подобия. Последнее возможно только тогда, когда масштабы линейных размеров и вязкостей находятся в соотношении

$$\frac{k_L^{3/2}}{k_\nu} = 1, \tag{5-10}$$

из которого следует, что в модели меньших по сравнению с натурой размеров должна применяться менее вязкая жидкость:

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^{3/2}. \tag{5-11}$$

При выполнении условий подобия все безразмерные характеристики потока, т. е. безразмерные комбинации различных физических величин (например, коэффициенты сопротивления ζ, скорости φ, расхода μ и т. д.) имеют в натуре и модели одинаковое численное значение.

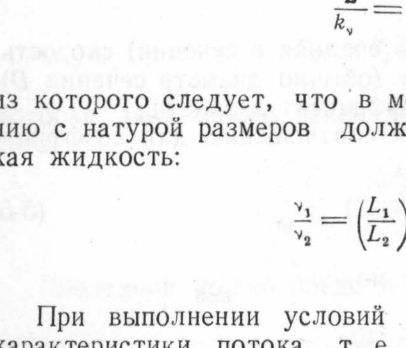


Рис. 5-2.

Моделируя поток некоторой жидкости при заданном геометрическом масштабе объектов k_L (рис. 5-2), необходимо применить в модели другую жидкость, вязкость которой будет удовлетворять условию (5-11). Выполнение при этом условия (5-9) для скоростей требует определенного соотношения между располагаемыми перепадами пьезометрических уровней (гидростатическими напорами) H для натурного объекта и его модели; так как по уравнению Бернулли любая характерная скорость может быть выражена как $v = \varphi\sqrt{2gH}$ (где φ — безразмерный коэффициент скорости), получаем:

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{L_1}{L_2}, \tag{5-12}$$

т. е. располагаемые гидростатические напоры должны быть пропорциональны линейным размерам объектов.

При выполнении условий подобия масштаб времени k_T для процессов течения в натуре и модели определяется принятым линейным масштабом k_L и масштабом скоростей, равным по формуле (5-8) $k_v = k_L^{1/2}$:

$$k_T = \frac{k_L}{k_v} = k_L^{1/2}.$$

Для масштаба сил имеем, исходя из формулы (5-1):

$$k_P = k_\rho k_v^2 k_L^2 = k_\rho k_L^3,$$

где k_ρ зависит от величин плотностей жидкостей в натуре и модели.

Указанные значения основных масштабов k_T и k_P определяют по формулам размерностей масштабы всех производных физических величин как функции двух независимых масштабов k_L и k_ρ; так, масштаб расходов $k_Q = \frac{k_L^3}{k_T} = k_L^{5/2}$, потерь напора $k_H = k_L$, давлений

$$k_p = \frac{k_P}{k_L^2} = k_\rho k_L \text{ и т. д.}$$

Если на жидкость в натуре и модели передается атмосферное давление (величина которого не моделируется), масштаб k_p определяет отношение не абсолютных, а избыточных давлений.

3. В большинстве случаев реализация условия (5-11) технически весьма затруднительна или невозможна. Поэтому в практике моделирования обычно осуществляют частичное подобие потоков, удовлетворяя критерию подобия

главных сил, наиболее существенных для рассматриваемого гидравлического явления.

Если характер движения в основном определяется свойствами инертности и весомости жидкости, а влияние вязкости относительно невелико (безнапорные русловые потоки, истечение маловязких жидкостей через большие отверстия и водосливы, волновые движения и т. д.), моделирование осуществляется по критерию гравитационного подобия. При этом выполняется условие (5-9) для скоростей, а условие равенства чисел Рейнольдса, приводящее к соотношению (5-11), не соблюдается (натура и модель работают обычно на одной и той же жидкости — воде). При моделировании по числу Fr масштабы всех физических величин (за исключением вообще произвольного k_ν) выражаются через два независимых масштаба k_L и k_ρ таким же образом, как и при выполнении условий полного подобия[1] (табл. 5-2).

4. В случае напорного движения жидкости (для которого характерно отсутствие свободной поверхности) силы веса не влияют на распределение скоростей в потоке, и для обеспечения кинематического подобия потоков выполнения условия гравитационного подобия не требуется. Вместе с тем характер движения существенно зависит от соотношения сил инерции и вязкости жидкости. Поэтому моделирование напорных потоков осуществляется по критерию вязкостного подобия. Скорости в натуре и модели должны при этом удовлетворять соотношению (5-6), определяясь выбранными по условиям эксперимента масштабами k_L и k_ν; если жидкости одинаковы ($k_\nu = 1$), то

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{L_2}{L_1}, \tag{5-13}$$

т. е. отношение скоростей в натуре и модели должно быть обратным отношению их размеров. Располагаемые гидро-

[1] Размеры модели (определяемые выбором масштаба k_L) должны при этом обеспечить достаточно большие значения числа Re, при которых влияние вязкости на поток в модели будет, как и в натуре, пренебрежимо малым.

Таблица 5-2

Соотношения коэффициентов подобия при различных законах моделирования

Коэффициент подобия	Моделирование по числу Fr	Моделирование по числу Re	Моделирование инерционных течений
Длина $k_L = \frac{L_1}{L_2}$	k_L	k_L	k_L
Площадь $k_F = \frac{F_1}{F_2}$	k_L^2	k_L^2	k_L^2
Объем $k_V = \frac{V_1}{V_2}$	k_L^3	k_L^3	k_L^3
Время $k_T = \frac{T_1}{T_2}$	$k_L^{1/2}$	$\frac{k_L^2}{k_\nu}$	$\frac{k_L}{k_v}$
Скорость $k_v = \frac{v_1}{v_2}$	$k_L^{1/2}$	$\frac{k_\nu}{k_L}$	k_v
Угловая скорость $k_\omega = \frac{\omega_1}{\omega_2}$	$\frac{1}{k_L^{1/2}}$	$\frac{k_\nu}{k_L^2}$	$\frac{k_v}{k_L}$
Ускорение $k_a = \frac{a_1}{a_2}$	1	$\frac{k_\nu^2}{k_L^3}$	$\frac{k_v^2}{k_L}$
Расход $k_Q = \frac{Q_1}{Q_2}$	$k_L^{5/2}$	$k_\nu \cdot k_L$	$k_v \cdot k_L^2$
Кинематический коэффициент вязкости $k_\nu = \frac{\nu_1}{\nu_2}$	—	k_ν	—
Сила $k_P = \frac{P_1}{P_2}$	$k_\rho \cdot k_L^3$	$k_\rho \cdot k_\nu^2$	$k_\rho \cdot k_v^2 \cdot k_L^2$
Плотность $k_\rho = \frac{\rho_1}{\rho_2}$	k_ρ	k_ρ	k_ρ
Работа, энергия $k_A = \frac{A_1}{A_2}$	$k_\rho \cdot k_L^4$	$k_\rho \cdot k_\nu^2 \cdot k_L$	$k_\rho \cdot k_v^2 \cdot k_L^3$
Перепад пьезометрических уровней, потери напора $k_H = \frac{H_1}{H_2}$	k_L	$\frac{k_\nu^2}{k_L^2}$	k_v^2
Мощность $k_N = \frac{N_1}{N_2}$	$k_\rho \cdot k_L^{7/2}$	$k_\rho \cdot \frac{k_\nu^3}{k_L}$	$k_\rho \cdot k_v^3 \cdot k_L^2$

статические напоры для натурного объекта и его модели должны находиться в отношении

$$\frac{H_1}{H_2}=\left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2\cdot\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2. \qquad (5\text{-}14)$$

Получаемые при этом значения масштаба времени

$$k_T=\frac{k_L}{k_v}=\frac{k_L^2}{k_\nu}$$

и масштаба сил

$$k_P=k_\rho k_v^2 k_L^2=k_\rho k_\nu^2$$

определяют масштабы всех физических величин как функции трех независимых масштабов k_L, k_ν и k_ρ (табл. 5-2).

Так как условие $\mathrm{Re}=\mathrm{idem}$ при наличии геометрического подобия определяет кинематическое подобие напорных потоков, безразмерные характеристики последних (коэффициенты сопротивления, расхода и др.) являются функциями Re*. Это же относится и к процессам истечения через малые отверстия и насадки, на которые весомость жидкости практически не влияет.

Для потоков в трубах число Re выражается в форме

$$\mathrm{Re}=\frac{vD}{\nu}, \qquad (5\text{-}15)$$

где $v=\frac{Q}{F}$ — средняя скорость (Q — расход и F — площадь сечения трубы);

$D=\frac{4F}{\chi}$ — гидравлический диаметр (χ — периметр сечения)[1];

ν — кинематический коэффициент вязкости жидкости (единицы вязкости см. в табл. 5-3).

* При турбулентном режиме течения в условия подобия как напорных, так и безнапорных потоков входит также подобие шероховатостей стенок каналов (см., например, график приложения 4, дающий для коэффициента сопротивления трения в трубах зависимость $\lambda=f\left(\mathrm{Re},\ \frac{\Delta}{D}\right)$, где Δ — абсолютная шероховатость).

[1] Для круглой трубы гидравлический диаметр равен геометрическому.

Таблица 5-3

Сводка единиц вязкости

Коэффициент вязкости	Физическая система	Техническая система	Переводные множители
Динамический μ	$1\,\frac{дина\cdot сек}{см^2}=1\,пуаз\,(пз)=$ $=100\,сантипуаз(спз)$	$1\,\frac{кГ\cdot сек}{м^2}$	$1\,\frac{кГ\cdot сек}{м^2}=$ $=98{,}1\,пуаз\,(пз)$
Кинематический ν $\left(\nu=\frac{\mu}{\rho}\right)$	$1\,\frac{см^2}{сек}=1\,стокс\,(ст)=$ $=100\,сантистокс\,(сст)$	$1\,\frac{м^2}{сек}$	$1\,\frac{м^2}{сек}=$ $=10^4\,стокс\,(ст)$

Являясь основным критерием подобия напорных потоков, число Re определяет режим движения жидкости в трубопроводах.

При $Re < Re_{кр}$ ($Re_{кр}$ — критическое значение числа Рейнольдса) существует ламинарный режим течения, при $Re > Re_{кр}$ — турбулентный. Значения $Re_{кр}$ для сечений различной формы находятся в интервале $Re_{кр} = 2\,000 - 3\,000$ (так называемая критическая зона).

5. При достаточно больших значениях Re силы вязкостного трения, действующие в турбулентном потоке, становятся исчезающе малыми по сравнению с силами инерции частиц жидкости (зона турбулентной автомодельности). Безразмерные характеристики потока, в частности, коэффициенты потерь на трение λ и коэффициенты местных сопротивлений ζ, в этой зоне не зависят от числа Re, что определяет наличие квадратичного закона сопротивления трубопровода. Аналогичная особенность присуща также и процессам истечения через малые отверстия и насадки, безразмерные характеристики которых (коэффициенты истечения) в зоне больших значений Re остаются практически постоянными (квадратичная зона истечения).

Потоки, характер которых определяется свойством инертности жидкости и не зависит от ее вязкости и весомости, называют инерционными. Для таких потоков условия подобия, выражаемые соотношениями (5-5) и (5-8), отсутствуют и, следовательно, масштабы k_L, k_ν и k_v независимы[1]. Выбор при моделировании значений масштабов k_L, k_v и k_ρ определяет величины основных масштабов — времени $k_T = \frac{k_L}{k_v}$ и сил $k_P = k_\rho k_v^2 k_L^2$, а следовательно, и масштабы всех производных физических величин по формулам их размерностей (табл. 5-2). Располагаемые гидростатические напоры натурного объекта и его модели должны находиться в отношении, определяемом выбранным масштабом скоростей k_v:

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2.$$

В этом же отношении будут находиться перепады пьезометрических уровней и потери напора[2].

Соотношения масштабов (коэффициентов подобия) ряда величин при различных законах моделирования приводятся в табл. 5-2. Исходными коэффициентами, через которые по указанным выше правилам выражаются остальные, приняты масштабы линейных размеров k_L, плотностей k_ρ и вязкостей k_ν, так как они непосредственно определяются выбором размеров модели и применяемой в ней жидкости[3]. Данные этой таблицы, представляя сводку правил для пересчета характеристик подобных потоков, облегчают решение задач на гидравлическое моделирование.

ЗАДАЧИ*

Задача 5-1. Сопротивление участка водопроводной трубы диаметром $d = 50$ *мм* с отводами и арматурой

---

[1] Величины этих масштабов должны выбираться с таким расчетом, чтобы значения числа Re в модели отвечали ее работе в зоне турбулентной автомодельности.

[2] Так как при моделировании напорных потоков по числу Re гравитационное подобие отсутствует, поля давлений в натуре и модели оказываются неподобными (масштаб давлений k_p в различных точках неодинаков).

[3] Ускорение силы тяжести принято одинаковым для натуры и модели.

* В тексте задач величины, относящиеся к модели, обозначены индексом „м".

необходимо перед установкой проверить в лаборатории путем испытаний на воздухе.

Определить:

1) С какой скоростью $v_м$ следует вести продувку, сохраняя вязкостное подобие, если скорость воды в трубе будет равна $v = 2{,}5$ *м/сек*.

2) Какова будет потеря напора $h_п$ (в метрах водяного столба) при работе трубы на воде с указанной скоростью, если при испытании на воздухе потеря давления оказалась равной $\Delta p_м = 0{,}085$ *кГ/см²*.

Значения кинематического коэффициента вязкости (при $t = 20°$ С) для воздуха $\nu = 0{,}156$ *см²/сек* и воды $\nu = 0{,}01$ *см²/сек*, удельный вес воздуха $\gamma = 1{,}166$ *кГ/м³*.

Ответ. $v_м = 39$ *м/сек*; $h_п = 3$ *м вод. ст.*

Задача 5-2. Требуется определить аэродинамическое сопротивление автомобиля (высотой $h = 1{,}5$ *м*) путем продувки его модели в аэродинамической трубе.

Определить:

1) Каков должен быть размер модели $h_м$ для соблюдения подобия (равенство Re), если максимальная скорость движения автомобиля равна $v = 108$ *км/ч*, а скорость продувки ограничена величиной $v_м = 45$ *м/сек*.

2) Какую силу лобового сопротивления P будет испытывать автомобиль при максимальной скорости движения, если для модели при максимальной скорости продувки эта сила найдена равной $P_м = 150$ *кГ*.

Вязкость и плотность воздуха принимать для натуры и модели одинаковыми.

Ответ. $h_м = 1$ *м*; $P = 150$ *кГ*.

Задача 5-3. Для получения характеристик дискового затвора произведены испытания его модели диаметром $D_м = 250$ *мм* на воздухе. При расходе воздуха $Q_м = 1{,}6$ *м³/сек* (удельный вес $\gamma = 1{,}25$ *кГ/м³*) для определенного угла установки затвора α получены данные:

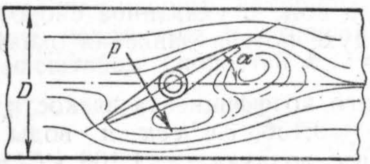
1) потеря напора в модели $h_{п.м} = 275$ *мм вод. ст.*;

2) сила действия потока на затвор $P_м = 14$ *кГ*;

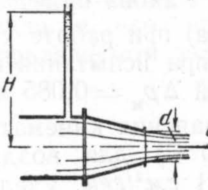
3) момент этой силы относительно оси вращения затвора $M_м = 0{,}3$ *кГ·м*.

Предполагая, что испытания модели произведены в зоне турбулентной автомодельности, определить для затвора в натуре потерю напора, силу и момент действия потока на затвор диаметром $D = 2{,}5$ *м* при расходе воды $Q = 8$ *м³/сек* и том же угле установки.

Ответ. $h_п = 0{,}55$ *м вод. ст.*; $P = 2\,800$ *кГ*; $M = 600$ *кГ·м*.



К задаче 5-3.



К задаче 5-4.

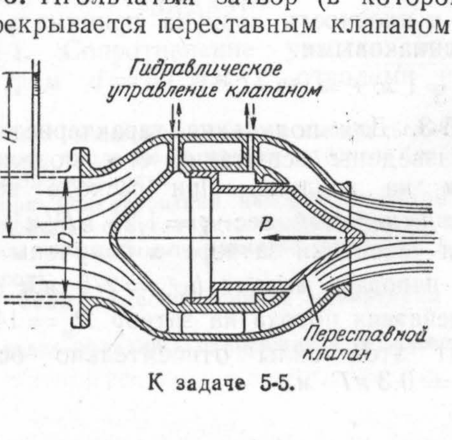
Задача 5-4. При испытании на воде модели насадка, выходной диаметр которого $d_м = 30$ *мм*, под статическим напором $H_м = 50$ *м* получены расход $Q_м = 18$ *л/сек* и средняя скорость в сжатом сечении струи $v_м = 30$ *м/сек*.

Каков должен быть выходной диаметр d насадка в натуре и под каким напором H он должен работать на воде, чтобы получить $Q = 100$ *л/сек* и $v = 60$ *м/сек*?

Считать, что испытания модели произведены в зоне турбулентной автомодельности, в силу чего коэффициенты истечения для модели и натуры одинаковы.

Ответ. $d = 50$ *мм*; $H = 200$ *м*.

Задача 5-5. Игольчатый затвор (в котором выходное отверстие перекрывается переставным клапаном обтекаемой



К задаче 5-5.

формы) имеет в натуре входной диаметр $D=2$ *м* и работает под статическим напором воды $H=100$ *м*. При испытании на воде модели затвора, входной диаметр которой $D_м=0{,}2$ *м*, под статическим напором $H_м=6$ *м* получены расход $Q_м=206$ *л/сек* и сила действия потока на полностью открытый клапан $P_м=60$ *кГ*.

Определить:

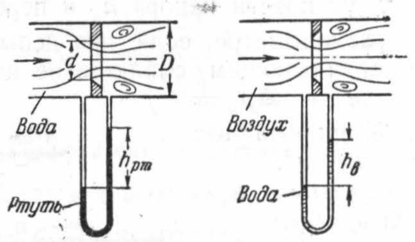
1) Какой расход Q будет пропускать затвор в натуре.

2) Какая сила P будет действовать на клапан натурного затвора.

Считать, что модель испытана в зоне турбулентной автомодельности.

Ответ. $Q=84$ *м³/сек*; $P=100$ *т*.

Задача 5-6. Диафрагма размерами $d=100$ *мм* и $D=200$ *мм*, предназначенная для измерения расхода воздуха, тарируется путем испытания на воде. В результате испытаний получено, что минимальный расход воды, начи-



К задаче 5-6.

ная с которого коэффициент расхода диафрагмы остается постоянным, равен $Q_{мин}=16$ *л/сек* и при этом показание ртутного дифманометра, измеряющего перепад давлений на диафрагме, равно $h_{рт}=45$ *мм*.

Определить:

1) $Q_{мин}$ при работе диафрагмы на воздухе.

2) Соответствующее этому расходу воздуха показание водяного дифманометра $h_в$, присоединенного к диафрагме в тех же точках.

Кинематический коэффициент вязкости воды $\nu=10^{-6}$ *м²/сек*, динамический коэффициент вязкости воздуха $\mu = 1{,}855 \cdot 10^{-6}$ *кГ·сек/м²* и его удельный вес $\gamma = 1{,}166$ *кГ/м³*.

Указание. Значениям расхода $Q_{мин}$ при работе диафрагмы на различных жидкостях отвечает одинаковая величина числа Рейнольдса, представляющая границу зоны турбулентной автомодельности.

Ответ. $Q_{мин} = 250$ *л/сек*; $h_в = 160$ *мм вод. ст.*

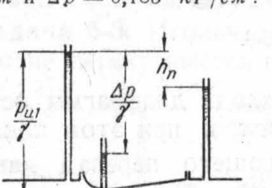
Задача 5-7. Труба Вентури с входным диаметром $D = 300$ *мм* и горловиной $d = 150$ *мм*, предназначенная для измерения расхода керосина, тарируется путем испытания на воде ее модели, выполненной в масштабе 1 : 3 от натуры.

Определить:

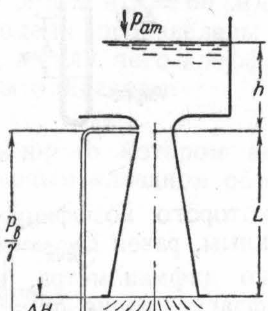
1) Каким должен быть расход воды $Q_м$ в модели для соблюдения подобия, если расход керосина в натурной трубе равен $Q = 100$ *л/сек*; значения кинематического коэффициента вязкости воды ($t = 20°$ C) $\nu = 0{,}01$ *ст* и керосина (10° C) $\nu = 0{,}045$ *ст*.

2) Каковы будут потери напора $h_п$ и перепад давлений Δp в натурном расходометре, если при испытании модели на расходе, обеспечивающем соблюдение подобия, получено $h_{п.м} = 0{,}2$ *м* и $\Delta p_м = 0{,}1$ *кГ/см²*. Удельный вес керосина $\gamma = 820$ *кГ/м³*.

Ответ. $Q_м = 7{,}4$ *л/сек*; $h_п = 0{,}45$ *м* и $\Delta p = 0{,}185$ *кГ/см²*.



К задаче 5-7.



К задаче 5-8.

Задача 5-8. По вертикально расположенному диффузору длиной $L = 500$ *мм* вода должна вытекать в атмосферу из открытого резервуара, уровень в котором $h = 0{,}5$ *м*.

Для предварительного определения пропускной способности диффузора производятся испытания его модели, выполненной в масштабе 1:2 от натуры. Закон моделирования выбран исходя из того, что поток в диффузоре является напорным, и его характер определяется только свойствами инертности и вязкости жидкости.

Определить:

1) Каков должен быть при испытании модели на воде уровень $h_м$ в резервуаре опытной установки.

2) Какой расход Q будет пропускать диффузор в натуре, если при испытании модели получен расход $Q_м = 30$ *л/сек*.

3) Какой вакуум $p_в$ будет во входном сечении натурного диффузора, если при испытании модели вакуум в этом сечении оказался равным $p_{в.м} = 0{,}825$ *ат*.

Указание. Условие равенства чисел Рейнольдса приводит (в случае одинаковых жидкостей) к соотношению для перепада пьезометрических уровней в диффузоре:

$$\frac{\Delta H_{ст}}{\Delta H_{ст.м}} = \frac{\dfrac{p_в}{\gamma} - L}{\left(\dfrac{p_в}{\gamma}\right)_м - L_м} = \frac{1}{k_L^2},$$

где $k_L = \dfrac{L}{L_м}$ — коэффициент геометрического подобия.

Ответ. $h_м = 3{,}75$ *м*; $Q = 60$ *л/сек*; $p_в = 0{,}25$ *ат*.

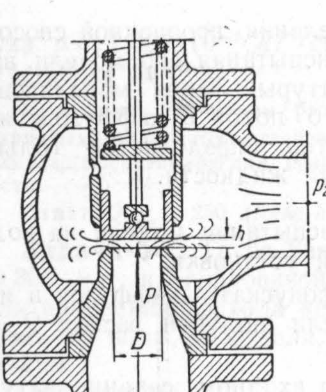
Задача 5-9. Предохранительный клапан диаметром $D_м = 20$ *мм* пропускает при открытии $h_м = 2$ *мм* под перепадом давлений $\Delta p_м = p_1 - p_2 = 5$ *кГ/см²* расход масла ($\gamma_м = 880$ *кГ/м³* и $\nu_м = 2\,ст$), равный $Q_м = 3$ *л/сек*. При этом сила давления, действующая на клапан, $P_м = 8$ *кГ*.

Определить:

1) Диаметр D клапана, пропускающего при соблюдении условий подобия (равенство относительных открытий h/D и чисел Re) расход масла ($\gamma = 880$ *кГ/м³* и $\nu = 4\,ст$), равный $Q = 9$ *л/сек*.

2) Каков должен быть при этом перепад давлений Δp и какова будет сила давления P на клапан.

Ответ. $D = 30$ *мм*; $\Delta p = 8{,}9$ *кГ/см²*; $P = 32$ *кГ*.



К задачам 5-9 и 5-10.

Задача 5-10. Предохранительный клапан диаметром $D_м = 25$ *мм* при открытии $h_м = 2$ *мм* пропускает расход масла $Q_м = 5$ *л/сек* под перепадом давлений $\Delta p_м = p_1 - p_2 = 10$ *кГ/см²*. При этом сила давления на клапан $P_м = 15$ *кГ*.

Как следует изменить диаметр клапана, чтобы при увеличении расхода той же жидкости в 4 раза требуемый перепад давлений увеличился только в 2 раза? Найти открытие клапана h и действующую на него силу P.

Считать, что клапан работает в квадратичной зоне сопротивления.

Ответ. $D = 42$ *мм*; $h = 3{,}35$ *мм*; $P = 85$ *кГ*.

Задача 5-11. Путем модельных испытаний необходимо установить минимальное заглубление $h_{мин}$ всасывающей трубы насоса под уровнем нефти в резервуаре с тем, чтобы не возникало воронки и не происходило засасывания воздуха.

Насос в натуре откачивает $Q = 140$ *л/сек* нефти ($\nu = 0{,}75$ *ст*) по трубе диаметром $d = 250$ *мм*. Испытания производятся на геометрически подобной модели, линейный масштаб которой принят равным 1:5 от натуры.

Так как условия входа нефти в трубу определяются в данном случае совместным влиянием свойств инертности, вязкости и весомости жидкости, при моделировании необходимо соблюдать равенство чисел Рейнольдса и Фруда.

Определить:

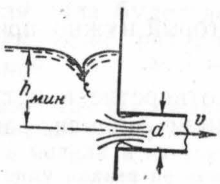
1) Какова должна быть вязкость $\nu_м$ жидкости, используемой в модели.

2) Каков должен быть для модели откачиваемый расход $Q_м$ и какова будет при этом скорость $v_м$ в трубе.

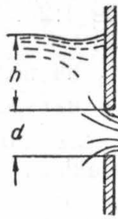
3) При какой глубине $h_{мин}$ начнет образовываться воронка в натуре, если для модели испытания дали $h_{мин.м} = 60$ *мм*.

В качестве модельной жидкости можно применять водный раствор глицерина, меняющий вязкость в зависимости от соотношения компонентов (при $t = 20^\circ$ С) от $\nu = 0{,}01$ *ст* (вода) до $\nu = 8$ *ст* (глицерин).

Ответ. $\nu_м = 0{,}067$ *ст*; $Q_м = 2{,}5$ *л/сек* и $v_м = 1{,}27$ *м/сек*; $h_{мин} = 300$ *лм.*



К задаче 5-11.



К задаче 5-12.

Задача 5-12. Истечение керосина ($\nu = 0{,}045$ *ст*) через отверстие диаметром $d = 75$ *мм* моделируется на воде ($\nu_м = 0{,}01$ *ст*) при соблюдении вязкостного и гравитационного подобия.

Определить:

1) Диаметр отверстия $d_м$ для модели.

2) В каком отношении должны находиться высоты уровней для натуры h и модели $h_м$?

3) В каком отношении при выполнении этих условий будут находиться расходы Q и $Q_м$?

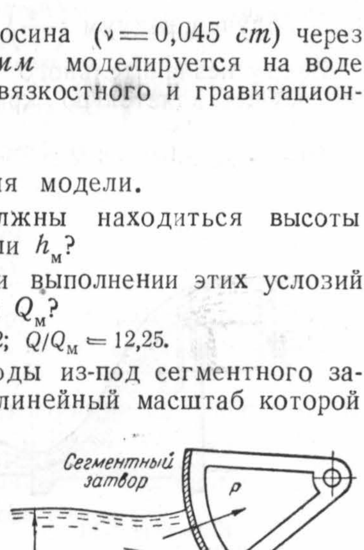
Ответ. $d_м = 27{,}5$ *мм*; $h/h_м = 2{,}72$; $Q/Q_м = 12{,}25$.

Задача 5-13. Истечение воды из-под сегментного затвора изучается на модели, линейный масштаб которой относительно натуры принят равным 1:10.

Определить:

1) Какой уровень $H_м$ следует поддерживать перед затвором в модели, если в натуре $H = 4$ *м*.

2) Каковы будут расход Q и скорость v в сжатом сече-



К задаче 5-13.

нии для затвора в натуре, если при испытании модели получены: $Q_м = 155$ *л/сек* и $v_м = 1{,}3$ *м/сек*.

3) Какова сила действия потока на затвор, если для модели она оказалась равной $P_м = 5{,}5$ *кГ*.

Моделирование осуществляется по критерию Фруда.

Ответ. $H_м = 400$ *мм*; $Q = 49$ *м³/сек* и $v = 4{,}1$ *м/сек*; $P = 5{,}5$ *т*.

Задача 5-14. Водосливная плотина исследуется в лаборатории на геометрически подобной модели, выполненной в масштабе 1:20.

Определить:

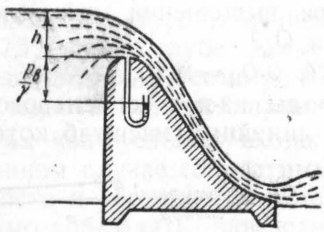
1) Напор $h_м$ на водосливе, который нужно принять для модели, если в натуре будет $h = 3$ *м*.

2) Расход через водосливное отверстие в натуре, если расход, полученный при испытании модели, равен $Q_м = 0{,}19$ *м³/сек*.

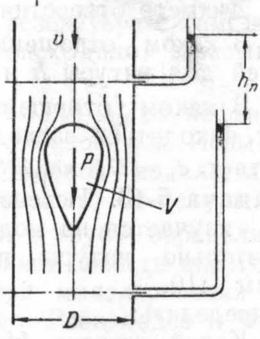
3) Вакуум на гребне водослива в натуре, если на модели получен вакуум $\left(\frac{p_в}{\gamma}\right)_м = 200$ *мм вод. ст.*

Ввиду незначительного влияния вязкости моделирование осуществляется по критерию Фруда.

Ответ. $h_м = 150$ *мм*; $Q = 340$ *м³/сек*; $\frac{p_в}{\gamma} = 4$ *м вод.ст.*



К задаче 5-14.



К задаче 5-15.

Задача 5-15. В результате исследования на модели обтекания симметричного тела объемом $V_м = 2$ *дм³*, помещенного в вертикальный канал диаметром $D_м = 200$ *мм*, получено при скорости воды в канале $v_м = 10$ *м/сек*, что местная потеря напора на опытном участке канала равна $h_{п.м} = 5$ *м вод. ст.* и сила, действующая на тело, $P_м = 8$ *кГ* (направлена по потоку вниз).

Определить, считая, что испытания модели произведены в зоне турбулентной автомодельности:

1) Каковы будут потеря напора $h_п$ и сила P, действующая на геометрически подобное тело, в натурном канале диаметром $D = 500$ *мм* при скорости $v = 8$ *м/сек*?

2) При какой скорости v сила P будет равна нулю?

3) Какая сила будет действовать на тело при скорости $v = 8$ *м/сек*, если натурный канал будет расположен горизонтально?

Указание. Так как гравитационное подобие отсутствует (числа Фруда для модели и натуры неодинаковы), поля давлений на поверхности тела в модели и натуре неподобны и действующую на тело суммарную силу нельзя пересчитывать по закону динамического подобия. Этому закону будет удовлетворять только сила лобового сопротивления, возникающая при обтекании тела, которая равна разности векторов суммарной силы P и архимедовой силы $P_а = \gamma V$, обусловленной весомостью жидкости. Так как в условиях задачи эти силы при вертикальном положении канала направлены противоположно, получаем для пересчета сил:

$$\frac{P + \gamma V}{P_м + \gamma_м V_м} = \frac{\rho v^2 D^2}{\rho_м v_м^2 D_м^2},$$

где

$$\frac{V}{V_м} = \frac{D^3}{D_м^3}.$$

Ответ. 1) $h_п = 3{,}2$ *м*; $P = 9$ *кГ*. 2) $v = 7$ *м/сек*. 3) горизонтальная сила (лобовое сопротивление) $P = 40$ *кГ*; вертикальная (архимедова) $P = 31$ *кГ*, суммарная $P = 50{,}5$ *кГ*.

Задача 5-16. Модель холостого выпуска гидротурбины с размером клапана $D_м = 0{,}2$ *м* испытана на воздухе ($\gamma = 1{,}25$ *кГ/м³*) под избыточным давлением $p_и = 400$ *мм вод. ст.* При полном открытии клапана $s_м = 100$ *мм* получен расход $Q_м = 1{,}6$ *м³/сек*; при открытии $s_м = 20$ *мм* получена максимальная сила действия потока на клапан (возникающая за счет динамического разрежения на его торце), равная $P_м = 5$ *кГ*.

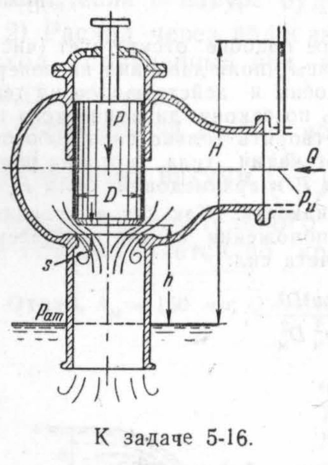
Определить для натурного холостого выпуска диаметром $D = 0{,}5$ *м*, работающего на воде под статическим напором $H = 32$ *м* (считая, что испытания модели произведены в квадратичной зоне сопротивления):

1) Расход Q при полном открытии клапана.

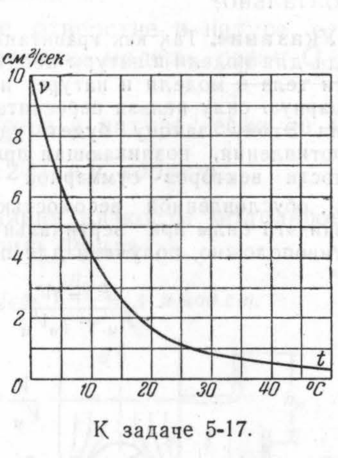
2) Максимальную силу P, действующую на клапан, если высота его расположения над уровнем воды $h = 3$ *м*.

Указание. При определении силы P следует учитывать, что, помимо динамического разрежения, на торце клапана в натуре возникает статическое разрежение γh, приводящее к появлению дополнительной статической силы $P_{ст} = \gamma h \frac{\pi D^2}{4}$.

Ответ. $Q = 3{,}16$ *м³/сек*; $P = 3{,}09$ *т*.



К задаче 5-16.



К задаче 5-17.

Задача 5-17. Машинное масло, для которого задана зависимость кинематического коэффициента вязкости ν от температуры, прокачивается по трубке диаметром $d = 20$ *мм* в количестве $Q = 4$ *л/сек*.

Определить режим движения при $t = 10°$ С и $t = 40°$ С и указать температуру, отвечающую критическому значению числа Рейнольдса ($Re_{кр} = 2\,300$).

Ответ. $t = 10°$ С — ламинарный; $t = 40°$ С — турбулентный; $t_{кр} = 25°$ С.

Задача 5-18. В поверхностном конденсаторе паровой турбины суммарный расход охлаждающей воды $Q =$

$=8$ *л/сек* проходит по 250 параллельным трубкам, между которыми движется конденсируемый пар.

Каков максимальный допустимый диаметр трубок, при котором в них еще будет турбулентное движение (обеспечивающее лучшую теплопередачу, чем ламинарное)? Для нижней границы турбулентного режима принять $\mathrm{Re}_{кр}=3\,000$.

Температура воды $t=10°$ C ($\nu=0{,}013$ *ст*).

Ответ. $d_{макс}=10$ *мм*.

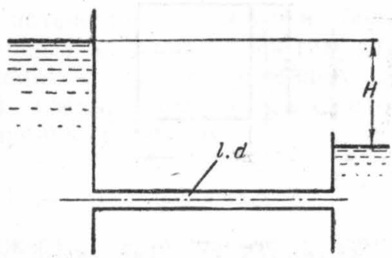
Задача 5-19. В трубопроводе диаметром d и длиной l под статическим напором H движется жидкость с кинематическим коэффициентом вязкости ν. Получить выражение для критического напора, при котором происходит смена ламинарного режима турбулентным, учитывая в трубопроводе только потери на трение.

Указание. Воспользоваться формулой для потерь на трение при ламинарном режиме:

$$H=\frac{32\cdot\nu l v}{gd^2},$$

имея в виду, что критический напор $H_{кр}$ соответствует критической скорости $v_{кр}$.

Ответ. $H_{кр}=\dfrac{32\nu^2 l\,\mathrm{Re}_{кр}}{gd^3}$.



К задачам 5-19 и 5-20.

Задача 5-20. Установить режим течения нефти ($\nu=2{,}5$ *ст*) по трубопроводу длиной $l=1\,000$ *м*, который при располагаемом статическом напоре $H=40$ *м* должен пропускать расход $Q=60$ *л/сек*.

Найти минимальное значение $\nu_{мин}$, при котором в трубопроводе будет еще ламинарный режим, приняв $\mathrm{Re}_{кр}=2\,000$.

Указание. Воспользовавшись формулами для потери напора при ламинарном режиме

$$H=\frac{128\cdot\nu l Q}{\pi g d^4}$$

и для числа Рейнольдса

$$\mathrm{Re}=\frac{4Q}{\pi d\nu},$$

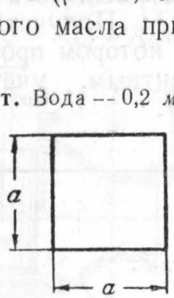
находим выражение критического напора через расход, не содержащее диаметра трубы:

$$H_{кр} = \frac{\pi^3 \nu^5 l \mathrm{Re}_{кр}^4}{2gQ^3}.$$

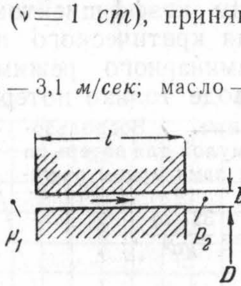
Ответ. $H_{кр} = 113$ *м* — режим ламинарный; $\nu_{мин} = 2$ *ст.*

Задача 5-21. Для квадратной трубки со стороной $a = 10$ *мм* определить критическую скорость движения воды при $t = 20°$ С ($\nu = 0{,}01$ *ст*), воздуха при $p = 1$ *ата* и $t = 20°$ С ($\mu = 1{,}855 \cdot 10^{-6}$ *кГ·сек/м²*, $\gamma = 1{,}166$ *кГ/м³*) и турбинного масла при $t = 20°$ С ($\nu = 1$ *ст*), приняв $\mathrm{Re}_{кр} = 2\,000$.

Ответ. Вода — 0,2 *м/сек*; воздух — 3,1 *м/сек*; масло — 20 *м/сек.*



К задаче 5-21.



К задачам 5-22 и 5-23.

Задача 5-22. Для узкой кольцевой щели диаметром $D = 250$ *мм* и шириной $b = 1$ *мм* определить минимальный расход воды температурой 10° С ($\nu = 0{,}013$ *ст*), при котором сохраняется турбулентный режим; принять в качестве нижней границы этого режима $\mathrm{Re}_{кр} = 3\,000$.

Будет ли влиять b на величину критического расхода (при сохранении условия, что $b/D \ll 1$)?

Ответ. $Q_{кр} = 1{,}5$ *л/сек* независимо от b.

Задача 5-23. Определить в общем виде для узкой кольцевой щели диаметром D, шириной b и длиной l критический перепад давлений $\Delta p = p_1 - p_2$, соответствующий смене режимов движения жидкости с заданными характеристиками (плотность ρ, вязкость μ). Подсчитать $\Delta p_{кр}$ в частном случае: $D = 250$ *мм*, $b = 0{,}5$ *мм*, $l = 100$ *мм* для воды ($\nu = 0{,}01$ *ст*), приняв $\mathrm{Re}_{кр} = 3\,000$.

Указание. Принимать, что перепад Δp целиком поглощается сопротивлением трения:

$$\Delta p = \frac{12\nu l v \gamma}{g b^2},$$

где v — средняя скорость в щели.

Ответ. $\Delta p_{\text{кр}} = \frac{6\rho\nu^2 l}{b^3} \text{Re}_{\text{кр}}$; $\Delta p_{\text{кр}} = 0{,}15$ *ати.*

Глава шестая

ИСТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ОТВЕРСТИЯ, НАСАДКИ И ВОДОСЛИВЫ

ВВЕДЕНИЕ

1. При установившемся истечении жидкости из большого открытого резервуара через круглое отверстие, размер которого мал по сравнению с его заглублением под уровнем жидкости (рис. 6-1), средняя скорость в сжатом сечении струи равна по уравнению Бернулли

$$v = \varphi \sqrt{2gH}, \tag{6-1}$$

где H — глубина центра тяжести сжатого сечения струи под уровнем (напор истечения)[1];

φ — безразмерный коэффициент скорости, определяемый из выражения

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \zeta}}. \tag{6-2}$$

Здесь α — коэффициент кинетической энергии в сжатом сечении струи и ζ — коэффициент сопротивления отверстия, выражающий потерю напора при истечении в долях скоростного напора струи, подсчитанного по средней скорости.

---

[1] Так как сжатое сечение находится на расстоянии $l \approx \frac{d_0}{2}$ от плоскости отверстия, напор истечения для малого отверстия $\left(\frac{d_0}{H} \ll 1\right)$ можно приближенно относить к его центру.

В общем случае истечения из замкнутого резервуара в газообразную среду (рис. 6-2) напор истечения H представляет

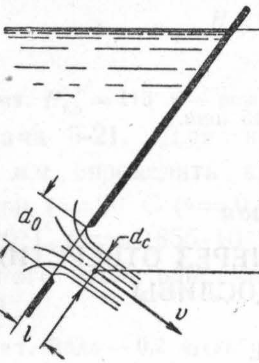


Рис. 6-1.

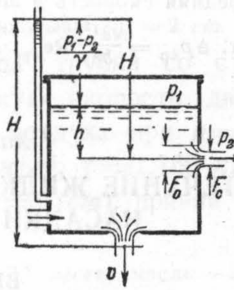


Рис. 6-2.

ставляет разность значений гидростатического напора в резервуаре и в центре сжатого сечения струи:

$$H = h + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}, \tag{6-3}$$

где h — глубина центра сжатого сечения струи под уровнем жидкости;

p_1 — давление в резервуаре над жидкостью;

p_2 — давление среды, в которую вытекает струя;

γ — удельный вес жидкости.

Если истечение происходит в атмосферу, напор истечения представляет глубину расположения центра сжатого сечения струи под пьезометрическим уровнем (уровнем атмосферного давления) в резервуаре:

$$H = h + \frac{p_и}{\gamma}, \tag{6-4}$$

где $p_и = p_1 - p_{ат}$ — избыточное давление в резервуаре над жидкостью.

Степень сжатия струи, вытекающей через отверстие, характеризуется коэффициентом сжатия ε, равным:

$$\varepsilon = \frac{F_c}{F_0} = \left(\frac{d_c}{d_0}\right)^2, \tag{6-5}$$

где F_c, d_c — площадь и диаметр сжатого сечения струи; F_0, d_0 — площадь и диаметр отверстия.

Расход через отверстие определяется по формуле

$$Q = \mu F_0 \sqrt{2gH}, \tag{6-6}$$

где μ — коэффициент расхода, равный:

$$\mu = \varepsilon\varphi. \tag{6-7}$$

Значения коэффициентов истечения φ, ε и μ круглого малого отверстия зависят от формы его кромок, условий подтока жидкости к отверстию и числа Рейнольдса, определяемого как

$$\mathrm{Re} = \frac{\sqrt{2gH}\,d_0}{\nu}, \tag{6-8}$$

где ν — кинематический коэффициент вязкости жидкости[1].

Зависимость коэффициентов истечения от Re для малого круглого отверстия с острой кромкой дана в обработке А. Д. Альтшуля на рис. 6-3. Значения μ в функции Re равны:

$\mathrm{Re} = 1{,}5\cdot10^4$	$2{,}5\cdot10^4$	$5\cdot10^4$	10^5	$2{,}5\cdot10^5$	$5\cdot10^5$	10^6
$\mu = 0{,}638$	$0{,}623$	$0{,}610$	$0{,}603$	$0{,}597$	$0{,}594$	$0{,}593$

При $\mathrm{Re} \geqslant 10^5$ влияние числа Рейнольдса на коэффициенты истечения практически отсутствует (квадратичная зона истечения) и для расчетов можно пользоваться следующими их средними значениями:

$$\varphi = 0{,}97;\ \varepsilon = 0{,}62;\ \mu = 0{,}60.$$

---

[1] Коэффициенты истечения отверстий весьма малых абсолютных размеров зависят также от числа Вебера, выражающего влияние поверхностного натяжения жидкости:

$$\mathrm{We} = \frac{\gamma H d_0}{\sigma},$$

где σ [$кГ/м$] — коэффициент поверхностного натяжения на границе струи с газообразной средой.

При этом неравномерность скоростей в сжатом сечении струи весьма невелика и можно принимать $\alpha=1$; тогда

$$\varphi=\frac{1}{\sqrt{1+\zeta}}, \tag{6-9}$$

откуда в среднем для круглого отверстия с острой кромкой $\zeta=0{,}06$.

Коэффициент полезного действия отверстия — отношение удельной кинетической энергии струи к напору истечения

$$\eta=\alpha\frac{v^2}{2gH}=\alpha\varphi^2=\frac{\alpha}{\alpha+\zeta}.$$

При больших Re можно пользоваться выражением:

$$\eta=\frac{1}{1+\zeta}=\varphi^2. \tag{6-10}$$

Для малых отверстий других форм при больших Re значения коэффициента расхода в формуле (6-6) можно принимать равными $\mu=0{,}60$.

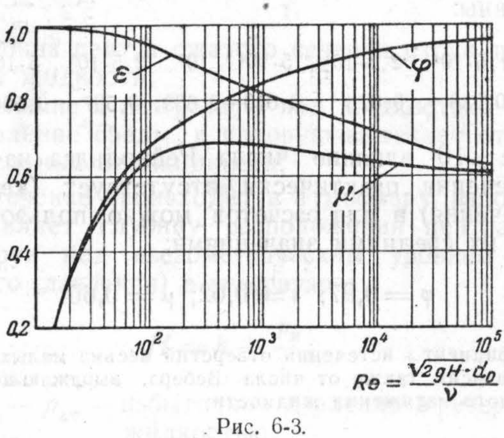


Рис. 6-3.

2. В случае истечения под уровень (рис. 6-4) скорость жидкости в сжатом сечении струи и расход определяются по формулам (6-1) и (6-6), в которых напор истечения H

представляет разность гидростатических напоров (выражаемую разностью пьезометрических уровней) в резервуарах:

$$H = h_1 - h_2 + \frac{p_{и1} - p_{и2}}{\gamma}. \tag{6-11}$$

Значения коэффициентов истечения для затопленного отверстия можно принимать такими же, как при истечении свободной струи в атмосферу. При истечении через затопленное отверстие расход не зависит от глубины расположения отверстия под уровнями.

3. Приведенные выше значения коэффициентов истечения относятся к так называемому совершенному сжатию струи, когда боковые стенки резервуара значительно уда-

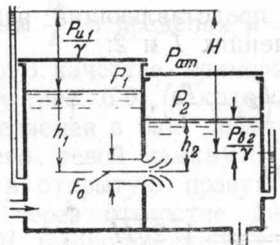


Рис. 6-4.

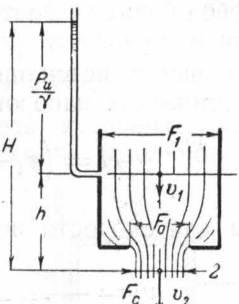


Рис. 6-5.

лены от отверстия (на расстоянии более трех линейных размеров отверстия) и не влияют на формирование струи. В случае расположения боковых стенок вблизи отверстия их направляющее действие уменьшает степень сжатия струи; при этом коэффициенты сжатия струи и расхода возрастают.

При истечении из цилиндрического резервуара площадью F_1 через круглое отверстие, площадью F_0, расположенное на его оси (рис. 6-5), среднее значение коэффициента сжатия струи при больших значениях Re можно определять по эмпирической формуле

$$\varepsilon = 0{,}62 + 0{,}38\left(\frac{F_0}{F_1}\right)^2. \tag{6-12}$$

4. Скорость истечения и расход жидкости в случае истечения из резервуара ограниченной площади (рис. 6-5) определяются с помощью уравнений Бернулли и неразрывности, записанных для сечения в резервуаре перед отверстием (сечение *1*) и сжатого сечения струи (сечение *2*):

$$z_1+\frac{p_1}{\gamma}+\alpha_1\frac{v_1^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\alpha_2\frac{v_2^2}{2g}+h_{\text{п}};$$

$$Q=v_1F_1=v_2\varepsilon F_0.$$

Выражая потерю напора как

$$h_{\text{п}}=\zeta\frac{v_2^2}{2g}$$

и вводя напор истечения H, представляющий разность гидростатических напоров в сечениях *1* и *2*:

$$H=\left(z_1+\frac{p_1}{\gamma}\right)-\left(z_2+\frac{p_2}{\gamma}\right),$$

получим для скорости истечения

$$v_2=\frac{1}{\sqrt{\alpha_2+\zeta-\alpha_1\left(\frac{\varepsilon F_0}{F_1}\right)^2}}\sqrt{2gH} \qquad (6\text{-}13)$$

и для расхода

$$Q=\frac{\varepsilon}{\sqrt{\alpha_2+\zeta-\alpha_1\left(\frac{\varepsilon F_0}{F_1}\right)^2}}F_0\sqrt{2gH}. \qquad (6\text{-}14)$$

В квадратичной зоне истечения можно приближенно принимать значения коэффициента кинетической энергии $\alpha_1=\alpha_2=1$ и коэффициента сопротивления отверстия $\zeta=0{,}06$.

Для предельного случая неограниченного резервуара $\frac{F_0}{F_1}=0$ эти формулы переходят в приведенные выше формулы (6-1) и (6-6).

5. Расход через большое отверстие, вертикальный размер которого одного порядка с напором истечения, определяется по общей формуле (6-6), в которой H — напор истечения, отнесенный к центру тяжести отверстия (при истечении в атмосферу из открытого резервуара—глубина центра тяжести отверстия под свободной поверхностью).

На коэффициент расхода μ большого отверстия, помимо факторов, указанных для малого отверстия, влияет также число Фруда, определяемое, как

$$\mathrm{Fr} = \frac{H}{h},$$

где h — вертикальный размер отверстия.

Для больших отверстий с острой кромкой коэффициент расхода в квадратичной области истечения меняется при разных $\frac{H}{h}$ в пределах $\mu = 0{,}60 \div 0{,}65$.

6. В качестве примера расчета истечений рассмотрим схему (рис. 6-6), в которой жидкость удельного веса γ, нагнетаемая в бак, перетекает из его левой замкнутой секции в открытую правую секцию через отверстие диаметром d_1 (расположенное в боковой стенке на высоте a) и вытекает в атмосферу из правой секции через донное отверстие диаметром d_2.

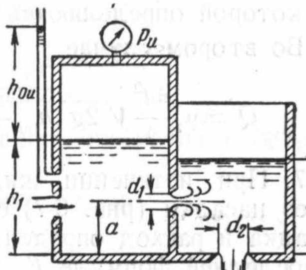


Рис. 6-6.

Определим для установившегося режима системы расход Q из бака и высоту h_2 уровня в правой секции, считая известными высоту уровня h_1 и показание манометра $p_м$ в левой секции.

Исходным для решения задачи является условие равенства расходов через боковое и донное отверстия при установившемся режиме (т. е. постоянных уровнях жидкости). Для выбора расчетных зависимостей, выражающих это условие, необходимо предварительно установить, является ли боковое отверстие затопленным или незатопленным.

Для этого предположим, что $h_2 = a$, тогда расход через боковое отверстие

$$Q_1 = \mu_1 \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{2g(h_{0и} + h_1 - a)},$$

где $h_{0и} = \frac{p_и}{\gamma}$ — высота пьезометрического уровня в левой секции, и расход через донное отверстие

$$Q_2 = \mu_2 \frac{\pi d_2^2}{4} \sqrt{2ga}.$$

Если получится, что $Q_1 > Q_2$, то в действительности $h_2 > a$ и боковое отверстие затоплено; если $Q_1 < Q_2$, то $h_2 < a$ и боковое отверстие не затоплено.

В первом случае условие равенства расходов дает систему уравнений

$$Q = \mu_1 \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{2g(h_{0и} + h_1 - h_2)} = \mu_2 \frac{\pi d_2^2}{4} \sqrt{2gh_2},$$

из которой определяются уровень h_2 и расход Q.

Во втором случае

$$Q = \mu_1 \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{2g(h_{0и} + h_1 - a)} = \mu_2 \frac{\pi d_2^2}{4} \sqrt{2gh_2}.$$

7. При истечении жидкости из больших резервуаров через насадки (рис. 6-7) скорость истечения на выходе из насадка и расход определяются по формулам (6-1) и (6-6). В последней формуле F_0 заменяется выходной площадью насадка $F_н$. Значения коэффициентов истечения для основных типов насадков в квадратичной зоне даны в приложении 2.

Для некоторых насадков коэффициенты истечения могут быть приближенно определены расчетом путем суммирования потерь в отдельных участках насадка.

Так, например, для цилиндрического насадка (рис. 6-8) потерю напора можно представить в виде суммы

$$h_п = \zeta \frac{v^2}{2g} = h_{п(1-x)} + h_{п(x-2)},$$

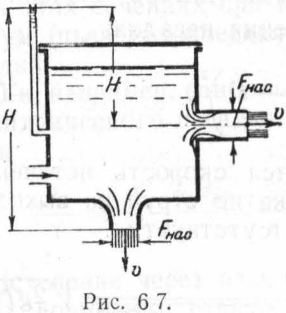


Рис. 6-7.

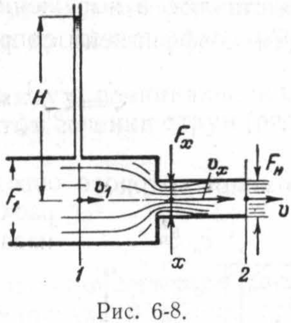


Рис. 6-8.

где $h_{п\,(1-x)}$ — потеря на участке до сжатого сечения струи;

$h_{п\,(x-2)}$ — потеря на участке между сжатым и выходным сечениями.

Предполагая наличие квадратичной зоны истечения и выражая эти потери по формулам

$$h_{п\,(1-x)} = \zeta_о \frac{v_x^2}{2g}$$

и

$$h_{п\,(x-2)} = \frac{(v_x - v)^2}{2g},$$

где $\zeta_о$ — коэффициент сопротивления отверстия с острой кромкой ($\zeta_о = 0{,}06$);

v_x — скорость в сжатом сечении струи,

получим:

$$h_п = \zeta \frac{v^2}{2g} = \zeta_о \frac{v_x^2}{2g} + \frac{(v_x - v)^2}{2g}.$$

По уравнению неразрывности

$$vF_н = v_x F_x; \quad v_x = \frac{v}{\varepsilon_x},$$

где F_x — площадь сжатого сечения;

ε_x — коэффициент сжатия струи при входе в насадок.

Величина ε_x зависит от соотношения площадей насадка $F_н$ и резервуара F_1 и может быть определена по формуле (6-12).

Подставляя в выражение суммы потерь значение v_x, находим коэффициент сопротивления насадка:

$$\zeta = \zeta_0 \frac{1}{\varepsilon_x^2} + \left(\frac{1}{\varepsilon_x} - 1 \right)^2, \tag{6-15}$$

при помощи которого определяются скорость истечения и расход (сжатие струи на выходе из насадка отсутствует):

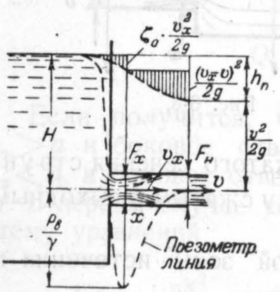


Рис. 6-9.

$$v = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta - \left(\frac{F_н}{F_1} \right)^2}} \sqrt{2gH};$$

$$Q = vF_н.$$

При истечении из большого резервуара (рис. 6-9) сжатие струи в сечении x является совершенным и расчет дает в этом случае $\zeta = 0{,}5$. Скорость и расход определяются по формулам (6-1) и (6-6), в которых

$$\varphi = \mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}} \approx 0{,}82.$$

Наглядное представление об изменениях удельной энергии потока и ее составляющих при протекании жидкости через насадок дает график напоров (рис. 6-9). Линия напора и пьезометрическая линия на этом графике качественно изображают ход изменения полного и гидростатического напоров по длине насадка от начального сечения перед входом в насадок до его выходного сечения. Величина пьезометрического напора $\frac{p_и}{\gamma}$ в любом сечении насадка определяется вертикальным расстоянием от оси насадка до пьезометрической линии, величина скоростного напора $\frac{v^2}{2g}$ — вертикальным расстоянием между пьезометрической линией и линией напора.

8. Если в промежуточных сечениях насадка скорости имеют бо́льшие величины, чем скорость выхода из насад-

ка, в этих сечениях при истечении в атмосферу возникает вакуум (пьезометрическая линия проходит здесь ниже оси насадка).

Так, например, наибольший вакуум, возникающий внутри цилиндрического насадка в сжатом сечении струи (рис. 6-9), равен:

$$\frac{p_в}{\gamma}=\frac{p_{ат}-p_x}{\gamma}=\frac{v}{g}(v_x-v)=2\varphi^2\left(\frac{1}{\varepsilon_x}-1\right)H. \quad (6\text{-}16)$$

Истечение через насадок с заполнением выходного сечения возможно только при напорах, меньших предельного $H_{пр}$, который соответствует падению абсолютного давления в сжатом сечении до давления насыщенных паров жидкости ($p_x=p_{н.п}$):

$$H_{пр}=\frac{p_{ат}-p_{н.п}}{2\varphi^2\left(\frac{1}{\varepsilon_x}-1\right)\gamma}. \quad (6\text{-}17)$$

При $H \geqslant H_{пр}$ происходит срыв режима работы насадка: струя отрывается от стенок, и истечение через насадок сменяется истечением через отверстие с острой кромкой. В случае истечения через затопленные насадки срыв режима невозможен; при $H > H_{пр}$ работа насадка сопровождается кавитацией, приводящей к возрастанию потерь и уменьшению расхода.

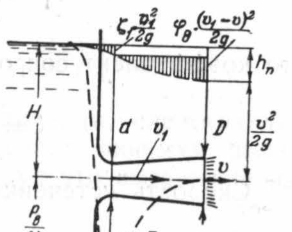


Рис. 6-10.

9. Приведем в виде примера расчет истечения в атмосферу из большого резервуара через расходящийся конический насадок с плавно скругленным входом под постоянным статическим напором H (рис. 6-10).

Заданы входной d и выходной D диаметры диффузора насадка, а также коэффициент сопротивления ζ входного участка насадка и коэффициент потерь $\varphi_д$ в диффузоре.

1) Определить расход Q через насадок и построить график напоров по его длине.

2) Найти предельный напор $H_{пр}$ насадка.

3) Определить, при какой величине выходного диаметра D пропускная способность насадка будет максимальной.

Для рассматриваемого насадка (предполагая квадратичную зону истечения и пренебрегая неравномерностью распределения скоростей по сечению) имеем:

$$\varphi = \mu = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}},$$

где ζ — коэффициент сопротивления насадка.

Пользуясь приемом сложения потерь, получим:

$$\zeta \frac{v^2}{2g} = \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g} + \varphi_д \frac{(v_1 - v)^2}{2g},$$

где v_1 и v — скорости во входном и выходном сечениях диффузора.

Так как по уравнению расхода

$$v_1 = nv, \text{ где } n = \left(\frac{D}{d}\right)^2,$$

то коэффициент сопротивления равен:

$$\zeta = \zeta_1 n^2 + \varphi_д (n-1)^2.$$

Скорость истечения и расход

$$v = \varphi \sqrt{2gH}; \; Q = \mu \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH}.$$

Построение графика напоров дано на рис. 6-10. Наибольший вакуум имеет место во входном сечении диффузора и равен (по уравнению Бернулли для движения жидкости в диффузоре):

$$\frac{p_в}{\gamma} = \frac{v_1^2 - v^2}{2g} - \varphi_д \frac{(v_1 - v)^2}{2g}$$

Последнее соотношение позволяет рассчитать предельный напор насадка; используя подстановку $v_1 = nv$, приведем выражение вакуума к виду:

$$\frac{p_в}{\gamma} = \frac{v^2}{2g}\left[n^2 - 1 - \varphi_д (n-1)^2\right] = \\ = \varphi^2 \left[n^2 - 1 - \varphi_д (n-1)^2\right] H.$$

Подставляя далее выражение φ через ζ и максимальное значение вакуума $p_в = p_{ат} - p_{н.п}$, получим для предельного напора

$$H_{пр} = \frac{1 + \zeta_1 n^2 + \varphi_д (n-1)^2}{n^2 - 1 - \varphi_д (n-1)^2} \cdot \frac{p_{ат} - p_{н.п}}{\gamma}.$$

Для определения величины выходного диаметра D, отвечающей максимальной пропускной способности насадка (максимальному расходу при данном напоре), удобнее всего воспользоваться уравнением Бернулли, записанным для свободной поверхности жидкости в резервуаре и выходного сечения насадка:

$$H = \frac{v^2}{2g} + \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g} + \varphi_д \frac{(v_1 - v)^2}{2g};$$

$$H = \frac{v_1^2}{2g}\left[\frac{1}{n^2} + \zeta_1 + \varphi_д \left(1 - \frac{1}{n}\right)^2\right].$$

Максимальному значению скорости v_1 (и, следовательно, расхода) при постоянном H отвечает минимум выражения в квадратных скобках; исследуя это выражение на минимум, получаем:

$$\frac{2}{n} - 2\varphi_д \left(1 - \frac{1}{n}\right) = 0; \quad n = \frac{1 + \varphi_д}{\varphi_д}.$$

Следовательно, искомая величина выходного диаметра

$$D = d\sqrt{\frac{1 + \varphi_д}{\varphi_д}}.$$

Заметим, что такой насадок характеризуется максимальным вакуумом во входном сечении диффузора при данном напоре истечения и, следовательно, минимальной величиной предельного напора.

10. Расход через незатопленный прямоугольный водослив в тонкой стенке (рис. 6-11) определяется по формуле

$$Q = mbH\sqrt{2gH}, \qquad (6\text{-}18)$$

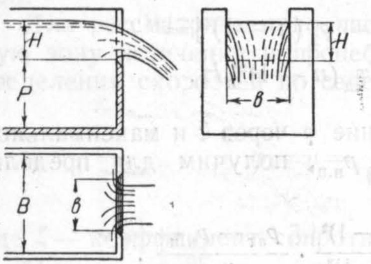


Рис. 6-11.

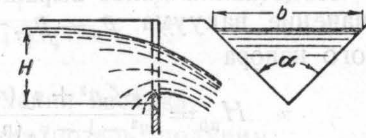


Рис. 6-12.

где H — напор над порогом водослива;

b — ширина порога водослива;

m — коэффициент расхода.

При истечении свободной струей коэффициент расхода водослива может определяться по эмпирической формуле (все размеры в метрах):

$$m = \left(0{,}405 + \frac{0{,}0027}{H} - 0{,}03\frac{B-b}{B}\right) \times$$
$$\times\left(1 + 0{,}55\frac{b^2}{B^2}\frac{H^2}{(H+P)^2}\right). \qquad (6\text{-}19)$$

У водослива без бокового сжатия $b = B$.

Для треугольного водослива с углом α при вершине (рис. 6-12)

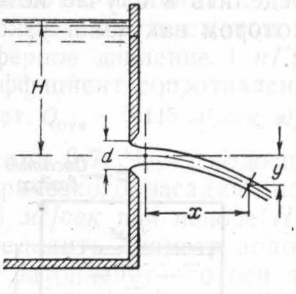
$$Q = m\frac{bH}{2}\sqrt{2gH} = m\,\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}H^2\sqrt{2gH}, \qquad (6\text{-}20)$$

где коэффициент расхода можно в среднем принимать $m = 0{,}32$.

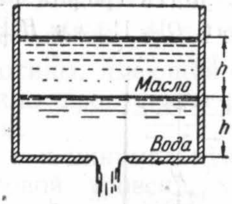
ЗАДАЧИ

Задача 6-1. Определить коэффициенты расхода, скорости, сжатия и сопротивления при истечении воды в атмосферу через отверстие $d = 10$ *мм* под напором $H = 2$ *м*, если расход $Q=0{,}294$ *л/сек*, а координаты центра одного из сечений струи $x=3$ *м* и $y=1{,}2$ *м*.

Ответ. $\mu=0{,}598$; $\varepsilon=0{,}616$; $\varphi=0{,}97$; $\zeta=0{,}065$.



К задаче 6-1.



К задаче 6-2.

Задача 6-2. Определить, пренебрегая потерями, начальную скорость истечения жидкости из сосуда, заполненного слоями воды и масла (относительный вес $\delta=0{,}8$) одинаковой высоты $h=1$ *м*.

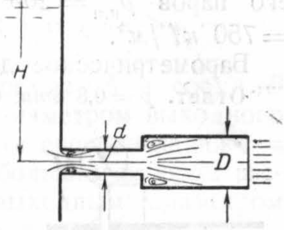
Сравнить полученный результат с начальной скоростью истечения при заполнении сосуда только водой или только маслом до уровня $2h$.

Ответ. 5,94 *м/сек*; 6,26 *м/сек*.

Задача 6-3. Для насадка, составленного из двух цилиндрических патрубков диаметрами $d=70$ *мм* и $D=100$ *мм*, определить коэффициенты сопротивления и расхода и найти величину предельного напора $H_{пр}$ в случае истечения воды, принимая, что при $H=H_{пр}$ вакуум в наименьшем сечении потока достигает 1 *ат*.

Построить график напоров.

Ответ. $\zeta=3{,}2$; $\mu=0{,}49$; $H_{пр}=6$ *м*.



К задаче 6-3.

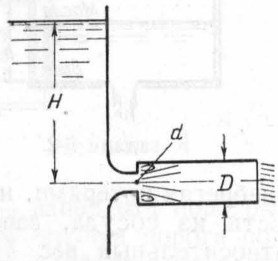
Задача 6-4. Для увеличения пропускной способности плавно сходящегося насадка, выходной диаметр которого $d=80$ *мм* и коэффициент сопротивления $\zeta=0{,}04$, к нему присоединен цилиндрический патрубок.

Определить диаметр патрубка, при котором пропускная способность полученного таким образом составного насадка будет наибольшей.

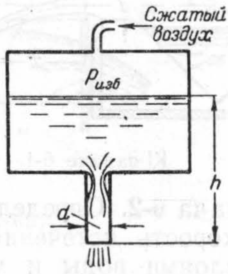
Для этого же насадка определить в случае истечения воды предельный напор, при котором вакуум в узком сечении насадка достигнет 1 *ат*.

Построить график напоров.

Ответ. $D = 113$ *мм*; $H_{пр} = 10,8$ *м*.



К задаче 6-4.



К задаче 6-5.

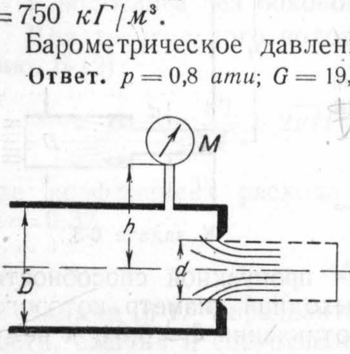
Задача 6-5. Определить, до какого наибольшего давления сжатого воздуха над поверхностью бензина в баке истечение через цилиндрический насадок будет происходить с заполнением его выходного сечения. Каков при этом будет весовой расход бензина, если диаметр насадка $d = 50$ *мм*?

Уровень бензина в баке равен $h = 1,5$ *м*, упругость его паров $p_{н.п} = 200$ *мм рт. ст.* и объемный вес $\gamma = 750$ *кГ/м*³.

Барометрическое давление равно 730 *мм рт. ст.*

Ответ. $p = 0,8$ *ати*; $G = 19,5$ *кГ/сек*.

Задача 6-6. Определить расход воды через отверстие с острой кромкой диаметром $d = 120$ *мм*, выполненное в торце трубы диаметром $D = 200$ *мм*, если показание манометра перед отверстием $M = 1$ *ати* и высота расположения манометра над осью трубы $h = 1,5$ *м*.



К задаче 6-6.

Как изменится расход, если к отверстию присоединить цилиндрический насадок (пунктир)? Для насадка найти показание манометра, при котором произойдет срыв режима работы, принимая, что срыву соответствует абсолютное давление в сжатом сечении струи, равное нулю (атмосферное давление 1 $кГ/см^2$).

Коэффициент сопротивления отверстия принять $\zeta = 0{,}04$.

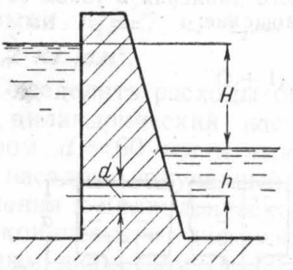
Ответ. $Q_{отв} = 0{,}115$ $м^3/сек$; $Q_{нас} = 0{,}155$ $м^3/сек$; $M = 1{,}07$ *ати*

Задача 6-7. Через водоспуск плотины, имеющий форму цилиндрического насадка, необходимо пропускать расход $Q = 2{,}3$ $м^3/сек$ при напоре $H = 10$ *м*.

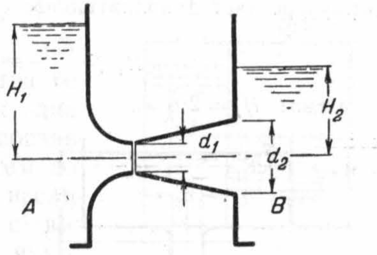
Определить диаметр водоспуска d и минимальную глубину h затопления его оси под низовой уровень, необходимую, чтобы разрежение внутри насадка не превосходило 6 *м вод. ст.*

Построить график напоров.

Ответ. $d = 0{,}5$ *м*; $h = 2$ *м*.



К задаче 6-7.



К задаче 6-8.

Задача 6-8. Вода перетекает из сосуда A в сосуд B через плавно сходящийся насадок с диаметром выходного сечения $d_1 = 100$ *мм* и коэффициентом сопротивления $\zeta = 0{,}08$ и приставленный к нему с небольшим зазором расходящийся конический насадок с выходным диаметром $d_2 = 150$ *мм* и коэффициентом потерь $\varphi_д = 0{,}3$.

При заданном уровне $H_1 = 2{,}5$ *м* определить уровень H_2, при котором протекающая по насадкам вода не будет выливаться через зазор, а атмосферный воздух не будет засасываться внутрь насадков.

Построить график напоров.

Указание. В сечении потока, соответствующем зазору между насадками, давление должно равняться атмосферному.

Ответ. $H = 1,64$ *м.*

Задача 6-9. Вода перетекает из верхнего резервуара в нижний по диффузору, диаметры которого $d_1 = 100$ *мм* и $d_2 = 150$ *мм.* Коэффициент сопротивления входного участка $\zeta = 0,06$, а коэффициент потерь в диффузоре $\varphi_д = 0,2$.

Определить, при каком уровне H_1 в верхнем резервуаре абсолютное давление в узком сечении диффузора станет равным нулю, если это сечение расположено над нижним уровнем на высоте $H_2 = 1,2$ *м.* Атмосферное давление принять равным $p_{ат} = 1$ *кГ/см²*.

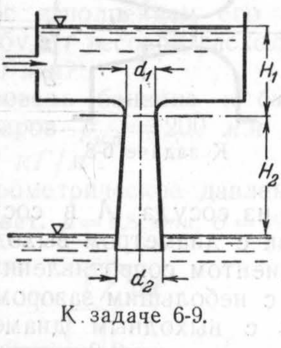
Указание. Из уравнения Бернулли для рассматриваемой системы имеем:

$$H_1 + H_2 = \zeta \frac{v_1^2}{2g} + \varphi_д \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

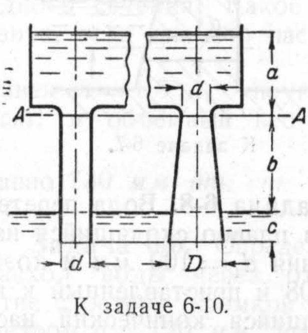
Условие равенства нулю абсолютного давления в узком сечении диффузора дает дополнительное соотношение:

$$H_1 + \frac{p_{ат}}{\gamma} = \frac{v_1^2}{2g}(1 + \zeta).$$

Ответ. $H_1 = 2,6$ *м.*



К задаче 6-9.



К задаче 6-10.

Задача 6-10. Сравнить расходы при перетекании воды из верхнего бака в нижний через цилиндрическую трубу диаметром $d = 300$ *мм* и через диффузор с тем же диаметром входа и выходным диаметром $D = 600$ *мм*, если уровни в баках постоянны, а высоты равны: $a = 0,8$ *м*,

$b=1,4$ *м*, $c=0,6$ *м*. Коэффициент сопротивления сходящегося входного участка $\zeta=0,05$, коэффициент потерь в диффузоре $\varphi_д=0,25$ и коэффициент сопротивления трения в трубе $\lambda=0,025$.

В обоих случаях определить также давление в сечении A—A и построить пьезометрические линии, откладывая напоры по горизонтали от осевой линии (метод построения см. в гл. 9).

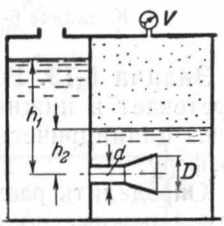
Указание. Коэффициент сопротивления трубы ζ определяется по формуле

$$\zeta=\lambda\frac{L}{d},$$

где L — длина трубы.

Ответ. Расход через диффузор в 2,2 раза больше расхода через трубу. Вакуум перед трубой равен 1,1 *м*, перед диффузором 8,3 *м*.

Задача 6-11. Бензин ($\delta=0,75$) перетекает из открытого левого бака в закрытый правый бак. Уровни в баках и вакуум в правом баке поддерживаются постоянными и равными $h_1=7$ *м*, $h_2=3$ *м*, $V=0,2$ *кГ/см²*.



К задаче 6-11.

Определить расходы бензина через цилиндрический насадок диаметром $d=60$ *мм* и через составной насадок, полученный путем добавления к цилиндрическому насадку конического диффузора с выходным диаметром $D=80$ *мм* и коэффициентом потерь $\varphi_д=0,3$.

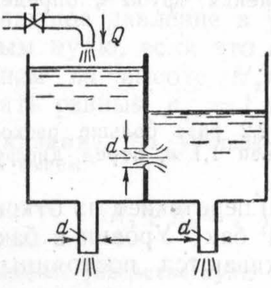
Для обоих случаев определить наименьшее давление в сжатом сечении внутри насадка и построить пьезометрическую линию.

Ответ. В первом случае $Q=26,5$ *л/сек* и $\frac{p_в}{\gamma}=5$ *м*; во втором случае будет иметь место кавитационный режим.

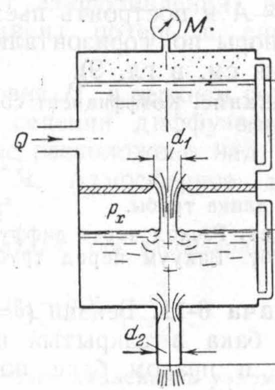
Задача 6-12. В бак, разделенный на две секции перегородкой, имеющей отверстие диаметром $d=100$ *мм* с острой кромкой, поступает вода в количестве $Q=80$ *л/сек*. Из каждой секции вода вытекает через цилиндрический насадок, диаметр которого равен диаметру отверстия в перегородке, Определить расход через каждый насадок при установившемся режиме, предполагая, что отверстие в перегородке является затопленным.

Как надо изменить диаметр насадка в левой секции, чтобы расходы через оба насадка стали равными?

Ответ. $Q_{лев} = 50$ *л/сек* и $Q_{прав} = 30$ *л/сек*; $d_{лев} = 77$ *мм*.



К задаче 6-12.



К задаче 6-13.

Задача 6-13. Вода из верхней секции замкнутого бака перетекает в нижнюю через отверстие $d_1 = 30$ *мм*, а затем через цилиндрический насадок $d_2 = 20$ *мм* вытекает в атмосферу.

Определить расход через насадок, если при установившемся режиме показание манометра $M = 0{,}5$ *ати*, а уровни в водомерных стеклах $h_1 = 2$ *м* и $h_2 = 3$ *м*.

Найти при этом давление p_x над уровнем воды в нижней секции бака.

Построить эпюр давлений по оси сосуда.

Ответ. $Q = 3{,}1$ *л/сек*; $p_x = 0{,}43$ *ати*.

Задача 6-14. Газ, заполняющий вертикальную трубу, вытекает в атмосферу через два насадка диаметром $d = 10$ *мм*, расположенные по высоте трубы на расстоянии $a = 100$ *м* друг от друга. Коэффициент расхода насадков (с учетом сопротивления подводящих горизонтальных трубок) $\mu = 0{,}95$.

Определить расход газа через каждый насадок, если показание спиртового манометра, присоединенного к трубе у нижнего насадка, $h = 200$ *мм* (удельный вес спирта $\gamma_{сп} = 800$ $кГ/м^3$).

Давление атмосферного воздуха на уровне нижнего насадка $p_{ат} = 745$ *мм рт. ст.*, температура воздуха и газа $t = 20°$ С. Газовая постоянная воздуха $R = 29{,}27$ *м/град* и газа $R = 54$ *м/град*.

Скоростным напором и потерями в трубе пренебречь, удельные веса воздуха и газа принимать постоянными по высоте a.

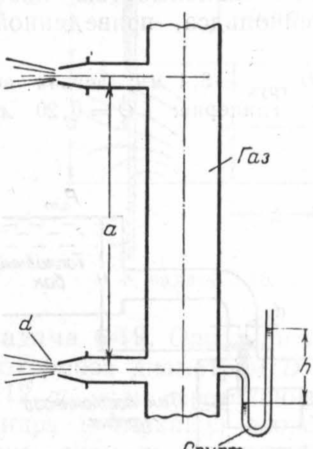
Указание. Расход через каждый насадок равен

$$Q = \mu_н f_н \sqrt{2gH},$$

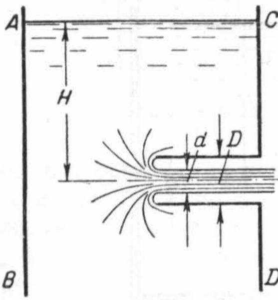
где $H = \frac{p_н}{\gamma} = \frac{p - p_{ат}}{\gamma}$ — избыточный напор в трубе на уровне оси насадка, выраженный в метрах столба газа.

Удельные веса воздуха и газа определяются из уравнения состояния $\gamma = \frac{p}{RT}$ (p — абсолютное давление).

Ответ. $G_1 = 0{,}0034$ *кГ/сек*; $G_2 = 0{,}0039$ *кГ/сек*.



К задаче 6-14.



К задаче 6-15.

Задача 6-15. Определить коэффициент сжатия струи при истечении из большого бака через внутренний цилиндрический насадок с тонкой стенкой, диаметр D которого мал по сравнению с напором H. Пренебрегать потерями и считать, что по стенкам A—B и C—D вследствие их удаленности от входа в насадок давление распределяется по гидростатическому закону.

Указание. Применяя теорему количеств движения в проекциях на ось струи, получим:

$$H\gamma F_{\text{отв}} = Q\rho v = f_{\text{струи}} v^2 \rho,$$

где в силу отсутствия потерь

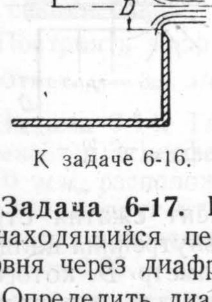
$$v = \sqrt{2gH}.$$

Ответ. $\varepsilon = \dfrac{f_{\text{струи}}}{F_{\text{отв}}} = \left(\dfrac{d}{D}\right)^2 = 0{,}5.$

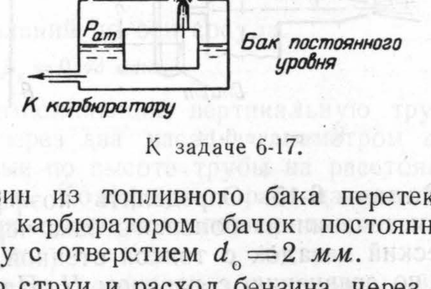
Задача 6-16. Определить расход и диаметр струи при истечении через малое отверстие диаметром $D = 10$ *мм* с острой кромкой под напором $H = 1$ *м* следующих жидкостей: воды (кинематический коэффициент вязкости $\nu = 10^{-6}$ *м²/сек*), глицерина ($\nu = 860 \cdot 10^{-6}$ *м²/сек*) и легкой нефти ($\nu = 25{,}6 \cdot 10^{-6}$ *м²/сек*).

При решении воспользоваться зависимостью коэффициентов истечения от числа Рейнольдса, приведенной на рис. 6-3.

Ответ. Вода: $Q = 0{,}21$ *л/сек*; $D_{\text{струи}} = 8{,}1$ *мм*; легкая нефть: $Q = 0{,}23$ *л/сек*; $D_{\text{струи}} = 8{,}85$ *мм*; глицерин: $Q = 0{,}20$ *л/сек*; $D_{\text{струи}} = 9{,}85$ *мм*.



К задаче 6-16.



К задаче 6-17.

Задача 6-17. Бензин из топливного бака перетекает в находящийся перед карбюратором бачок постоянного уровня через диафрагму с отверстием $d_о = 2$ *мм*.

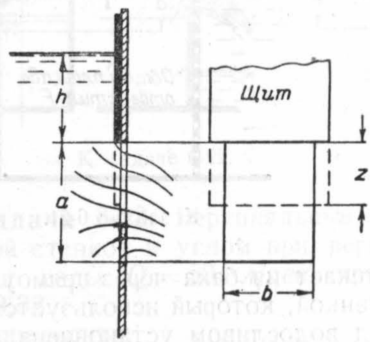
Определить диаметр струи и расход бензина через отверстие при напоре $H = 0{,}4$ *м* и полностью открытом отверстии, пользуясь для определения коэффициентов истечения их зависимостью от Re, приведенной на рис. 6-3. Кинематический коэффициент вязкости бензина $\nu = 0{,}93 \cdot 10^{-6}$ *м²/сек*.

Ответ. $d_{\text{струи}} = 1{,}72$ *мм*; $Q = 5{,}7$ *см³/сек*.

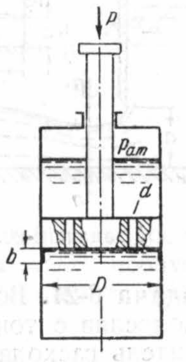
Задача 6-18. Вода вытекает через большое прямоугольное отверстие высотой $a = 0{,}6$ *м*, заглубленное под постоянный уровень на $h = 0{,}4$ *м*.

Определить, какую часть z высоты отверстия надо перекрыть щитом, чтобы расход уменьшился в 2 раза. Коэффициент расхода при обоих положениях щита принимать одинаковым.

Ответ. $z = 0{,}33$ *м*.



К задаче 6-18.



К задаче 6-19.

Задача 6-19. Определить скорость перемещения поршня гидротормоза диаметром $D = 200$ *мм*, нагруженного силой $P = 12$ *т*, если перетекание жидкости из нижней полости цилиндра в верхнюю происходит через два отверстия в поршне, диаметр которых $d = 10$ *мм*.

Коэффициент трения в манжете поршня шириной $b = 25$ *мм* равен $f = 0{,}15$.

Коэффициент расхода отверстий принять $\mu = 0{,}6$, удельный вес жидкости $\gamma = 865$ *кГ/м³*.

Ответ. $v = 0{,}27$ *м/сек*.

Задача 6-20. Определить расход при истечении из-под щита в лотке, если напор перед щитом $H = 4$ *м*, подъем щита $a = 0{,}8$ *м*, ширина лотка $b = 2{,}4$ *м*, отверстие не затоплено и боковое сжатие отсутствует.

В сжатом сечении n—n (где давление распределено по гидростатическому закону) коэффициент сжатия равен $\varepsilon = 0{,}67$ и коэффициент скорости $\varphi = 0{,}97$.

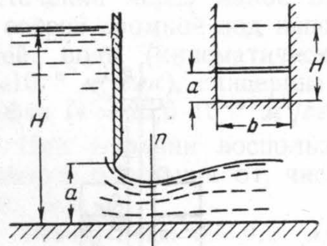
Скоростью подхода к щиту пренебречь.

Указание. Расход определяется по формуле

$$Q = \mu b a \sqrt{2g(H - h)},$$

где h — высота сжатого сечения n—n, равная $h = \varepsilon a$.

Ответ. $Q = 10{,}3$ *м³/сек*.



К задаче 6-20.

К задаче 6-21.

Задача 6-21. Вода вытекает из бака через прямоугольный водослив с тонкой стенкой, который используется как измеритель расхода. Перед водосливом установлена успокоительная решетка из перфорированного листа, общая площадь сверлений в котором равна $F = 0{,}25$ *м²*. Сверления можно рассматривать как независимо работающие отверстия с острой кромкой, истечение через которые происходит под уровень ($\mu = 0{,}6$).

Определить расход воды через водослив, если уровень перед успокоительной решеткой выше порога водослива на $a = 400$ *мм*. Ширина водослива $b = 0{,}8$ *м* (боковое сжатие отсутствует), его коэффициент расхода принять $m = 0{,}42$. Каков при этом перепад h на решетке?

Указание. Приравнивая расходы через решетку и водослив, получаем:

$$\mu F \sqrt{2gh} = mb(a - h)\sqrt{2g(a - h)}.$$

Ответ. $Q = 0{,}22$ *м³/сек*; $h = 115$ *мм*.

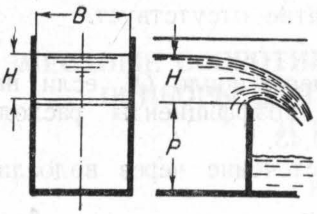
Задача 6-22. В канале, пропускающем расход $Q=21\,600$ *м³/ч*, установлен прямоугольный водослив с тонкой стенкой без бокового сжатия. Высота порога водослива над дном канала равна $P=2{,}0$ *м*.

Найти ширину водослива B из условия, чтобы напор на водосливе не превосходил $H=500$ *мм*.

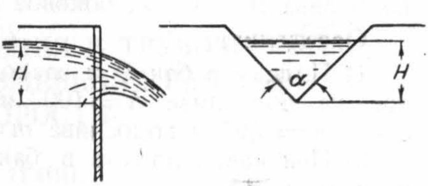
При каком расходе в канале напор на этом водосливе станет равным $H=50$ *мм*?

Для определения коэффициента расхода водослива воспользоваться формулой (6-19).

Ответ. $B=9{,}16$ *м*; $Q=0{,}208$ *м³/сек*.



К задаче 6-22.



К задаче 6-23.

Задача 6-23. Вертикальный треугольный водослив с тонкой стенкой и углом при вершине $\alpha=90°$ пропускает расход воды $Q=50$ *л/сек* при коэффициенте расхода $m=0{,}32$.

Определить:

1) Какова величина напора H на водосливе?

2) Как изменится напор, если расход уменьшится в 10 раз (коэффициент расхода считать неизменным)?

Ответ. $H=0{,}262$ *м* и $0{,}104$ *м*.

Задача 6-24. Определить расход через вертикальный полукруглый водослив, радиус которого $R=0{,}5$ *м*, при

К задаче 6-24.

напоре $H_1 = 0{,}5$ *м*, рассматривая водослив как большое отверстие с коэффициентом расхода $\mu = 0{,}60$.

Во сколько раз уменьшится расход через водослив, если напор H уменьшится вдвое (коэффициент расхода считать неизменным)?

Ответ. $Q = 0{,}48$ *м³/сек*; расход уменьшится в 3,65 раза.

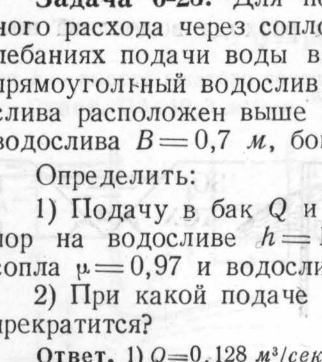
Задача 6-25. Для поддержания практически постоянного расхода через сопло диаметром $d = 120$ *мм* при колебаниях подачи воды в бак, к последнему присоединен прямоугольный водослив с тонкой стенкой. Порог водослива расположен выше кромки сопла на $H = 3$ *м*, ширина водослива $B = 0{,}7$ *м*, боковое сжатие отсутствует.

Определить:

1) Подачу в бак Q и расход через сопло Q_1, если напор на водосливе $h = 100$ *мм*; коэффициенты расхода сопла $\mu = 0{,}97$ и водослива $m = 0{,}43$.

2) При какой подаче в бак истечение через водослив прекратится?

Ответ. 1) $Q = 0{,}128$ *м³/сек*; $Q_1 = 0{,}086$ *м³/сек*. 2) $Q = 0{,}084$ *м³/сек*.



К задаче 6-25.

К задаче 6-26.

Задача 6-26. Для ограничения величины вакуума в сифонном трубопроводе на его нисходящей ветви установлен гидравлический затвор в виде прямоугольного водослива с тонкой стенкой. Диаметр трубопровода $D = 200$ *мм*, его верхняя точка A расположена выше уровня, под который сливается вода, на $H = 10$ *м*.

Определить, на какой высоте z от нижнего уровня следует поместить порог водослива, чтобы при расходе $Q = 80$ *л/сек* вакуум в точке A не превосходил 6 *м вод. ст.* Длина участка трубопровода от точки A до затвора $L = 12$ *м*, коэффициент сопротивления открытой задвижки $\zeta_з = 0{,}15$ и каждого из отводов $\zeta_о = 0{,}2$. Коэффициент сопротивления трения в трубе принять $\lambda = 0{,}02$. Ширина порога водослива $B = 500$ *мм*, его коэффициент расхода принять $m = 0{,}41$.

Ответ. $z = 3{,}23$ *м*.

Глава седьмая

МЕСТНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ В ТРУБОПРОВОДАХ. ПРИБОРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ РАСХОДА И СКОРОСТИ

ВВЕДЕНИЕ

1. Местными сопротивлениями называют короткие участки трубопроводов, в пределах которых происходят потери энергии потока вследствие изменения величины или направления его скоростей. Причинами потерь энергии в этом случае являются местные вихреобразования, связанные с отрывом потока от стенок, и перераспределение скоростей по сечению потока.

Потери энергии, отнесенные к 1 *кг* протекающей жидкости (потери напора) в местных сопротивлениях, называются местными потерями и подсчитываются по общей формуле

$$h_{п.м} = \zeta \frac{v^2}{2g}, \tag{7-1}$$

где $h_{п.м}$ — потеря напора, *м*;

v — средняя скорость потока, обычно за местом потерь, *м/сек*;

ζ — безразмерный коэффициент местного сопротивления.

Величина коэффициента местного сопротивления зависит от формы местного сопротивления, условий входа и выхода из него потока, критерия подобия — числа Рейнольдса и в некоторой степени от шероховатости стенок.

Число Рейнольдса обычно относят к сечению трубопровода, на котором находится местное сопротивление:

$$\mathrm{Re} = \frac{vD}{\nu} = \frac{4Q}{\pi D \nu},$$

где v и Q — средняя скорость потока и расход в трубе;
D — диаметр трубы;
ν — кинематический коэффициент вязкости жидкости.

Для большинства местных сопротивлений при числах Рейнольдса $\mathrm{Re} \geqslant 10^5$ потери напора пропорциональны квадрату скорости, и коэффициент сопротивления не зависит от Re (зона турбулентной автомодельности). Сводка значений ζ в указанном диапазоне Re для ряда местных сопротивлений дана в приложении 3.

В случае внезапного расширения трубопровода местная потеря напора при больших числах Рейнольдса выражается формулой

$$h_{\text{п.м}} = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}, \tag{7-2}$$

в соответствии с которой коэффициент местного сопротивления, отнесенный к скорости v_2, равен:

$$\zeta = \left(\frac{F_2}{F_1} - 1 \right)^2. \tag{7-3}$$

В этих формулах v_1 и v_2 — средние скорости в узком и широком сечениях потока, F_1 и F_2 — площади этих сечений.

При постепенном расширении потока в диффузоре

$$h_{\text{п.м}} = \varphi_{\text{д}} \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}; \quad \zeta_{\text{д}} = \varphi_{\text{д}} \left(\frac{F_2}{F_1} - 1 \right)^2, \tag{7-4}$$

где $\varphi_{\text{д}}$ — безразмерный коэффициент потерь, зависящий от формы диффузора и выражающий долю потерь в диффузоре от потери при внезапном расширении.

Для конических диффузоров коэффициент потерь $\varphi_{\text{д}}$ зависит от угла раскрытия конуса θ и мало меняется с длиной диффузора (средние значения $\varphi_д$ в функции θ см. в приложении 3).

В случае внезапного сужения трубопровода местная потеря напора равна:

$$h_{п.м} = 0{,}5\left(1 - \frac{F_2}{F_1}\right)\frac{v_2^2}{2g}, \tag{7-5}$$

где F_1 и F_2 — площади широкого (входного) и узкого (выходного) сечений.

Величина коэффициента сопротивления входа в трубу из большого резервуара зависит от формы входной кромки (см. приложение 3).

При выходе потока из трубы в резервуар потеря напора равна:

$$h_{п.м} = \alpha\frac{v^2}{2g},$$

где v — средняя скорость в выходном сечении трубы;
α — коэффициент кинетической энергии. При турбулентном режиме $\alpha \approx 1$.

При последовательном расположении в трубопроводе различных местных сопротивлений общая потеря напора определяется как сумма потерь в отдельных сопротивлениях, вычисляемых по указанным выше значениям ζ, если между этими местными сопротивлениями имеются участки трубопровода длиной не менее пяти-шести диаметров. На этих участках поток, вышедший из одного местного сопротивления, стабилизируется до входа в следующее сопротивление. При более близком расположении местных сопротивлений необходимо учитывать их взаимное влияние.

В приводимых ниже задачах предполагается, что местные сопротивления достаточно удалены друг от друга и их взаимное влияние отсутствует.

2. Для расходомеров, основанных на создании перепада давлений в потоке (труба Вентури, сопло и диафрагма — см. рис. 7-1, 7-2 и 7-3), расход определяется по общей формуле

$$Q = \mu F_0\sqrt{2g\Delta H}, \tag{7-6}$$

в которой ΔH — падение пьезометрического уровня между входным и суженным сечениями потока в расходомере;

$F_o = \frac{\pi d^2}{4}$ — наименьшая проходная площадь расходомера;

μ — коэффициент расхода.

Величина μ определяется опытным путем и зависит от конструктивных форм расходомера, отношения площадей F_o/F $\left(F = \frac{\pi D^2}{4}\right.$ — проходная площадь трубопровода$\left.\right)$ и расположения мерных точек, а также от числа Рейнольдса

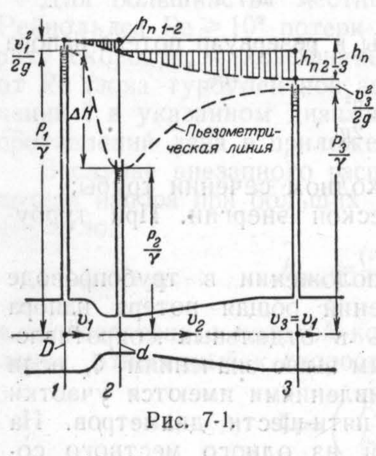


Рис. 7-1.

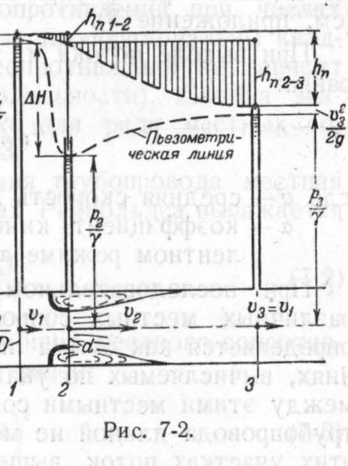


Рис. 7-2.

$\mathrm{Re} = \frac{4Q}{\pi D \nu}$*. Зона турбулентной автомодельности для этих расходомеров имеет место в зависимости от d/D при $\mathrm{Re} > 10^5 - 10^6$.

Потери напора в расходомерах вычисляются по общему выражению (7-1), где v — средняя скорость в трубопроводе и ζ — опытный суммарный коэффициент сопротивления расходомера.

Величины коэффициентов расхода μ и коэффициентов сопротивления ζ расходомеров в зоне турбулентной авто-

* Значения коэффициента расхода для нормальных расходомеров в соответствии с „Правилами 27-54" приведены в Справочнике машиностроителя (3-е изд.), т. 2, Машгиз, 1960.

модельности могут приближенно определяться и расчетным путем. В качестве примера получим общие выражения коэффициента расхода μ и коэффициента сопротивления ζ диафрагмы (рис. 7-3).

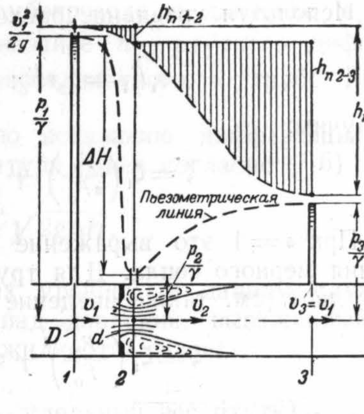


Рис. 7-3.

Для коэффициента расхода можно воспользоваться формулой (6-14) введения к гл. 6, определяющей расход при истечении через отверстие из резервуара ограниченной площади; из нее непосредственно получаем:

$$\mu = \frac{\varepsilon}{\sqrt{\alpha_2 + \zeta_1 - \alpha_1\left(\frac{\varepsilon F_o}{F_1}\right)^2}},$$

где ε — коэффициент сжатия струи, зависящий от соотношения площадей трубы $F_1 = \frac{\pi D^2}{4}$ и отверстия диафрагмы $F_o = \frac{\pi d^2}{4}$;

ζ_1 — коэффициент сопротивления отверстия диафрагмы;

α_1 и α_2 — значения коэффициента кинетической энергии в сечении (1) перед входом в диафрагму и в сжатом сечении струи (2). (Для больших значений Re можно принимать $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$.)

При $\varepsilon = 1$ формула дает выражение коэффициента расхода трубы Вентури и сопла (рис. 7-1 и 7-2).

Коэффициент сопротивления найдем, рассматривая потерю напора в диафрагме как сумму потерь на участках между сечениями *1—2* и *2—3*;

$$\zeta\frac{v_1^2}{2g} = \zeta_1\frac{v_2^2}{2g} + \frac{(v_2 - v_1)^2}{2g},$$

Используя уравнение расхода

$$v_1 F_1 = v_2 \varepsilon F_0; \quad v_2 = \frac{F_1}{\varepsilon F_0} v_1,$$

получим:

$$\zeta = \zeta_1 \left(\frac{F_1}{\varepsilon F_0} \right)^2 + \left(\frac{F_1}{\varepsilon F_0} - 1 \right)^2$$

При $\varepsilon = 1$ это выражение дает коэффициент сопротивления мерного сопла. Для трубы Вентури аналогичный расчет дает (см. также введение к гл. 6)

$$\zeta = \zeta_1 \left(\frac{F_1}{F_0} \right)^2 + \varphi_д \left(\frac{F_1}{F_0} \right)^2$$

3. Рассмотрим в качестве примера расчета схему трубопровода с местными сопротивлениями, в которой жидкость удельного веса γ перетекает по трубопроводу диаметром D из бака A в бак B с постоянной разностью уровней h под избыточным давлением p_x в баке A (рис. 7-4).

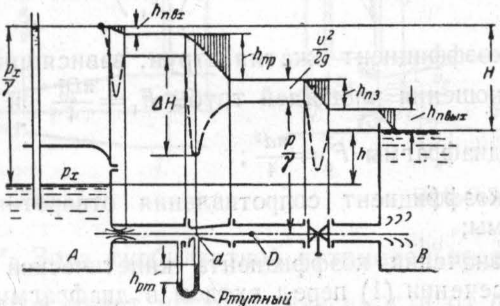


Рис. 7-4.

На трубопроводе установлены расходомер Вентури с диаметром узкого сечения d и задвижка.

Заданы (в предположении, что имеет место квадратичная зона сопротивления и безразмерные характеристики потока не зависят от числа Рейнольдса) коэффициент расхода μ и коэффициент сопротивления $\zeta_р$ расходомера Вентури, а также коэффициент сопротивления $\zeta_з$ задвижки.

Определим расход Q в трубопроводе и давление p_x в баке A, считая известным показание $h_{рт}$ ртутного дифференциального манометра, присоединенного к трубе Вентури.

Расход в трубопроводе по показанию дифференциального манометра на трубе Вентури равен согласно (7-6)

$$Q = \mu \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2g\Delta H},$$

где перепад пьезометрических уровней (в данном случае горизонтальной трубы — перепад давлений, выраженный в метрах столба протекающей жидкости) равен:

$$\Delta H = \frac{\gamma_{рт} - \gamma}{\gamma} h_{рт} \quad (\gamma_{рт} \text{ — удельный вес ртути}).$$

Для определения давления p_x воспользуемся уравнением Бернулли, записанным для сечений потока на свободных поверхностях в баках:

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma} + \alpha_A \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma} + \alpha_B \frac{v_B^2}{2g} + \Sigma h_п,$$

где $\Sigma h_п$ — сумма потерь напора между этими сечениями.

Так как скоростные напоры в баках пренебрежимо малы $\left(\frac{v_A^2}{2g} \approx 0 \text{ и } \frac{v_B^2}{2g} \approx 0\right)$, получаем общее соотношение:

$$H = \left(z_A + \frac{p_A}{\gamma}\right) - \left(z_B + \frac{p_B}{\gamma}\right) = \Sigma h_п,$$

выражающее, что разность H статических напоров (пьезометрических уровней) в баках целиком затрачивается на преодоление гидравлических сопротивлений, возникающих при перетекании жидкости по трубопроводу.

В нашем случае $z_B - z_A = h$ и избыточное давление $p_B = 0$, следовательно:

$$H = \frac{p_x}{\gamma} - h.$$

Пренебрегая потерями трения по длине трубопровода (который предполагается коротким), определим местные потери: вход в трубопровод $h_{п.вх}=\zeta_{вх}\frac{v^2}{2g}$; расходомер Вентури $h_{п.р}=\zeta_р\frac{v^2}{2g}$; задвижка $h_{п.з}=\zeta_з\frac{v^2}{2g}$; выход из трубопровода $h_{п. ых}=\frac{v^2}{2g}$, где средняя скорость в трубопроводе

$$v=\frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}}.$$

Таким образом, искомое давление

$$\frac{p_x}{\gamma}=(\zeta_{вх}+\zeta_р+\zeta_з+1)\frac{v^2}{2g}+h.$$

ЗАДАЧИ

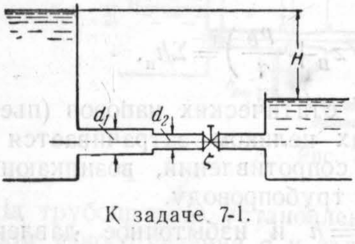
Задача 7-1. Вода перетекает из левого бака в правый по трубопроводу с диаметрами $d_1=100$ *мм* и $d_2=60$ *мм*.

Определить, пренебрегая потерями трения, расход в трубопроводе при напоре $H=3$ *м* и коэффициенте сопротивления вентиля $\zeta=5$.

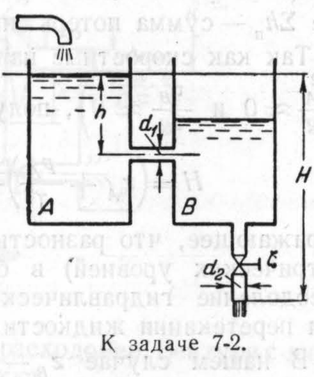
Построить график напоров.

При каком значении ζ расход уменьшится в два раза?

Ответ. $Q=8{,}6$ *л/сек*; $\zeta=24{,}2$.



К задаче. 7-1.



К задаче 7-2.

Задача 7-2. Из бака A, в котором поддерживается постоянный уровень, вода протекает по цилиндрическому насадку диаметром $d_1=20$ *мм* в бак B, из которого сливается в атмосферу по короткой трубке диаметром $d_2=25$ *мм*. Напор $H=900$ *мм*, а ось патрубка размещена на глубине $h=400$ *мм* под уровнем воды в баке A.

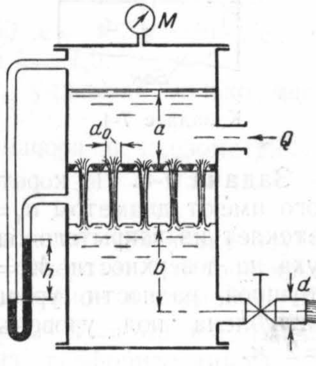
Найти зависимость расхода воды, перетекающей из бака A в бак B, от коэффициента сопротивления ζ крана, установленного в трубке.

Определить наименьшее значение ζ, начиная с которого дальнейшее увеличение открытия крана (т. е. уменьшение его ζ) не будет давать увеличения расхода.

Потери на трение в трубке не учитывать.

Ответ. $Q=\frac{20,6\cdot10^{-4}}{\sqrt{5,15+\zeta}}$ *м³/сек*; $\zeta_{\text{мин}}=3,1$.

Задача 7-3. Из верхней секции бака при постоянном уровне $a=1,5$ *м* и показания манометра $M=0,3$ *ати* вода перетекает в нижнюю секцию через 50 отверстий диаметром $d_0=10$ *мм* каждое. Из нижней секции вода выливается в атмосферу через короткую трубу, снабженную вентилем.



К задаче 7-3.

Определить подачу воды Q в верхнюю секцию, если показание дифференциального ртутного манометра, измеряющего разность давлений воздуха над уровнями воды в секциях, равно $h=110$ *мм*.

Определить диаметр сливной трубы d из условия, чтобы при открытом вентиле с коэффициентом сопротивления $\zeta=4,0$ уровень воды в нижней секции установился на высоте $b=2,5$ *м*.

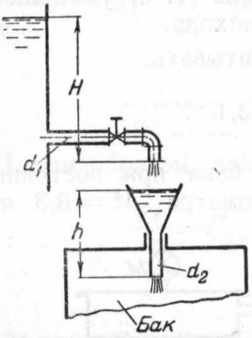
Ответ. $Q=18,6$ *л/сек*; $d=79$ *мм*.

Задача 7-4. Заполнение бака бензином происходит через воронку диаметром $d_2=50$ *мм*, высотой $h=400$ *мм* с коэффициентом сопротивления $\zeta=0,25$. В воронку бензин заливается из резервуара с постоянным уровнем по короткой трубе диаметром $d_1=30$ *мм* с краном и угольником, коэффициенты сопротивления которых соответственно равны $\zeta_к=8,5$ и $\zeta_у=0,8$.

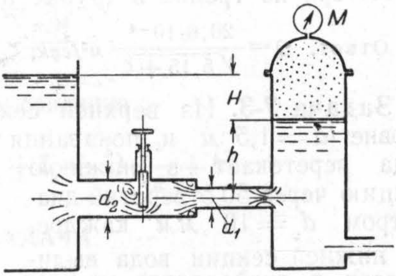
Определить, какой наибольший напор H можно иметь в резервуаре, чтобы воронка не переполнялась, и каков при этом расход бензина, поступающего в бак.

Потери на трение в трубе не учитывать.

Ответ. $H = 26{,}6$ *м*; $Q = 4{,}9$ *л/сек*.



К задаче 7-4.



К задаче 7-5.

Задача 7-5. По короткому трубопроводу, участки которого имеют диаметры $d_1 = 70$ *мм* и $d_2 = 100$ *мм*, вода перетекает из закрытого бака с избыточным давлением воздуха на поверхности $M = 2$ *ати* в открытый бак при постоянной разности уровней $H = 5$ *м*. Ось трубопровода заглублена под уровень воды в правом баке на $h = 2$ *м*.

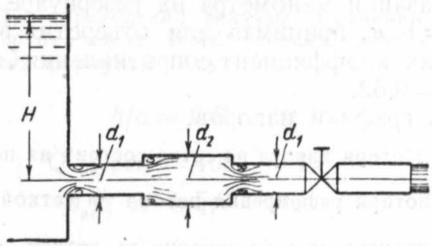
Определить расход (пренебрегая потерями на трение) для случая, когда задвижка полностью открыта и ее коэффициент сопротивления $\zeta = 0$, и для случая, когда задвижка открыта на 0,25 ее хода и $\zeta = 16$. Для рассмотренных выше двух случаев построить линии напора и пьезометрические линии.

При построении пьезометрической линии найти приближенно давление в сжатом сечении после задвижки, если при указанном ее неполном открытии проходная площадь задвижки составляет 0,32 от площади трубы, а коэффициент сжатия в сечении потока после задвижки $\varepsilon = 0{,}65$.

Указание. При подсчете давления учитывать, что после сжатого сечения за задвижкой происходит потеря на внезапное расширение, определяемая формулой (7-2).

Ответ. $Q = 66$ *л/сек* и 30 *л/сек*.

Задача 7-6. Вода вытекает в атмосферу по короткому горизонтальному трубопроводу, в котором установлен вентиль, под постоянным напором $H = 16$ *м*. Диаметры участ-



К задаче 7-6.

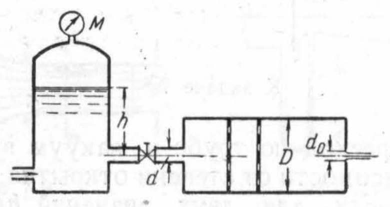
ков трубопровода равны $d_1 = 50$ *мм* и $d_2 = 70$ *мм*. Коэффициент сопротивления вентиля $\zeta = 4{,}0$.

Определить расход в трубе, учитывая только местные потери.

Построить линию полного напора и пьезометрическую линию.

Ответ. $Q = 14{,}1$ *л/сек*.

Задача 7-7. В экспериментальной установке изучается истечение воды через круглое отверстие с острой кромкой диаметром $d_0 = 50$ *мм*, выполненное в торцовой стенке горизонтального бака диаметром $D = 200$ *мм*. Бак снабжен двумя успокоителями из перфорированного листа.



К задаче 7-7.

Сверления в каждом листе имеют суммарную площадь, равную $^1/_5$ площади сечения бака, и могут рассматриваться как независимо работающие отверстия с острой кромкой, истечение через которые происходит под уровень. Вода подается в бак из резервуара по короткой подводящей трубе диаметром $d = 50$ *мм*, снабженной вентилем, коэффициент сопротивления которого $\zeta = 4{,}6$.

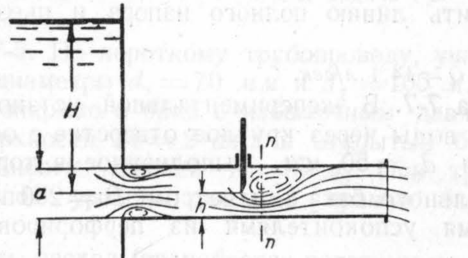
Определить скорость истечения и расход через отверстие при показании манометра на резервуаре $M = 1{,}5$ *ати* и уровне $h = 1$ *м*, принимая для отверстия в баке и сверлений в сетках коэффициент сопротивления $\zeta = 0{,}06$ и сжатия струи $\varepsilon = 0{,}62$.

Построить графики напоров.

Указание. Потеря напора на сетке состоит из потери на острой кромке $\zeta \frac{v_c^2}{2g}$ и потери расширения потока за сеткой $\frac{(v_c - v_б)^2}{2g}$, где v_c — скорость струи в сжатом сечении за сеткой, а $v_б$ — скорость в успокоительном баке.

Ответ. $v_0 = 9{,}4$ *м/сек*; $Q = 11{,}4$ *л/сек*.

Задача 7-8. Вода вытекает в атмосферу по короткой трубе квадратного сечения со стороной $a = 200$ *мм* при постоянном напоре $H = 10$ *м*.



К задаче 7-8.

Определить расход по трубе и вакуум в сжатом сечении $n - n$ в зависимости от степени открытия задвижки h/a. Подсчеты провести для двух значений h/a, используя соответствующие им величины коэффициента сопротивления ζ задвижки и сжатия струи ε в сечении $n - n$:

$$h/a = 0{,}8 \qquad 0{,}1$$

$$\zeta = 0{,}39 \qquad 193$$

$$\varepsilon = 0{,}80 \qquad 0{,}67$$

Коэффициент сопротивления входа в трубу принять $\zeta_{вх} = 0{,}5$, потери трения не учитывать.

В обоих случаях построить графики напоров.

Указание. При определении вакуума в сечении $n - n$ считать, что расширение потока после этого сечения приводит к потере напора, определяемой формулой (7-2).

Ответ.

$$h/a = 0{,}8 \quad 0{,}1$$

$$Q \ л/сек = 406 \quad 40$$

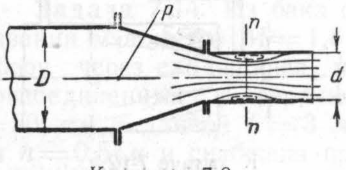
$$p_в/\gamma \ м = 5{,}9 \quad 1{,}4$$

Задача 7-9. Трубопровод диаметром $D = 160$ *мм* оканчивается насадком, который состоит из конуса и короткого цилиндрического участка диаметром $d = 80$ *мм*. Коэффициент сопротивления конуса, отнесенный к скорости в сжатом сечении $n - n$, равен $\zeta = 0{,}1$; коэффициент сжатия струи в этом сечении $\varepsilon = 0{,}8$.

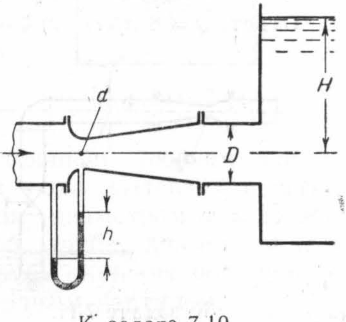
Пренебрегая упругостью паров воды, найти предельное давление p перед насадком, при котором он перестанет работать сплошным выходным сечением, т. е. при котором вакуум в сечении $n - n$ насадка достигнет 10 *м вод. ст.*

При этом давлении найти расход через насадок и построить график напоров по его длине.

Ответ. $p = 2{,}31$ *ати*; $Q = 100$ *л/сек*.



К задаче 7-9.



К задаче 7-10.

Задача 7-10. В трубопроводе диаметром $D = 50$ *мм*, подающем воду в бак с постоянным уровнем $H = 1{,}5$ *м*, установлена труба Вентури с горловиной диаметром $d = 25$ *мм*. Коэффициент сопротивления сходящегося участка расходомера $\zeta = 0{,}06$, коэффициент потерь в его диффузоре $\varphi_д = 0{,}20$.

Определить:

1) Какой наибольший расход можно подавать в бак до появления кавитации в расходомере, если упругость паров воды $p_{н.п} = 0{,}2$ *ата* ($t = 60°$ C).

2) Каково будет при этом расходе показание h ртутного дифференциального манометра

Ответ. 1) $Q = 7{,}3$ *л/сек*, 2) $h = 0{,}91$ *м*.

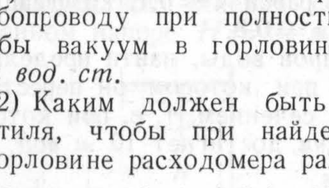
Задача 7-11. По трубопроводу диаметром $d_1 = 50$ *мм*, в котором установлена труба Вентури с горловиной $d_2 = 25$ *мм*, вода сливается под постоянный уровень, расположенный ниже оси расходомера на $h = 2$ *м*. Коэффициент потерь в диффузоре расходомера $\varphi_д = 0{,}25$ и коэффициент сопротивления угольника $\zeta = 1$.

Определить, пренебрегая потерями на трение:

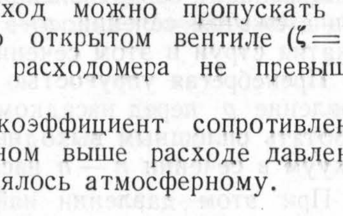
1) Какой наибольший расход можно пропускать по трубопроводу при полностью открытом вентиле ($\zeta = 7$), чтобы вакуум в горловине расходомера не превышал 6 *м вод. ст.*

2) Каким должен быть коэффициент сопротивления вентиля, чтобы при найденном выше расходе давление в горловине расходомера равнялось атмосферному.

Ответ. $Q = 8$ *л/сек.* 2) $\zeta = 14$.



К задаче 7-11.



К задаче 7-12.

Задача 7-12. Определить отношение диаметров $\frac{D}{d}$, при котором в случае внезапного расширения трубы будет иметь место наибольшая разность показаний пьезометров Δh для любого заданного расхода.

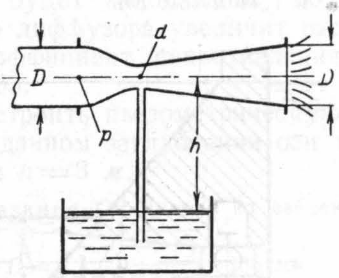
Ответ. $\frac{D}{d} = \sqrt{2}$.

Задача 7-13. Труба диаметром $D = 40$ имеет на конце сходящийся насадок с горловиной $d = 20$ *мм* и коэффициентом сопротивления $\zeta = 0{,}08$, переходящий в диффузор с коэффициентом потерь $\varphi_д = 0{,}3$, из которого вода вытекает в атмосферу.

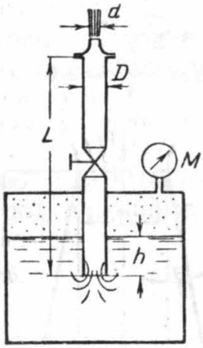
Какой расход надо пропускать по трубе и какое при этом будет давление p перед насадком, чтобы в горловину начала поступать вода, подсасываемая на высоту $h = 2$ *м* из открытого сосуда?

Построить график напоров при этом расходе.

Ответ. $Q = 2{,}25$ *л/сек*; $p = 0{,}066$ *ати*.



К задаче 7-13.



К задаче 7-14.

Задача 7-14. Из бака с постоянным уровнем при показании манометра $M = 1{,}8$ *ати* вода вытекает в атмосферу через сходящийся насадок диаметром $d = 25$ *мм*, присоединенный к вертикальной трубе диаметром $D = 50$ *мм* и длиной $L = 3$ *м*. Труба опущена под уровень на $h = 0{,}5$ *м* и снабжена прямоточным вентилем.

Определить теоретическую высоту фонтана при полностью открытом вентиле ($\zeta_в = 0{,}6$), принимая коэффициент сопротивления трения в трубе $\lambda = 0{,}03$, коэффициенты сопротивления входа в трубу $\zeta_{вх} = 0{,}5$ и насадка $\zeta_н = 0{,}06$.

Построить график напоров по высоте трубы.

Ответ. $z = 12{,}5$ *м*.

Задача 7-15. В отсасывающей трубе водяной турбины, выполненной в виде конического диффузора с входным диаметром $D = 0{,}5$ *м* и углом раскрытия $\theta = 16°$, расход воды равен $Q = 1{,}0$ *м³/сек*.

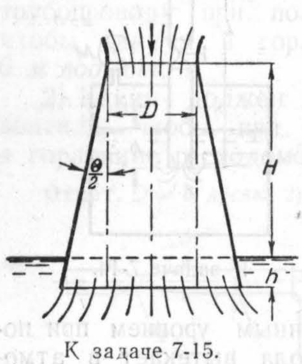
Определить:

1) Вакуум во входном сечении, которое расположено над уровнем воды на высоте $H = 1{,}6$ *м*, если выходное сечение трубы заглублено под уровень на $h = 0{,}4$ *м*, а коэффициент потерь в диффузоре $\varphi_д = 0{,}3$.

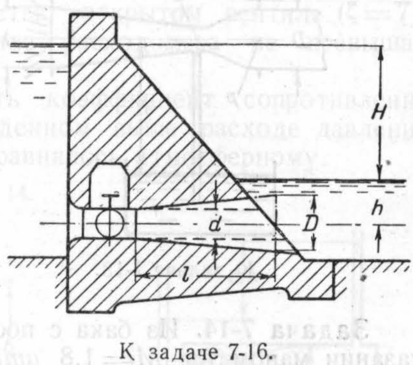
2) Каким станет вакуум во входном сечении, если диффузор заменить цилиндрической трубой диаметром D (штрих-пунктир) с коэффициентом сопротивления трения $\lambda = 0{,}03$.

В обоих случаях построить пьезометрические линии по высоте трубы.

Ответ. $\frac{p_в}{\gamma} = 2{,}63$ *м вод. ст.* и $1{,}44$ *м вод. ст.*



К задаче 7-15.



К задаче 7-16.

Задача 7-16. Водоспуск плотины состоит из плавно скругленного входного участка с коэффициентом сопротивления $\zeta = 0{,}05$, короткой цилиндрической горловины диаметром $d = 0{,}6$ *м* с размещенным в ней дисковым затвором, коэффициент сопротивления которого при полном открытии $\zeta = 0{,}1$, и конического раструба длиной $l = 4$ *м* с выходным диаметром $D = 1{,}0$ *м* и коэффициентом потерь $\varphi_д = 0{,}2$.

Определить:

1) Расход через водоспуск при напоре $H = 5$ *м* и требуемое затопление его оси под низовой уровень h, чтобы вакуум на входе в диффузоре не превосходил 6 *м вод. ст.*

2) Как изменится расход, если вместо раструба будет выполнена цилиндрическая труба диаметром d с коэффициентом сопротивления трения $\lambda = 0,025$.

Для обоих случаев построить графики напоров по длине водоспуска.

Ответ: 1) $Q = 4,65$ *м³/сек*; $h = 5$ *м*. 2) Расход уменьшится в 1,9 раза.

Задача 7-17. Для увеличения пропускной способности короткой трубы длиной $l = 800$ *мм* и диаметром $d = 80$ *мм*, работающей под постоянным напором $H = 10$ *м*, к ней присоединен конический диффузор с углом раскрытия $\theta = 16°$ и коэффициентом потерь $\varphi_д = 0,3$.

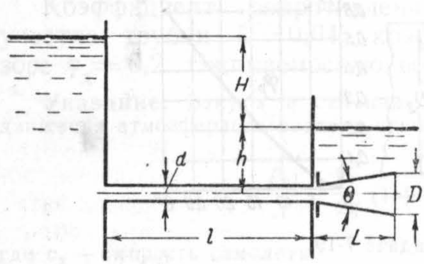
Определить выходной диаметр диффузора D и соответствующую ему длину L, при которых расход воды по трубе будет наибольшим Во сколько раз присоединение такого диффузора увеличит расход по трубе?

Коэффициент сопротивления трения в трубе принять $\lambda = 0,03$.

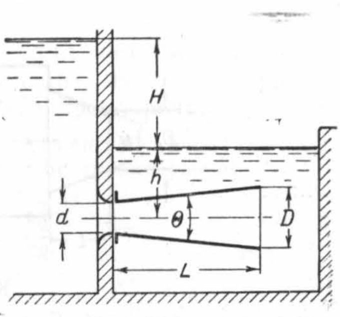
Построить пьезометрическую линию для этой системы при заданном заглублении оси трубы под нижний уровень, равном $h = 3$ *м*.

Указание. См. пример во введении гл. 6.

Ответ. $D = d\sqrt{\dfrac{1+\varphi_д}{\varphi_д}} = 166$ *мм*; $\dfrac{Q_2}{Q_1} = 1,32$.



К задаче 7-17.



К задаче 7-18.

Задача 7-18. Вода перетекает из одного резервуара в другой под постоянным напором H по горизонтальному коническому диффузору с диаметром входа $d = 200$ *мм* и длиной $L = 1200$ *мм*.

Пренебрегая сопротивлением входа в диффузор, определить величину выходного диаметра D, при котором пропускная способность диффузора будет максимальной.

Коэффициент потерь в диффузоре задан таблично в зависимости от угла раскрытия θ:

$\theta°$	8	10	12	14	16
$\varphi_д$	0,15	0,175	0,20	0,25	0,30

Определить также, при каком наибольшем напоре H может работать такой диффузор, если он заглублен под уровень на $h = 2$ *м*, а вакуум в его входном сечении не должен превышать 8 *м вод. ст.*

Построить для этого случая график напоров.

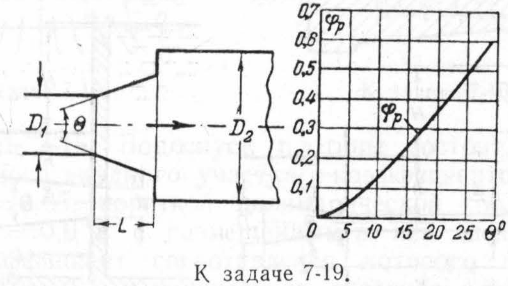
Указание. Задавая ряд значений θ и вычисляя выходной диаметр D диффузора при заданной его длине, провести численное исследование на максимум величины расхода при заданном напоре H, используя для подсчета потерь в диффузоре формулу (7-4).

Ответ. $D = 410$ *мм*; $H_{макс} = 1,9$ *м*.

Задача 7-19. Для увеличения диаметра трубопровода с $D_1 = 150$ *мм* до $D_2 = 300$ *мм* конструктивно задан ограниченный переходный участок, длина которого $L = 200$ *мм*.

Определить:

1) Оптимальный угол θ раскрытия диффузора, при котором суммарные потери расширения потока в трубопроводе будут наименьшими, пользуясь для определения потери расширения в диффузоре графиком зависимости коэффициента этой потери $\varphi_р$ от угла θ.



К задаче 7-19.

2) Во сколько раз такой оптимальный ступенчатый диффузор снизит потери по сравнению с внезапным расширением трубопровода?

Указание. Суммарная потеря расширения равна:

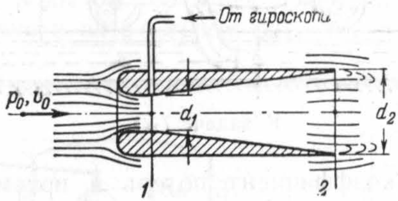
$$h_{\text{п}} = \varphi_{\text{р}} \frac{(v_1 - v_x)^2}{2g} + \frac{(v_x - v_2)^2}{2g},$$

где v_1 и v_2 — скорости в узком и широком сечениях трубопровода; v_x — скорость в выходном сечении диффузора.

Задача решается численным исследованием на минимум величины h в зависимости от угла θ при заданной длине диффузора.

Ответ. $\theta_{\text{опт}} = 17°$; потеря уменьшится в 4,1 раза.

Задача 7-20. Трубка Вентури, установленная на самолете, должна отсасывать воздух из камеры гироскопа, приводя последний во вращение.



К задаче 7-20.

Определить соотношение выходного диаметра d_2 и диаметра горловины трубки d_1, при котором вакуум в горловине будет максимальным.

Коэффициент сопротивления сходящегося входного участка трубки $\zeta = 0{,}04$, коэффициент потерь в диффузоре $\varphi_{\text{д}} = 0{,}2$. Сжимаемостью воздуха пренебречь.

Указание. Вакуум в сечении *1* по уравнению Бернулли для движения атмосферного воздуха относительно трубки равен:

$$\frac{p_{\text{в}1}}{\gamma} = \frac{v_1^2}{2g}(1 + \zeta) - \frac{v_0^2}{2g},$$

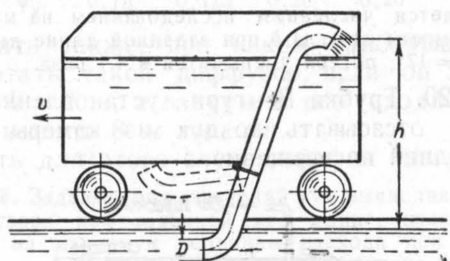
где v_0 — скорость самолета.

Так как на выходе из трубки (сечение *2*) давление равно атмосферному $p_{\text{ат}}$, имеем:

$$\frac{v_0^2}{2g} = \zeta \frac{v_1^2}{2g} + \varphi_{\text{д}} \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Ответ. $\frac{d_2}{d_1} = 2{,}45$; максимальный вакуум $\frac{p_{\text{в}1}}{\gamma} = 4\frac{v_0^2}{2g}$.

Задача 7-21. Для заполнения водой паровозного тендера на ходу поезда, в специально устроенный между рельсами лоток с водой опускается труба приемного устройства диаметром $D=200$ *мм*, так что входное сечение трубы располагается навстречу потоку.



К задаче 7-21.

Суммарный коэффициент потерь в приемном устройстве, отнесенный к средней скорости в трубе, равен $\zeta=2$, а высота подъема воды $h=3$ *м*.

Определить:

1) Время, необходимое для заполнения тендера емкостью $W=10$ $м^3$ при скорости поезда $v=36$ *км/ч*.

2) При какой наименьшей скорости поезда это приемное устройство перестанет работать?

Указание. Из уравнения Бернулли для относительного движения в трубе имеем:

$$\frac{v^2}{2g}=h+\frac{w^2}{2g}(1+\zeta),$$

где w — скорость в трубе.

Ответ. $t=86$ *сек*; $v_{мин}=27{,}5$ *км/ч*.

К задаче 7-22.

Задача 7-22. Определить расход через лабиринтное уплотнение гидротурбины, расположенное на диаметре $D=2$ *м* и работающее под перепадом давлений $\frac{p_1-p_2}{\gamma}=$

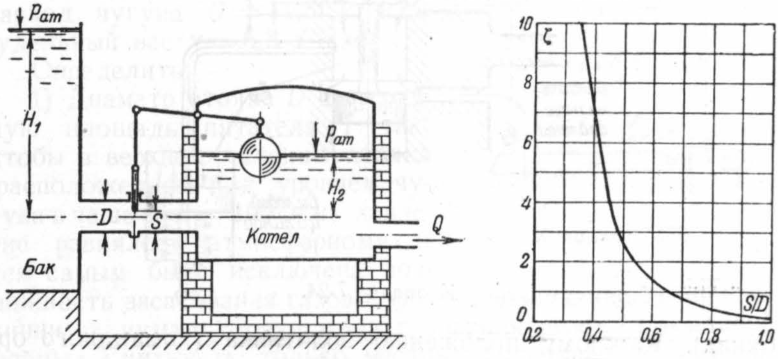
$=30$ *м вод. ст.*, если величина радиального зазора $b=$ $=2$ *мм* и длина каждой щели $l=40$ *мм.*

Для каждой щели учитывать следующие потери: при входе ($\zeta=0{,}5$), при выходе ($\zeta=1$) и на трение $\left(\zeta=\lambda\frac{l}{2b}\right.$, где коэффициент сопротивления трения принять $\left.\lambda=0{,}04\right)$.

Как изменится расход, если выполнить уплотнение без канавок в виде щели длиной $L=5l$?

Ответ. $Q=128$ *л/сек* и 163 *л/сек.*

Задача 7-23. Из водогрейного котла отводится постоянный расход воды $Q=35$ *л/сек* при уровне в котле $H_2=$ $=1$ *м* и уровне в питательном баке $H_1=3$ *м.*



К задаче 7-23.

Для поддержания уровня в котле при колебаниях уровня в питательном баке на соединяющем их трубопроводе диаметром $D=100$ *мм* установлена задвижка, управляемая поплавком через равноплечий рычаг.

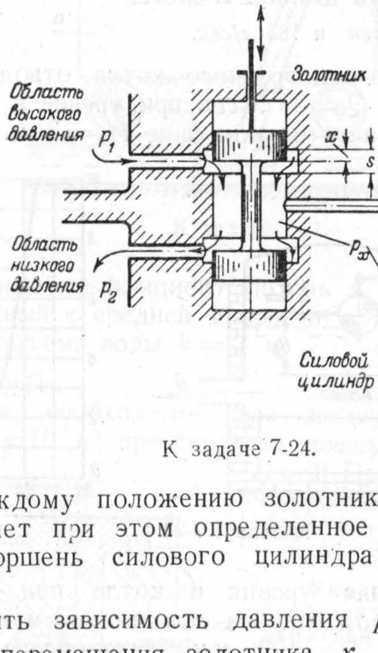
Определить, как изменится уровень H_2, если при том же расходе Q уровень H_1 поднимется на 2 *м.*

Указание. Предварительно по заданным напорам H_1 и H_2 и расходу в трубопроводе определяется коэффициент сопротивления задвижки ζ, дающий ее начальное открытие S_0 в соответствии с приведенным графиком.

Затем при новом напоре H_1 графически определяется такое повышение уровня в котле ΔH, при котором разность уровней в баке и котле и потерянный в трубопроводе напор (при новом открытии задвижки $S = S_0 - \Delta H$) будут равны. В трубопроводе учитывать только местные потери.

Ответ. $\Delta H = 23$ *мм.*

Задача 7-24. В следящей системе давление p_x в корпусе золотника, подводимое к силовому цилиндру, изменяется с перемещением золотника в пределах от p_1 (при полностью открытом верхнем окне и закрытом нижнем окне) до p_2 (при закрытом верхнем и открытом нижнем



К задаче 7-24.

окнах). Каждому положению золотника (командного органа) отвечает при этом определенное усилие, действующее на поршень силового цилиндра (исполнительный орган).

Установить зависимость давления p_x в силовом цилиндре от перемещения золотника x, если перепад давлений для верхнего окна выражается, как

$$\frac{p_1 - p_x}{\gamma} = a\left(\frac{Q}{s - x}\right)^2$$

и для нижнего окна

$$\frac{p_x - p_2}{\gamma} = a\left(\frac{Q}{x}\right)^2,$$

где Q — расход через золотник из области высокого давления в область низкого давления;

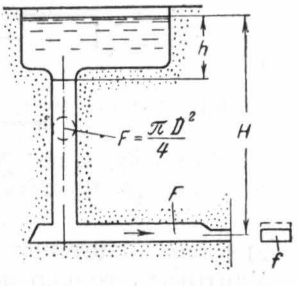
s — высота окон;

a — множитель пропорциональности (зависит от конструкции и размеров золотника).

Построить график зависимости p_x от x при $p_1 = 10$ *ати*, $p_2 = 0$ и $s = 40$ *мм*.

Ответ. $p_x = \dfrac{p_1 (s-x)^2 + p_2 x^2}{(s-x)^2 + x^2}$.

Задача 7-25. Литниковая система земляной формы, состоящая из чаши, цилиндрического стояка, прямоугольного литникового хода (равной со стояком площади F) и питателя выходной площади f, должна при работе под напором $H = 500$ *мм* подавать в форму расход чугуна $G = 11{,}5$ *кГ/сек* (удельный вес $\gamma = 6{,}8$ *Г/см*^{3}).



К задаче 7-25.

Определить:

1) Диаметр стояка D и выходную площадь питателя f так, чтобы в верхнем сечении стояка (расположенном под уровнем чугуна в чаше на $h = 100$ *мм*) давление равнялось атмосферному и тем самым была исключена возможность засасывания газов в форму, возникающего при наличии вакуума в стояке из-за газопроницаемости земляной формы. Учитывать только местные сопротивления (коэффициент сопротивления) (коэффициенты сопротивления плавно скругленного входа в стояк $\zeta_{вх} = 0{,}06$, колена $\zeta_к = 1{,}3$ и питателя $\zeta_п = 0{,}1$).

2) Как изменятся результаты, если кромка входа в стояк не будет закруглена (учитывать сжатие струи, принимая коэффициент сжатия $\varepsilon = 0{,}64$).

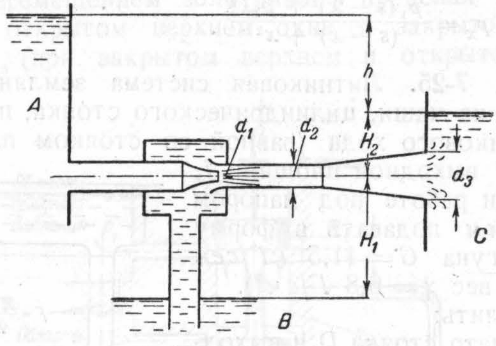
Давление на выходе из питателя равно атмосферному.

Ответ. $D = 40$ *мм* и $f \doteq 6{,}6$ *см*^{2}; $D = 50$ *мм* и $f = 6{,}1$ *см*^{2}.

Задача 7-26. Водоструйный насос, получая воду под давлением из резервуара A, подсасывает из резервуара B воду на высоту $H_1 = 4$ *м* и нагнетает ее в резервуар C на высоту $H_2 = 2$ *м*. Выходной диаметр сопла, из которого вытекает под давлением вода, $d_1 = 20$ *мм*, диаметр цилиндрической смесительной камеры $d_2 = 40$ *мм*, выходной диаметр диффузора, из которого вода поступает в резервуар C, $d_3 = 100$ *мм*.

Определить:

1) Каков минимальный напор h в резервуаре A, при котором насос перестанет подсасывать воду из резервуара B.



К задаче 7-26.

2) Каков будет при этом расход воды из сопла.

Учитывать только потери на расширение потока в цилиндрической камере и в диффузоре насоса (коэффициент потерь в диффузоре $\varphi_д = 0{,}25$).

Указание. Когда насос перестает подсасывать воду, величина вакуума в выходном сечении сопла равна H_1 *м вод. ст.*

При этом уравнение Бернулли для участка между выходным сечением сопла и резервуаром C дает;

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = H_2 + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} + \varphi_д \frac{(v_2 - v_3)^2}{2g} + \frac{v_3^2}{2g},$$

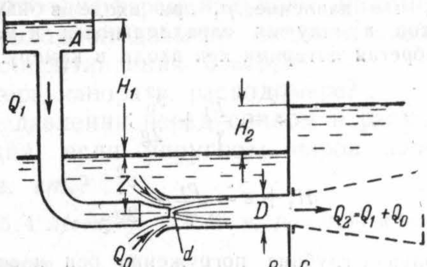
где v_1 — скорость выхода из сопла;
v_2 и v_3 — скорости на входе и выходе из диффузора, и давление на выходе из сопла $\frac{p_1}{\gamma} = -H_1$.

Ответ. $h_{мин} = 8{,}1$ *м*; $Q_1 = 5{,}2$ *л/сек*.

Задача 7-27. Водоструйный насос с цилиндрической камерой смешения получает рабочую воду из бака A под напором $H = 20$ *м* и поднимает подсасываемую воду из бака B в бак C на высоту $H_2 = 5$ *м*.

Определить;

1) Расходы рабочей и подсасываемой воды Q_1 и Q_0, если выходной диаметр рабочего сопла $d=20$ *мм* и диаметр смесительной камеры $D=40$ *мм*. Учитывать только



К задаче 7-27.

потерю при смешении потоков в камере и потерю при выходе из камеры в бак.

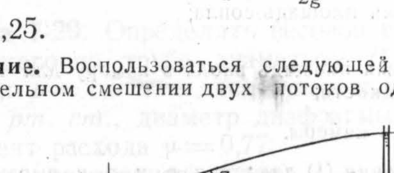
2) Как изменятся расходы Q_1 и Q_0, если дополнить камеру диффузором (пунктир), кинетической энергией выхода из которого можно пренебречь.

Потерю в диффузоре определить по формуле

$$h_п = \zeta \frac{v_2^2}{2g},$$

где $\zeta = 0{,}25$.

Указание. Воспользоваться следующей системой уравнений. При параллельном смешении двух потоков однородной жидкости в



К решению задачи 7-27.

цилиндрической камере, повышение давления в камере (с учетом потери энергии при смешении) равно по теореме количеств движения:

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{v_2}{g}\left(\frac{Q_1 v_1 + Q_0 v_0}{Q_1 + Q_0} - v_2\right), \qquad (1)$$

где v_1 и v_0 — скорости рабочей и подсасываемой жидкости при входе в камеру (сечение *1*);

v_2 — скорость смешанного потока на выходе из камеры (сечение *2*)*.

Из условия, что давление p_1 при входе в камеру одинаково для обоих потоков в силу их параллельности и малой кривизны, получаем, пренебрегая потерями при входе в камеру:

$$z = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g}; \tag{2}$$

$$H_1 + z = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g}, \tag{3}$$

где z — произвольная глубина погружения оси насоса под начальным уровнем.

Давление на выходе из камеры при отсутствии диффузора

$$\frac{p_2}{\gamma} = z + H_2 \tag{4}$$

и с диффузором

$$\frac{p_2}{\gamma} = z + H_2 - (1 - \zeta)\frac{v_2^2}{2g}. \tag{5}$$

Скорость выхода из камеры по уравнению неразрывности

$$v_2 = \frac{Q_1 + Q_0}{F_2} = \frac{F_1 v_1 + F_0 v_0}{F_2}, \tag{6}$$

где $F_1 = \frac{\pi d^2}{4}$ — выходная площадь сопла;

$F_0 = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$ — кольцевая площадь входа в камеру для подсасываемой жидкости;

$F_2 = \frac{\pi D^2}{4}$ — площадь камеры.

Исключая из уравнения (1) давления p_1 и p_2 и выражая в нем скорости v_0 и v_2 через v_1, находим в результате совместного решения полученной системы значения скоростей и, следовательно, расходов (при заданных H_1 и H_2 расходы не зависят от z).

Ответ. $Q_1 = 6{,}3$ *л/сек* и $Q_0 = 2{,}7$ *л/сек*; $Q_1 = 6{,}7$ *л/сек* и $Q_0 = 7{,}5$ *л/сек.*

---

* Приравнивая секундный импульс сил давления, действующих вдоль оси потока на жидкость в камере (между сечениями *1* и *2*), и секундное приращение количества движения этой жидкости, получим:

$$F_2(p_2 - p_1) = Q_1\rho v_1 + Q_0\rho v_0 - Q_2\rho v_2.$$

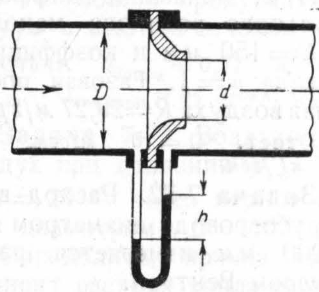
Подставляя $F_2 = \frac{Q_2}{v_2}$, приходим к соотношению (1).

Задача 7-28. Определить расход керосина (относительный вес $\delta = 0{,}80$) в трубе диаметром $D = 50$ *мм*, если показание ртутного дифференциального манометра у сопла $h = 175$ *мм*, выходной диаметр сопла $d = 30$ *мм*, а его коэффициент сопротивления $\zeta = 0{,}08$.

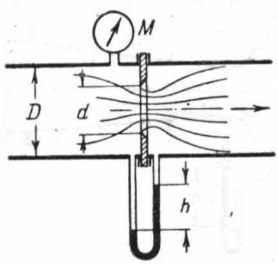
Какова потеря напора в расходомере?

При каком давлении перед соплом в расходомере начнется кавитация, если упругость паров керосина $p_{\text{н.п}} = 150$ *мм рт. ст.*?

Ответ. $Q = 5{,}4$ *л/сек*; $h_{\text{п}} = 1{,}46$ *м*; $p = 0{,}43$ *ата*.



К задаче 7-28.



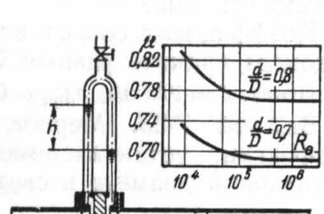
К задаче 7-29.

Задача 7-29. Определить весовой расход насыщенного пара, идущего по трубе диаметром $D = 200$ *мм* при $t = 110°$ С и $p = 1{,}5$ *ата*, если перепад у диафрагмы $h = 50$ *мм рт. ст.*, диаметр диафрагмы $d = 160$ *мм*, а ее коэффициент расхода $\mu = 0{,}77$.

Газовая постоянная пара $R = 47$ *м/град*.

Каков будет перепад у диафрагмы, если такой же весовой расход насыщенного пара будет идти по трубе при $t = 140°$ С и $p = 3{,}6$ *ата*?

Ответ. $G = 1{,}64$ *кГ/сек*; $h = 22{,}6$ *мм*.



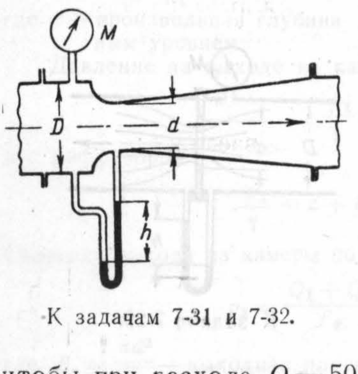
К задаче 7-30.

Задача 7-30. Расход в трубопроводе диаметром $D = 100$ *мм* измеряется нормальной диафрагмой с $d = 80$ *мм*, для которой известна зависимость коэффициента расхода μ от числа Рейнольдса, отнесенного к диаметру трубы.

Определить разность уровней в пьезометрах h при расходе $Q = 20$ *л/сек* для случаев течения воды ($\nu = 10^{-6}$ *м²/сек*) и масла ($\nu = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ *м²/сек*).

Ответ. $h = 1{,}38$ *м* и $1{,}20$ *м.*

Задача 7-31. Определить объемный и весовой расходы воздуха, протекающего через трубу Вентури с размерами $D = 50$ *мм* и $d = 25$ *мм*, если показание манометра перед расходомером $M = 15$ *ати*, температура воздуха $t = 20°$ С, показание дифференциального водяного манометра $h = 150$ *мм* и коэффициент расхода $\mu = 1$. Газовая постоянная воздуха $R = 29{,}27$ *м/град*.



К задачам 7-31 и 7-32.

Ответ. $Q = 10$ *м/сек*; $G = 0{,}67$ *кГ/сек*.

Задача 7-32. Расход воды в трубопроводе диаметром $D = 200$ *мм* измеряется расходомером Вентури.

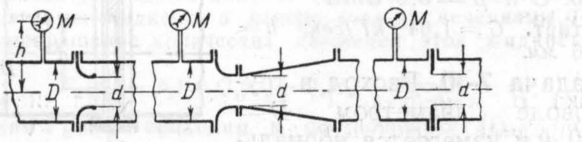
Каков должен быть диаметр сжатого сечения расходомера, чтобы при расходе $Q = 50$ *л/сек* показание ртутного дифференциального манометра было не меньше $h = 160$ *мм*?

Каким должно быть при этом наименьшее давление перед расходомером, чтобы в его сжатом сечении не возникало вакуума?

Коэффициент сопротивления сужающегося участка расходомера принять равным $\zeta = 0{,}04$.

Ответ. $d = 100$ *мм* $p_{мин} = 0{,}2$ *ати.*

Задача 7-33. Мерное сопло, расходомер Вентури и диафрагма, установленные в трубе $D = 100$ *мм*, имеют одинаковый диаметр в свету $d = 60$ *мм*. Коэффициент со-



К задаче 7-33.

противления участка до сжатого сечения во всех приборах одинаков и равен $\zeta_1 = 0{,}06$, коэффициент потерь в диффузоре расходомера Вентури $\varphi_д = 0{,}2$. Коэффициент сжатия струи в диафрагме $\varepsilon = 0{,}66$.

Сравнить потери напора во всех трех приборах при одинаковом расходе воды $Q = 16$ *л/сек.*

Построить линии полного напора и пьезометрические линии при одинаковых показаниях манометров на входе в каждый прибор $M = 1$ *ати* и высоте $h = 0{,}5$ *м.*

Определить наибольший расход, который при указанном M можно пропускать через каждый прибор, чтобы вакуум в сжатом сечении не превосходил 7 *м вод. ст.*

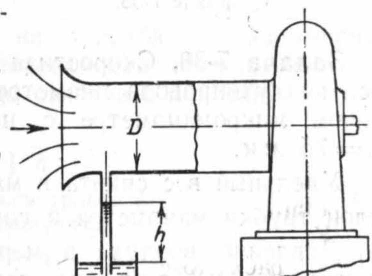
Ответ. $h_{сопла} = 0{,}77$ *м*; $h_{вентури} = 0{,}23$ *м*; $h_{диафр} = 2{,}4$ *м*; $Q_{сопла} = Q_{вентури} = 54$ *л/сек*; $Q_{диафр} = 34{,}3$ *л/сек.*

Задача 7-34. Воздуходувка засасывает из атмосферы воздух при давлении $p_{ат} = 760$ *мм рт. ст.* и температуре $t = 20°$ С через мерное сопло диаметром $D = 200$ *мм.*

Определить, приняв коэффициент расхода сопла равным $\mu = 0{,}95$:

1) Расход засасываемого воздуха, если известно показание спиртового вакуумметра $h = 250$ *мм* при удельном весе спирта $\gamma = 800$ *кГ/м³*.

2) Каково будет показание вакуумметра, если такой же объемный расход воздуха будет засасываться из барокамеры при давлении в ней $p = 405$ *мм рт ст.* и температуре $t = -20°$С. Газовая постоянная воздуха $R = 29{,}27$ *м/град*.



К задаче 7-34.

Ответ. $Q = 1{,}7$ *м³/сек*; $h = 155$ *мм.*

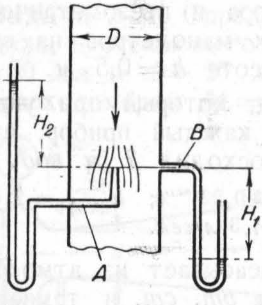
Задача 7-35. На оси вертикальной трубы диаметром $D = 200$ *мм* установлена трубка A для измерения полного напора. В этом же сечении установлена пьезометрическая трубка B, измеряющая статическое давление в сечении.

Определить расход воды в трубе, если уровень воды в трубке A находится выше мерного сечения на $H_2 =$

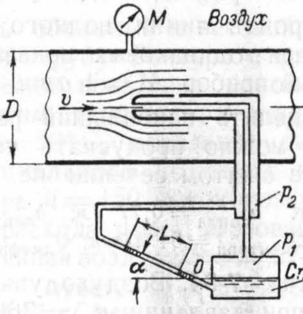
$=0{,}3$ *м*, а уровень в трубке B — ниже мерного сечения на $H_1=0{,}2$ *м*.

Отношение средней скорости в сечении к скорости на оси трубы принять равным 0,84.

Ответ. $Q=82{,}5$ *л/сек*.



К задаче 7-35.



К задаче 7-36.

Задача 7-36. Скоростная трубка, установленная вдоль оси воздухопровода диаметром $D=200$ *мм*, дает на спиртовом микроманометре с наклонной шкалой показание $L=75$ *мм*.

Удельный вес спирта в манометре $\gamma_с=800$ $кГ/м^3$, наклон трубки манометра к горизонту $\sin\alpha=0{,}2$.

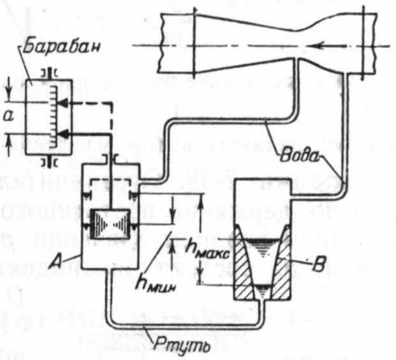
Давление воздуха в мерном сечении равно по манометру $M=0{,}4$ *ати*, его температура $t=16°$ С. Барометрическое давление $p_{ат}=735$ *мм рт. ст.*

Определить весовой расход воздуха, приняв коэффициент трубки равным единице (перепад давлений $\frac{p_1-p_2}{\gamma_в}$ воздуха в ветвях трубки равен скоростному напору $\frac{v^2}{2g}$ в мерной точке), а отношение средней скорости в трубе к измеряемой трубкой скорости на ее оси $\frac{v_{ср}}{v}=0{,}84$.

Ответ. $G=0{,}52$ *кГ/сек*.

Задача 7-37. Для автоматической регистрации расхода, измеряемого трубой Вентури, ртутный дифманометр расходомера снабжен поплавковым устройством, при помощи которого величина расхода записывается на равномерно вращающемся барабане.

Линия дифманометра, идущая от горловины расходомера, включает цилиндрический сосуд A, где помещается частично погруженный в ртуть поплавок, снабженный пишущим острием. Линия дифманометра, идущая от входного сечения расходомера, включает сосуд B с переменной по высоте площадью. Форма этого сосуда такова, что перемещение уровня ртути в сосуде A, а следовательно, и поплавка, пропорциональны расходу, в силу чего шкала расхода на барабане равномерна.



К задаче 7-37.

Найти уравнение боковой поверхности сосуда B, если известно, что величина расхода связана с показанием дифманометра зависимостью

$$Q = k\sqrt{h}.$$

Указание. Обозначив x — подъем уровня ртути в сосуде, A и y — опускание уровня в сосуде B, получим:

$$x + y = h. \tag{1}$$

Условие равномерности шкалы требует:

$$x = cQ = ck\sqrt{h}. \tag{2}$$

Коэффициент пропорциональности c определяется выбором масштаба шкалы;

$$c = \frac{\Delta x}{\Delta Q}.$$

где $\Delta x = a$ — длина шкалы;

$\Delta Q = Q_{макс} - Q_{мин}$ — диапазон измеряемых расходов.

Из условия неизменности объема ртути получаем:

$$F dx = f_y dy, \tag{3}$$

где F — постоянная площадь сосуда A;

f_y — переменная площадь сосуда B.

Выражая в уравнении (3) dy через dx, при помощи уравнений (1) и (2) находим зависимость f_y от y, определяющую форму сосуда B.

Ответ. $f_y = \dfrac{F}{\dfrac{2}{m}x - 1} = \dfrac{F}{\sqrt{1 + \dfrac{4y}{m}}}$, где $m = (ck)^2$.

Осуществление равномерной шкалы возможно только для $x > \dfrac{m}{2}$, что ограничивает выбор масштаба шкалы условием $c < \dfrac{2Q_{\text{мин}}}{k^2}$.

Задача 7-38. Ограничитель расхода, который служит для поддержания постоянного расхода в системе при постоянном входном давлении p_0 и переменном противодавлении p, состоит из подвижного поршня 1 диаметром $D = 60$ *мм*, имеющего отверстие $d = 10$ *мм* и нагруженного пружиной 2.

К задаче 7-38.

При изменении противодавления p поршень перемещается, изменяя открытие b окон в корпусе 3 таким образом, что расход через ограничитель остается постоянным.

Высота прямоугольных окон в корпусе $b_0 = 5$ *мм*, их суммарная площадь $f_0 = 1{,}5$ *см*².

Считая усилие пружины постоянным и равным $R = 55$ *кГ*, определить для входного давления масла ($\delta = 0{,}85$), равного $p_0 = 150$ *кГ/см*²:

1) величину расхода Q, поддерживаемого ограничителем;

2) зависимость открытия b окон от противодавления p и величину открытия при $p = 0$;

3) максимальное значение противодавления $p_{\text{макс}}$, начиная с которого расход через ограничитель начнет уменьшаться.

Коэффициент расхода отверстия в поршне и окон в корпусе принять $\mu = 0{,}6$.

Указание. Воспользоваться условием равновесия поршня в следующем виде:

$$\Delta p \frac{\pi D^2}{4} = R,$$

где Δp — перепад давлений по обе стороны отверстия в поршне.

Ответ. 1) $Q = 1$ *л/сек.*

$$2)\quad b = \frac{fb_0}{f_0}\sqrt{\frac{\dfrac{R}{F}}{p_0 - \dfrac{R}{F} - p}},$$

где $f = \dfrac{\pi d^2}{4}$ и $F = \dfrac{\pi D^2}{4}$; при $p = 0$ $b = 0{,}3$ *мм.*

$$3)\quad p_{\text{макс}} = p_0 - \frac{R}{F}\left(1 + \frac{f^2}{f_0^2}\right) = 147{,}5\ кГ/см^2.$$

Глава восьмая

ЛАМИНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ

ВВЕДЕНИЕ

1. В настоящей главе предлагаются задачи установившегося ламинарного движения жидкости в плоских и кольцевых зазорах, а также в трубах различной формы поперечного сечения. Можно с достаточной точностью считать, что ламинарное течение в подобного рода трубопроводах и зазорах устанавливается всегда, когда число Рейнольдса потока $\mathrm{Re} = \dfrac{vD_{\text{г}}}{\nu}$ меньше критического его значения $\mathrm{Re}_{\text{кр}} = 2\,000 - 2\,300$, где $D_{\text{г}}$ — гидравлический диаметр поперечного сечения потока, т. е. отношение учетверенной площади живого сечения потока к смоченному периметру.

Метод решения задач ламинарного движения заключается в составлении дифференциального уравнения движения элемента жидкости, преобразовании этого уравнения с помощью подстановки выражения закона жидкостного трения Ньютона и интегрирования его при заданных граничных условиях задачи.

2. Простейшим случаем ламинарного движения является фрикционное безнапорное течение, вызванное перемещением бесконечно широкой пластинки по слою жидкости постоянной толщины, расположенному на неподвижной плоскости (рис. 8-1). Определим силу трения на пла-

стинке и расход жидкости через поперечное сечение зазора, если известно, что пластинка перемещается параллельно неподвижной плоскости с постоянной скоростью

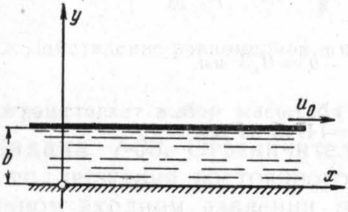


Рис. 8-1.

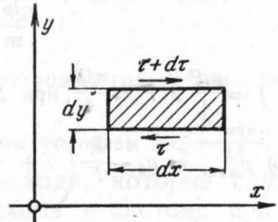


Рис. 8-2.

u_0, что толщина слоя равна b и динамический коэффициент вязкости жидкости μ.

Для решения выделим в слое жидкости бесконечно малый элемент с гранями dx и dy (рис. 8-2). Грань, перпендикулярную плоскости чертежа, примем равной B. Рассмотрим приложенные к этому элементу силы и составим уравнение его движения в направлении течения. К элементу в направлении оси x приложены только касательные силы трения $\tau B\,dx$ и $(\tau + d\tau)\,B\,dx$, поэтому уравнение движения имеет вид:

$$-\tau B\,dx + (\tau + d\tau)\,B\,dx = 0,$$

откуда

$$d\tau = 0$$

или

$$\tau = C,$$

где C — постоянная.

Воспользуемся теперь законом жидкостного трения Ньютона, согласно которому касательное напряжение, возникающее в слое жидкости, пропорционально угловой скорости деформации сдвига этого слоя. Для плоскопараллельного движения закон Ньютона имеет вид:

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dy}. \tag{8-1}$$

В рассматриваемом случае при выбранном направлении осей координат следует взять знак плюс ($du > 0$ при

$dy > 0$), поэтому интеграл уравнения движения получается таким:

$$\mu \frac{du}{dy} = C.$$

Интегрируя вторично, имеем:

$$u = \frac{C}{\mu} y + C_1.$$

Постоянные C и C_1 найдем из условий на границах потока:

$$u = 0 \text{ при } y = 0;$$

$$u = u_0 \text{ при } y = b.$$

Получим $C_1 = 0$ и $C = \mu \frac{u_0}{b}$.

После подстановки этих значений в интеграл

$$u = u_0 \frac{y}{b}. \tag{8-2}$$

Найденный закон изменения скорости потока по сечению зазора является линейным (рис. 8-3).

Касательное напряжение, постоянное по сечению зазора, равно:

$$\tau = \mu \frac{dx}{dy}$$

и сила трения на пластинке

$$T = \tau F = \mu \frac{u_0}{b} F. \tag{8-3}$$

Расход жидкости через поперечное сечение зазора шириной B равен:

$$Q = \int_0^b uB\,dy = \frac{u_0}{2} Bb. \tag{8-4}$$

Очевидно, что средняя скорость такого фрикционного течения равна половине скорости движения пластинки, т. е. $v = \frac{u_0}{2}$.

При выводе предполагалось, что температура в слое неизменна и, следовательно, вязкость жидкости постоянна.

Приведенные рассуждения позволяют вычислить момент трения на вращающемся с постоянной угловой скоростью валу (рис. 8-4), концентрически расположенном в подшипнике с малым относительным зазором

$$\varepsilon = \frac{b}{D} \ll 1,$$

где D — диаметр вала;
b — радиальный зазор.

При малом относительном зазоре кривизной слоя жидкости можно пренебречь, рассматривая движение жидко-

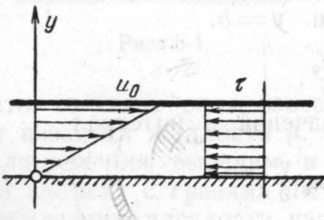


Рис. 8-3.

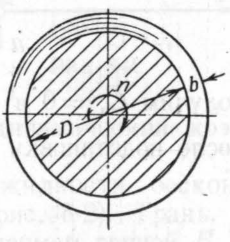


Рис. 8-4.

сти в зазоре как плоскопараллельное. Эпюр скоростей и касательных напряжений будет тогда таким, как показано на рис. 8-5, и момент трения (формула Н. П. Петрова)

$$M = \tau \pi D L \frac{D}{2} = \mu \frac{u_0}{b} \pi D L \frac{D}{2}, \tag{8-5}$$

где u_0 — окружная скорость вращения вала и L — длина подшипника.

Заметим, что фрикционное движение жидкости в зазоре между валом и подшипником имеет ламинарный характер для чисел Рейнольдса, определяемых неравенством $\mathrm{Re} \leqslant 30 \sqrt{\frac{D}{b}}$, если вращается вал, а подшипник неподвижен. Если же вращается подшипник, а вал неподвижен, то ламинарное движение сохраняется в большей области чисел Рейнольдса, а именно для $\mathrm{Re} \leqslant 1\,900$, причем число Рейнольдса вычисляется в данном случае как

$$\mathrm{Re} = \frac{u_0 b}{\nu},$$

где ν — кинематический коэффициент вязкости жидкости, связанный с динамическим коэффициентом вязкости соотношением $\nu = \frac{\mu}{\rho}$;

ρ — плотность жидкости.

3. Если зазор между соосными цилиндрами соизмерим с диаметром одного из них, то предыдущее решение будет неточным. Рассмотрим точное решение такой задачи.

Найдем закон распределения скоростей в зазоре и вычислим момент трения на внутреннем цилиндре, если по-

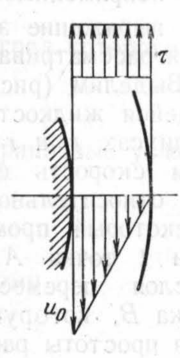


Рис. 8-5.

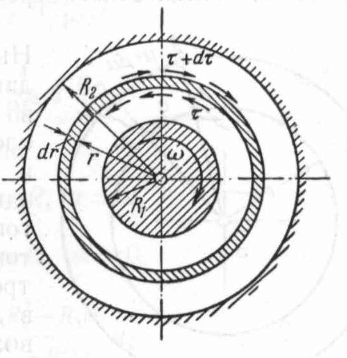


Рис. 8-6.

следний расположен соосно с наружным и вращается с постоянной угловой скоростью.

Выделим (рис. 8-6) кольцевой бесконечно малый элемент, размер которого в радиальном направлении равен dr и по образующей равен l.

Поскольку движение жидкости в зазоре является фрикционным, то внешними силами, приложенными к выделенному кольцу, являются только касательные силы трения: $\tau \cdot 2\pi r l$ на его внутренней поверхности и $(\tau + d\tau)\, 2\pi (r + dr) l$ — на наружной.

Поэтому, составляя уравнение моментов сил трения относительно оси вращения, имеем:

$$\tau 2\pi r l r - (\tau + d\tau)\, 2\pi (r + dr)\, l\, (r + dr) = 0.$$

После несложных преобразований и исключения членов более высокого порядка малости последнее уравнение приводится к виду:

$$d\,[\tau r^2] = 0$$

или

$$\tau r^2 = A, \tag{8-6}$$

где A — постоянная.

Рассматриваемое нами движение является плоским, но не плоскопараллельным, поэтому выражение (8-1) закона Ньютона для жидкостного трения здесь неприменимо.

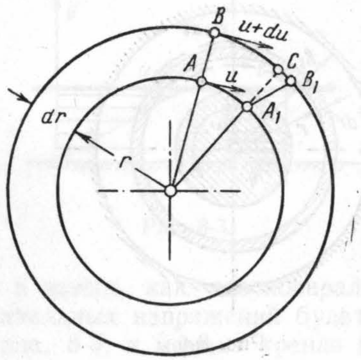


Рис. 8-7.

Получим выражение закона Ньютона для рассматриваемого движения. Выделим (рис. 8-7) во вращающейся жидкости два слоя (на радиусах r и $r + dr$) и определим скорость сдвига одного слоя относительно другого. За некоторый промежуток времени t точка A внутреннего слоя переместится в A_1, а точка B, которую мы возьмем для простоты рассуждений лежащей на продолжении радиуса точки A, переместится в B_1.

Если скорость внутреннего слоя жидкости принять равной u, а скорость наружного слоя $u + du$, то очевидно дуга $AA_1 = ut$, а дуга $BB_1 = (u + du)\,t$.

Следовательно, сдвиг наружного слоя относительно внутреннего равен:

$$CB_1 = BB_1 - BC = (u + du)\,t - u\frac{r + dr}{r}\,t = \left(du - u\frac{dr}{r}\right)t,$$

а скорость сдвига

$$\frac{CB_1}{t} = du - u\frac{dr}{r}.$$

Поэтому касательное напряжение, пропорциональное угловой скорости деформации сдвига, будет равно:

$$\tau=\mu\left(\frac{du}{dr}-\frac{u}{r}\right). \tag{8-7}$$

Полученное выражение представляет собой обобщенный закон Ньютона в полярных координатах.

Подставляя в (8-6), получим следующее линейное дифференциальное уравнение:

$$\frac{du}{dr}=\frac{u}{r}+\frac{A}{\mu r^2},$$

интеграл которого

$$u=\frac{A}{\mu r^2}+Br.$$

Граничные условия задачи:

$$\text{при } r=R_1 \quad u=u_0$$

и

$$\text{при } r=R_2 \quad u=0,$$

поэтому

$$u=\frac{R_1R_2^2-R_1r^2}{(R_2^2-R_1^2)\,r}\,u_0. \tag{8-8}$$

Касательное напряжение τ на внутреннем цилиндре

$$\tau_{r=R_1}=\frac{2\mu R_2^2u_0}{(R_2^2-R_1^2)\,R_1} \tag{8-9}$$

и момент трения

$$M=4\pi\mu L\frac{R_1^2R_2^2}{R_2^2-R_1^2}\,\omega. \tag{8-10}$$

Если бы мы предположили распределение скоростей в зазоре линейным:

$$u=u_0\frac{R_2-r}{R_2-R_1},$$

то имели бы по формуле Петрова следующую величину момента трения:

$$M_{\text{П}}=2\pi\mu L\frac{R_1^3}{R_2-R_1}\,\omega.$$

Погрешность, вносимая таким предположением, определяется соотношением:

$$\frac{M_{\Pi}}{M} = \frac{1}{2}\left[\frac{R_1}{R_2} + \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right].$$

4. Рассмотрим ламинарное движение в трубе круглого поперечного сечения, вызываемое перепадом напора в ней.

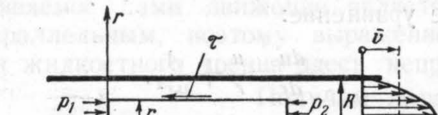


Рис. 8-8.

Выделив элемент жидкости в виде цилиндра, соосного с трубой (рис. 8-8) и составив в направлении течения уравнение движения выделенного элемента, приходим к следующему дифференциальному уравнению:

$$-\mu\frac{du}{dr} = \frac{p}{l}\cdot\frac{r}{2},$$

где r — радиус выделенного цилиндрического элемента; u — скорость жидкости на этом радиусе; p — перепад давления на длине l: $p = p_1 - p_2$.

Интегрируя дифференциальное уравнение, получаем закон распределения скоростей по поперечному сечению трубы:

$$u = \frac{p}{4\mu l}(C - r^2).$$

Определяя постоянную C из основного граничного условия, что скорость частиц жидкости на стенке равна нулю, получаем:

$$u = \frac{p}{4\mu l}(R^2 - r^2) = u_{\text{макс}}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right), \qquad (8\text{-}11)$$

где R — радиус трубы.

Скорость распределяется в поперечном сечении трубы по параболическому закону, максимум скорости — на оси потока:

$$u_{\text{макс}} = \frac{p}{4\mu l} R^2.$$

Средняя скорость v равна половине максимальной осевой скорости, т. е.

$$v = \frac{u_{\text{макс}}}{2} = \frac{pR^2}{8\mu l}.$$

Заменяя в этом выражении R через $\frac{D}{2}$ и p через $h_\text{п}\gamma$, где $h_\text{п}$ — потеря напора и γ — удельный вес жидкости, получаем:

$$v = \frac{\gamma D^2}{32\mu l} h_\text{п}.$$

Решая относительно $h_\text{п}$, получим выражение потерь напора при ламинарном течении в трубе:

$$h_\text{п} = 32 \frac{\mu l}{\gamma D^2} v$$

или, так как $\mu = \nu\rho$ и $\gamma = \rho g$:

$$h_\text{п} = 32 \frac{\nu l}{g D^2} v. \tag{8-12}$$

Формулу (8-3) можно привести к виду:

$$h_\text{п} = \lambda \frac{l}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}, \tag{8-12а}$$

тогда

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}, \quad \text{а} \quad \text{Re} = \frac{vD}{\nu}.$$

Коэффициент λ называется коэффициентом сопротивления трения.

Расход жидкости через поперечное сечение трубы равен:

$$Q = v \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi g}{128} \cdot \frac{d^4}{\nu l} h_\text{п}. \tag{8-13}$$

Это выражение называется формулой Пуазейля.

Следует заметить, что полученные выше формулы, справедливые для стабилизированного ламинарного течения, неприменимы для входного участка трубы, где происходит формирование ламинарного потока. Длина входного начального участка ламинарного течения зависит от диаметра трубы и числа Рейнольдса и определяется выражением:

$$l_{\text{нач}} = 0{,}0285\,\mathrm{Re}\,D.$$

Для приближенного вычисления потерь на начальном участке можно пользоваться формулой (8-12а), принимая для начального участка

$$\lambda = \frac{70}{\mathrm{Re}}.$$

5. Более сложным случаем ламинарного течения будет течение жидкости под действием разности давлений в кольцевом зазоре, образованном двумя соосно расположенными цилиндрическими поверхностями (рис. 8-9).

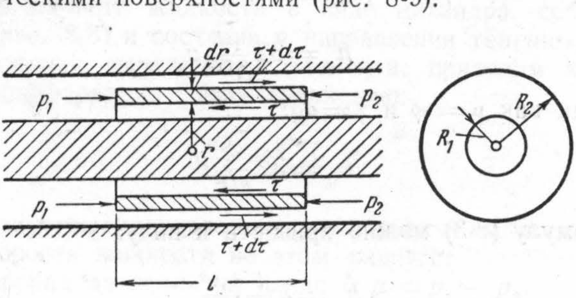


Рис. 8-9.

Для определения закона распределения скоростей по поперечному сечению зазора выделим бесконечно малый кольцевой элемент, рассмотрим действующие на него силы и составим уравнение его движения в направлении течения. Имеем:

$$(p_1 - p_2)\,2\pi r\,dr - \tau\,2\pi r l + (\tau + d\tau)\,2\pi (r + dr)\,l = 0.$$

Полагая $p_1 - p_2 = p$ и пренебрегая членом $2\pi l\,d\tau\,dr$, как имеющим более высокий порядок малости по сравнению с остальными членами, получаем после несложных преобразований следующее дифференциальное уравнение:

$$pr\,dr + l d\,[\tau r] = 0,$$

интегрируя которое $\left(\text{с учетом того, что } \tau = \mu \frac{du}{dr}\right)$, получим:

$$u = -\frac{pr^2}{4\mu l} + C_1 \ln r + C_2.$$

Постоянные C_1 и C_2 находятся из граничных условий, которые требуют, чтобы при $r = R_2$ $u = 0$ и при $r = R_1$ $u = 0$, а поэтому в итоге закон распределения скоростей по поперечному сечению кольцевого зазора будет следующим:

$$u = \frac{p}{4\mu l}\left[R_2^2 - r^2 + \frac{R_2^2 - R_1^2}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \ln \frac{r}{R_2}\right]. \tag{8-14}$$

Произведя, далее, интегрирование скорости по поперечному сечению зазора, получим выражение для расхода жидкости:

$$Q = \int_{R_1}^{R_2} u 2\pi r\,dr = \frac{\pi p}{8\mu l}\left[R_2^4 - R_1^4 + \frac{(R_2^2 - R_1^2)^2}{\ln \frac{R_1}{R_2}}\right]. \tag{8-15}$$

При $R_1 = 0$ последнее выражение переходит в формулу Пуазейля для труб круглого поперечного сечения:

$$Q = \frac{\pi R_2^4 p}{8\mu l}.$$

6. При решении задачи об одномерном ламинарном течении между неподвижными параллельными пластинками (рис. 8-10) приходим из рассмотрения движения выделенного элемента жидкости к следующему дифференциальному уравнению:

$$-\mu \frac{du}{dy} = \frac{p}{l} - y,$$

где $p = p_1 - p_2$ — разность давлений на длине l.

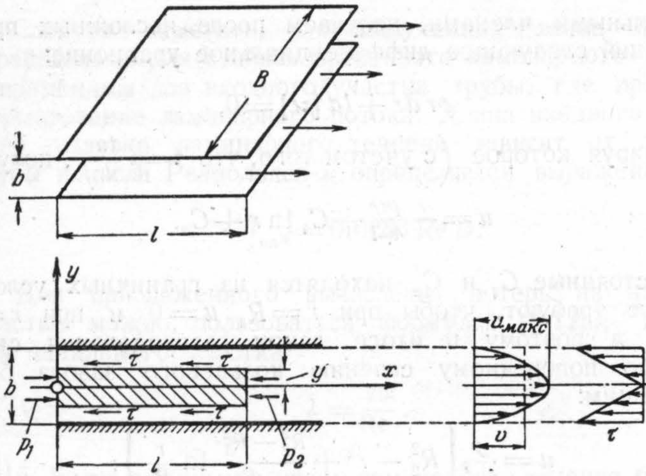


Рис. 8-10.

Интеграл этого уравнения с учетом граничного условия — равенства нулю скорости на стенках — дает:

$$u = \frac{pb^2}{8\mu l}\left(1 - \frac{4y^2}{b^2}\right), \qquad (8\text{-}16)$$

где b — расстояние между пластинками.

Закон распределения скоростей — параболический (в пространстве — параболический цилиндр), средняя скорость равна:

$$v = \frac{2}{3} u_{\text{макс}}$$

или

$$v = \frac{1}{12}\frac{p}{\mu l} b^2.$$

Из последней формулы легко получить выражение для расхода жидкости в зазоре между пластинками:

$$Q = \frac{1}{12}\frac{p}{\mu l} b^3 B \qquad (8\text{-}17)$$

и для потери напора

$$h_{\text{п}} = 12 \frac{\nu l}{g b^3}\frac{Q}{B}, \qquad (8\text{-}18)$$

где B — ширина зазора.

Последнюю формулу можно привести к виду:

$$h_{\text{п}} = \lambda \frac{l}{D_{\text{г}}} \frac{v^2}{2g},$$

где $\lambda = \frac{96}{\text{Re}}$; $D_{\text{г}}$ — гидравлический диаметр ($D_{\text{г}} = 2b$) и число Рейнольдса

$$\text{Re} = \frac{vD_{\text{г}}}{\nu}.$$

Если одна из пластин перемещается параллельно первой с постоянной скоростью u_0, то течение жидкости в зазоре будет более сложным, представляя собой сумму двух течений: фрикционного течения, наведенного перемеще-

Рис. 8-11.

нием верхней пластинки, и напорного течения, вызванного перепадом давлений $p = p_1 - p_2$. Следовательно, эпюр скоростей получится как сумма отдельных эпюр составляющих движений и будет иметь вид, показанный на рис. 8-11. Ее уравнение (при расположении начала координат в середине зазора):

$$u = \frac{u_0}{b} y + \frac{u_0}{2} + u_{\text{макс}} \left(1 - \frac{4y^2}{b^2} \right), \tag{8-19}$$

где $u_{\text{макс}}$ — осевая максимальная скорость напорного течения.

Имея функцию $u = f(y)$, можно легко подсчитать расход через поперечное сечение зазора и силу трения на пластинке.

В случае перемещения пластинки со скоростью $-u_0$, т. е. в противоположном направлении (рис. 8-12), закон изменения скорости по поперечному сечению зазора будет иметь вид:

$$u = -u_0 \frac{y}{b} - \frac{u_0}{2} + u_{\text{макс}} \left(1 - \frac{4y^2}{b^2} \right). \tag{8-20}$$

7. Полученным решением можно воспользоваться для определения утечек в зазоре между поршнем и цилиндром,

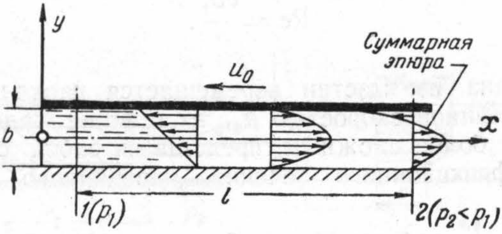


Рис. 8-12.

если только зазор между ними мал по сравнению с диаметром D и если поршень расположен в цилиндре соосно.

При неподвижном поршне имеем по формуле (8-17) после подстановки $B = \pi D$:

$$Q = \frac{1}{12} \frac{\pi b^3 D}{\mu l} p, \tag{8-21}$$

а при движущемся с постоянной скоростью $\pm u_0$:

$$Q' = \frac{1}{12} \frac{\pi D b^3}{\mu l} p \pm \frac{1}{2} u_0 \pi D b, \tag{8-22}$$

где знак второго слагаемого зависит от направления движения поршня.

Если поршень расположен в цилиндре с некоторым эксцентрицитетом (рис. 8-13), то зазор b между ними будет величиной переменной по φ, причем легко видеть, что

$$b = R + a \cos\varphi - r = b_0 (1 + \varepsilon \cos\varphi),$$

где

$$b_0 = R - r \text{ и } \varepsilon = \frac{a}{b_0}.$$

Рассматривая приближенно каждый элемент зазора как плоскую щель, имеем следующее значение элементарного расхода:

$$dQ = \frac{b^3 p}{12\mu l} r\, d\varphi = \frac{b_0^3 r}{12\mu l} p (1+\varepsilon\cos\varphi)^3\, d\varphi.$$

Интегрируя по всей дуге окружности, получим расход в зазоре:

$$Q = \frac{b_0^3 r p}{12\mu l}\int_0^{2\pi}(1+\varepsilon\cos\varphi)^3\, d\varphi = Q_0\left(1+\frac{3}{2}\varepsilon^2\right),$$

где $Q_0 = \frac{\pi d b_0^3}{12\mu l} p$ — расход в зазоре при соосном расположении поршня в цилиндре.

Из полученной формулы для Q следует, что при максимальном эксцентриситете, т. е. при $\varepsilon = 1$,

$$Q = 2{,}5 \cdot Q_0.$$

Интересно отметить, что при турбулентном режиме расход при наибольшем эксцентриситете возрастает всего лишь приблизительно в 1,2 раза по сравнению с расходом при концентричном кольцевом зазоре:

$$Q_{\text{турб}} \approx 1{,}2 Q_{0\,\text{турб}}.$$

8. Рассмотрим течение, вызванное перемещением горизонтальной плоскости относительно поверхности неподвижного башмака, который расположен по отношению к этой плоскости под некоторым небольшим углом и образует с ней клиновой зазор (рис. 8-14).

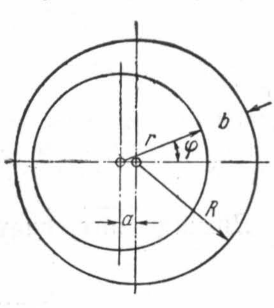


Рис. 8-13.

Такой случай имеет место в подшипниках и подпятниках скольжения, и поэтому рассматриваемая ниже задача разъясняет существо процесса, происходящего в смазочном слое.

Пусть угол клина равен α и пусть нижняя плоскость движется вправо с постоянной скоростью u_0.

Определим расход жидкости в

зазоре и закон распределения давления вдоль клина, предполагая задачу плоской.

Связывая оси координат с неподвижным башмаком и располагая начало координат на уровне нижней движу-

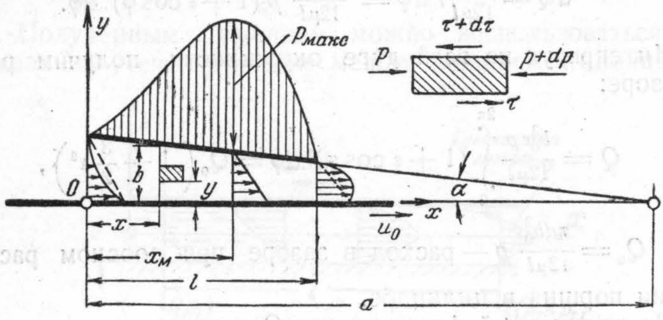


Рис. 8-14.

щейся плоскости, выделим в зазоре бесконечно малый элемент жидкости (рис. 8-14) и составим уравнение движения этого элемента. Пренебрегая силами инерции, получим:

$$-d\tau\, dx - dp\, dy = 0$$

или

$$\frac{d\tau}{dy} = -\frac{dp}{dx}.$$

Так как при заданном направлении осей координат

$$\tau = -\mu\frac{du}{dy},$$

то

$$\frac{dp}{dx} = \mu\frac{d^2u}{dy^2}.$$

Дважды интегрируя, получим:

$$\frac{dp}{dx}\cdot\frac{y^2}{2} = \mu u + C_1 y + C_2.$$

Для определения постоянных C_1 и C_2 используем следующие граничные условия:

$$u = u_0 \text{ при } y = 0;$$

$$u = 0 \text{ при } y = b.$$

Получим в итоге:

$$u = u_0\left(1 - \frac{y}{b}\right) - \frac{dp}{dx}\cdot\frac{by - y^2}{2\mu}.$$

Расход жидкости в зазоре (на единицу его ширины)

$$q = \int_0^b u\,dy = \frac{u_0 b}{2} - \frac{dp}{dx}\cdot\frac{b^3}{12\mu}.$$

Из последнего выражения следует, что расход жидкости через поперечное сечение клина представляет сумму фрикционного расхода и расхода, обусловленного градиентом давления $\frac{dp}{dx}$ вдоль оси x. При каком-то значении координаты $x = x_м$, $\frac{dp}{dx} = 0$ и эпюр скоростей в этом сечении клина будет линейным. Для всех координат $x < x_м$; $\frac{dp}{dx} > 0$ и суммарный расход жидкости равен разности расходов фрикционного и напорного течения; этому случаю соответствует левый эпюр скоростей.

Для всех координат $x > x_м$, $\frac{dp}{dx} < 0$ и суммарный расход будет равен сумме составляющих расходов; эпюр скоростей в поперечном сечении клина будет таким, как это показано на рис. 8-14 справа.

Полагая далее $b = (a - x)\operatorname{tg}\alpha \approx (a - b)\alpha$, получим следующий закон распределения давления по длине пластинки башмака:

$$p = \frac{6\mu u_0 x\,(l - x)}{(2a - l)\cdot(a - x)^2\alpha^2}. \tag{8-23}$$

Эпюр распределения давления имеет параболический вид (рис. 8-14). Исследуя полученную функцию $p=f(x)$ на экстремум, найдем, что максимум давления имеет место при

$$x_{\text{м}}=\frac{a}{2a-l}\,l$$

и равен

$$p_{\text{макс}}=\frac{3\mu u_0}{2a^2}\,\frac{l^2}{(2a-l)(a-l)\,a}\,.$$

Исследуя далее на максимум величину этого максимального давления, найдем, что при заданной длине пластины l максимум максимума давления будет при

$$a\approx l+1{,}2l,$$

т. е. при заданной длине подпятника и заданном минимальном зазоре b_2 наивыгоднейшая величина зазора b_1 равна:

$$b_1=2{,}2b_2.$$

Закон распределения давления позволяет вычислить подъемную силу на башмаке и координату центра давления.

9. Случай течения между параллельными пластинками можно распространить и на задачу о течении в торцовом зазоре. Пусть задан торцовый зазор (рис. 8-15), образованный двумя плоскими кольцевыми поверхностями. На внутреннем радиусе r_0 избыточное давление равно p_0. Определим расход жидкости в зазоре, если величина последнего равна b.

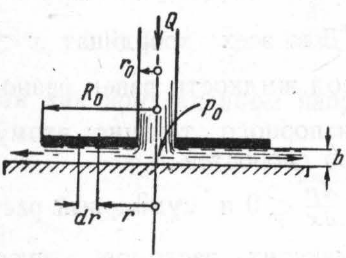


Рис. 8-15.

Применяя для бесконечно малого элемента dr выведенное ранее уравнение течения между параллельными пластинками, учитывая симметрию задачи и пренебрегая силами инерции по сравнению с силами давления и трения, можем написать:

$$\frac{dp}{dr}=-6\,\frac{\mu Q}{\pi r b^3}\,,$$

откуда

$$p = C - \frac{6\mu Q}{\pi b^3} \ln r.$$

Так как при

$$r = R_0 \quad p = 0,$$

то

$$p = \frac{6\mu Q}{\pi b^3} \ln \frac{R_0}{r}.$$

Мы получили закон распределения давления по радиусу зазора.

Так как при $r = r_0$ $p = p_0$, то, очевидно,

$$p_0 = \frac{6\mu Q}{\pi b^3} \ln \frac{R_0}{r_0},$$

откуда искомый расход

$$Q = \frac{\pi b^3 p_0}{6\mu} \cdot \frac{1}{\ln R_0/r_0}.$$

Разобранная задача встречается при расчете торцовых уплотнений машин, а также при расчете дисковых фрикционных насосов.

10. При установившемся ламинарном течении в цилиндрической трубе с некруглым поперечным сечением (рис. 8-16)

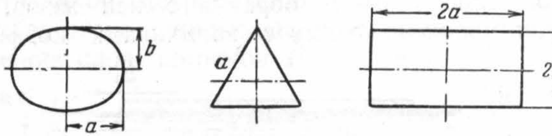


Рис. 8-16.

решение задачи оказывается более сложным, и мы дадим поэтому здесь только окончательные формулы для определения расхода.

а) Для трубы эллиптического поперечного сечения

$$Q = \frac{\pi a^3 b^3}{a^2 + b^2} \cdot \frac{p}{4\mu l}$$

(a и b — полуоси эллипса).

б) Для трубы, имеющей поперечное сечение в форме равностороннего треугольника со стороной a:

$$Q = a^4 \frac{\sqrt{3}}{320} \cdot \frac{p}{\mu l}.$$

в) Для трубы прямоугольного поперечного сечения

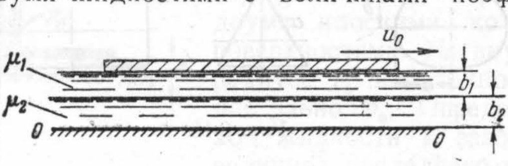
$$Q = f\left(\frac{a}{b}\right) \cdot \frac{p}{4\mu l} a^2 b^2,$$

где $f\left(\frac{a}{b}\right)$ — функция, значения которой даны в следующей таблице ($2a$ и $2b$ — стороны прямоугольника):

$\frac{a}{b}$	1,2	1,5	2	3	5	10
$f\left(\frac{a}{b}\right)$	2,2	2,03	1,83	1,4	0,93	0,5

ЗАДАЧИ

Задача 8-1. Пластинка площадью F движется с постоянной скоростью u_0 параллельно неподвижной горизонтальной плоскости 0—0, образуя с ней зазор, который заполнен двумя жидкостями с величинами коэффициента



К задаче 8-1.

вязкости $\mu_1 = 0{,}0145$ *кГ·сек/м²* и $\mu_2 = 0{,}024$ *кГ·сек/м²*. Толщины слоев жидкостей $b_1 = 0{,}8$ *мм* и $b_2 = 1{,}2$ *мм*.

Построить эпюры скоростей и касательных напряжений в зазоре и определить силу трения T, действующую на пластинку, если ее площадь $F = 1\,000$ *см²* и скорость перемещения $u_0 = 0{,}4$ *м/сек*.

Указание. Скорость на границе слоев $u_{гр}$ определяется условием равенства граничных касательных напряжений $\tau_1 = \tau_2$, что дает:

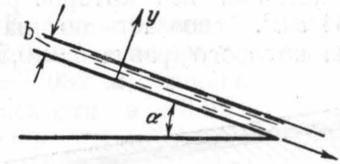
$$u_{гр} = \frac{\frac{\mu_1}{b_1}}{\frac{\mu_1}{b_1} + \frac{\mu_2}{b_2}} u_0.$$

Касательное напряжение, одинаковое по всему зазору, равно:

$$\tau = \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_1 b_2 + \mu_2 b_1} u_0.$$

Ответ. $T = 0{,}38$ *кГ*.

Задача 8-2. Слой жидкости ($b = 3$ *мм*, $\nu = 1{,}5$ *см²/сек*) равномерно движется под действием силы тяжести по на-



К задаче 8-2.

клонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $\alpha = 15°$.

Найти закон распределения скоростей в слое, а также определить расход жидкости, протекающей через поперечное сечение слоя, шириной $B = 1$ *см*.

Ответ.

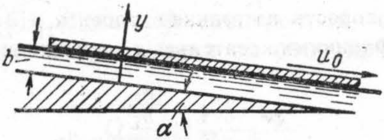
$$u = \frac{g \sin \alpha}{2\nu} y (2b - y),$$

где y — координата, измеряемая по нормали к плоскости течения;

$$Q = B \cdot \frac{g \sin \alpha}{3\nu} \cdot b^3 = 1{,}53 \text{ см}^3/\text{сек}.$$

Задача 8-3. По слою жидкости, находящемуся на наклонной плоскости, перемещается параллельно последней пластинка с постоянной скоростью u_0.

Найти закон распределения скоростей в слое жидкости и расход, а также определить касательное напряже-



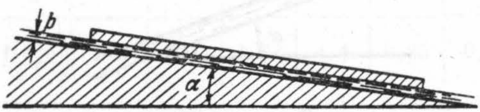
К задаче 8-3.

ние τ_0 на пластинке, если $u_0 = 0{,}2$ *м/сек*, $\alpha = 15°$, $b = 0{,}5$ *мм*, $\gamma = 900$ *кГ/м*^{3}, и вязкость жидкости $\mu = 2$ *пз*.

Ответ. $u = u_0 \dfrac{y}{b} + \dfrac{\gamma \sin\alpha}{2\mu}(by - y^2)$;

$$\tau_0 = 8{,}1 \ кГ/м^2.$$

Задача 8-4. Пластинка, вес которой равен $G = 0{,}8$ *кг* и площадь $F = 64$ *см*^{2}, сползает по наклонному слою жидкости, толщина которого равна $b = 0{,}5$ *мм*.



К задаче 8-4.

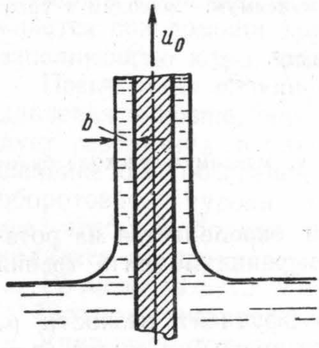
Определить вязкость жидкости, если скорость равномерного движения пластинки равна $u_0 = 0{,}05$ *м/сек*, угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 12°$ и удельный вес жидкости $\gamma = 900$ *кГ/м*^{3}.

Ответ. $\mu = \dfrac{Gb \sin\alpha}{Fu_0} + \dfrac{\gamma b^2 \sin\alpha}{2u_0} = 0{,}26 \ кГ \cdot сек/м^2.$

Задача 8-5. В подшипнике с кольцевой смазкой слой жидкости подается из масляной ванны к трущимся поверхностям при помощи непрерывно движущегося ремня прямоугольного поперечного сечения.

Определить толщину слоя подаваемой смазки и ее количество в секунду, если скорость движения ремня $u_0 = 0{,}2$ *м/сек* и его ширина равна $B = 0{,}02$ *м*. Вязкость жидкости $\mu = 1{,}5$ *пз*, удельный вес $\gamma = 900$ *кГ/м*^{3}.

Построить эпюр скоростей в слое.

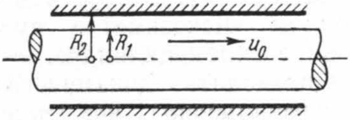


К задаче 8-5.

Указание. Скорость жидкости на внешней границе слоя равна нулю.

Ответ. $b = \sqrt{\dfrac{2\mu u_0}{\gamma}} = 2{,}6$ *мм*;

$$Q = \frac{Bb^3\gamma}{3\mu} = 6{,}9\ см^3/сек.$$



К задаче 8-6.

Задача 8-6. Кольцевой канал между двумя соосными, бесконечно длинными цилиндрами, радиусы которых $R_1 = 0{,}02$ *м* и $R_2 = 0{,}032$ *м*, заполнен жидкостью, имеющей коэффициент вязкости $\mu = 0{,}02$ $кГ \cdot сек/м^2$. Внутренний цилиндр движется вдоль оси с постоянной скоростью $u_0 = 0{,}5$ *м/сек*.

Определить:

1) Закон изменения скорости по радиусу, а также подсчитать силу трения T на длине $l = 1$ *м* внутреннего цилиндра и расход жидкости Q в канале.

2) При каком значении радиуса внутреннего цилиндра R_1 расход будет наибольшим, считая радиус R_2 наружного цилиндра заданным?

Ответ. $u = u_0 \dfrac{\ln \dfrac{R_2}{r}}{\ln \dfrac{R_2}{R_1}}$;

$$T = \frac{2\pi\mu l u_0}{\ln \dfrac{R_2}{R_1}} = 0{,}135\ кГ;$$

$$Q = 2\pi u_0 \frac{1}{\ln \dfrac{R_2}{R_1}} \left[\frac{R_2^2 - R_1^2}{4} - \frac{R_1^2}{2} \ln \frac{R_2}{R_1} \right] = 0{,}414\ л/сек.$$

Исследуя выражение для расхода на максимум, приходим к уравнению

$$m - 1 - \ln m = (\ln m)^2,$$

где $m = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$.

Решая подбором, получаем $m \approx 6$, т. е. максимум расхода будет иметь место при $R_1 \approx 0{,}4R_2$.

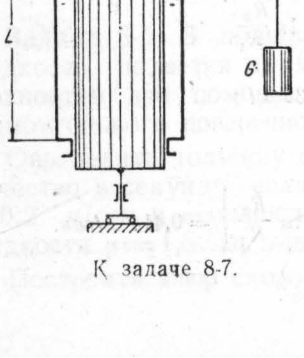
Задача 8-7. Вязкость жидкости определяется на ротационном вискозиметре путем измерения момента трения на внутреннем цилиндре.

Определить динамический коэффициент вязкости μ, если равномерное вращение внутреннего цилиндра ($n = 90$ *об/мин*) достигается с помощью груза $G = 0{,}5$ *кг*, а размеры вискозиметра: $D_0 = 150$ *мм*, $D_1 = 160$ *мм*, $D_2 = 200$ *мм* и $L = 400$ *мм*.

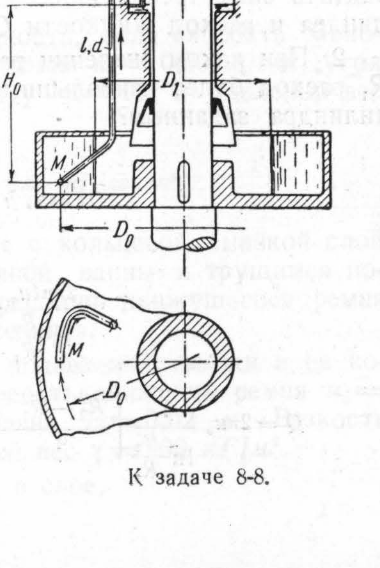
Предварительной тарировкой незаполненного вискозиметра установлено, что момент трения в сальнике и подшипниках при числе оборотов $n = 90$ *об/мин* равен $M_{тр} = 0{,}0075$ *кГ·м*.

Ответ. $\mu = 0{,}0356$ *кГ·сек/м²*.

Задача 8-8. Для смазки и охлаждения подшипника вертикального вала турбины



К задаче 8-7.



К задаче 8-8.

применен самосмаз, в котором подача жидкости осуществляется при помощи трубки Пито, введенной в жидкость, заполняющую ковш самосмаза.

Пренебрегая влиянием силы тяжести на распределение давления в ковше, определить, на каком диаметре D_0 следует разместить входное отверстие трубки, чтобы в подшипнике был обеспечен расход $Q = 0{,}15$ *л/сек* при числе оборотов вала турбины $n = 200$ *об/мин*, если ставится условие, чтобы свободная поверхность жидкости в ковше находилась на диаметре $D_1 = 1$ *м*.

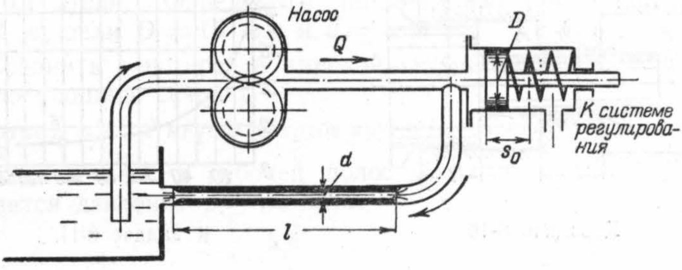
Размеры: $d = 12$ *мм*; $l = 4$ *м*; $H_0 = 3$ *м*.

Вязкость жидкости $E = 5°$ Э.

Учитывать только потери на трение в трубке.

Ответ. $D_0 = 1{,}51$ *м*.

Задача 8-9. В регуляторе скорости гидротурбины применен так называемый гидравлический маятник. При изменении числа оборотов регулируемой турбины изменяется расход жидкости, прокачиваемой насосом маятника через калиброванную трубку, вследствие чего изменяется



К задаче 8-9.

сила давления на поршень, и последний, меняя поджатие пружины, оказывает воздействие на систему регулирования.

Определить диаметр d калиброванной трубки так, чтобы при подаче насоса $Q = 0{,}39$ *л/сек* (что соответствует рабочему числу оборотов турбины) сжатие пружины было $s_0 = 60$ *мм*.

Жесткость пружины $C = 0{,}75$ *кГ/см*, длина трубки $l = 0{,}7$ *м* и вязкость масла $\mu = 0{,}3$ *пз*. Диаметр поршня $D = 30$ *мм*.

Сопротивлением подводящих труб пренебречь.

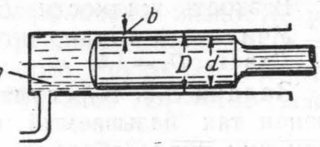
Ответ. $d = 8{,}5$ *мм*.

Задача 8-10. Движение жидкости происходит из области с избыточным давлением $p = 4$ $кГ/см^2$ в область, где давление $p_2 = 0$, последовательно через две кольцевые щели одинаковой длины $l = 40$ *мм*.

Определить зазор b_2 так, чтобы давление в промежуточной камере было равно $p_1 = \frac{p}{2}$, если $d_2 = 2d_1$.

Вычислить касательные напряжения τ_1 и τ_2 на цилиндрических поверхностях, образующих зазоры, а также расход жидкости Q, если $d_1 = 25$ *мм*, $b_1 = 0,252$ *мм*, а коэффициент вязкости жидкости $\mu = 10$ *пз*.

Ответ. $b_2 = 0,2$ *мм*; $\tau_1 = 0,0063$ $кГ/см^2$; $\tau_2 = 0,005$ $кГ/см^2$; $Q = 0,514$ $см^3/сек$.



К задаче 8-10.

К задаче 8-11.

Задача 8-11. Во внутренней полости гидроцилиндра поддерживается постоянное избыточное давление $p = 20$ $кГ/см^2$.

Определить наибольший допустимый радиальный зазор $b = \frac{D-d}{2}$ между стенкой цилиндра и плунжером ($d = 40$ *мм*, $l = 80$ *мм*), если ставится условие, чтобы утечки из полости высокого давления при наибольшем эксцентриситете положения плунжера не превосходили величины $Q = 5$ $см^3/сек$ при температуре масла (АМГ-10), равной $t = 100°$ С.

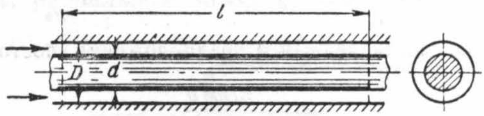
Как изменятся утечки, если вся конструкция охладится до $t_0 = 0°$ С, и если плунжер выполнен из бронзы (коэффициент линейного расширения $\alpha = 17{,}5 \cdot 10^{-6}$ $1/град$), а цилиндр—из стали ($\alpha = 11{,}5 \cdot 10^{-6}$ $1/град$)?

Коэффициент вязкости масла АМГ-10 взять из прилагаемого графика. Относительный вес масла принять равным $\delta = 0{,}85$.

Ответ. 1) $b = 0{,}034$ *мм*;

2) $\frac{Q_{100}}{Q_0} = 2{,}8.$

Задача 8-12. В межтрубном кольцевом пространстве движется жидкость ($\mu = 0{,}009$ *кГ·сек/м²*) в количестве



К задаче 8-12.

$Q = 0{,}1$ *л/сек*. Определить потерю давления p на длине $l = 3$ *м*, если $D = 15$ *мм* и $d = 6$ *мм*.

Сравнить с потерей в круглой трубе, имеющей равновеликую площадь сечения.

Ответ. $p = 1{,}1$ *кГ/см²*. В трубе круглого сечения $p = 0{,}3$ *кГ/см²*.

Задача 8-13. В рабочей полости гидроцилиндра поддерживается давление $p = 70$ *ати*.

К задаче 8-13

Определить утечки жидкости через кольцевую щель при концентричном расположении поршня в цилиндрическом корпусе, учитывая зависимость вязкости жидкости от давления по формуле

$$\mu = \mu_0 e^{a\frac{p}{p_0}},$$

где μ_0 — вязкость при атмосферном давлении p_0 ($\mu_0 = 0{,}008$ *кГ·сек/м²*);

a — коэффициент, равный 0,0025;

p — избыточное давление, *ати.*

Диаметр поршня $D = 120$ *мм*, длина $L = 140$ *мм*, радиальный зазор $b = 0{,}1$ *мм*.

Сравнить с решением без учета зависимости $\mu = f(p)$.

Ответ.

$$Q = \frac{\pi b^3 D}{12\mu_0 L}\cdot\frac{p_0}{a}\left[1 - \frac{1}{e^{a\frac{p}{p_0}}}\right] = Q_0\,\frac{1 - \dfrac{1}{e^{a\frac{p}{p_0}}}}{a\dfrac{p}{p_0}},$$

где Q_0 — расход, вычисленный в предположении постоянной вязкости μ_0:

$$Q_0 = \frac{\pi D b^3 p}{12\mu_0 L}.$$

Подставляя числовые значения, получим:

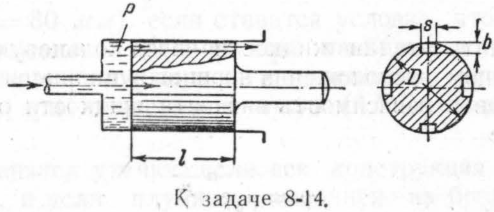
$$Q = 0{,}91\cdot Q_0.$$

Производя аналогичные подсчеты для других давлений, получаем следующую таблицу, характеризующую влияние изменения вязкости с давлением на расход:

$\frac{p}{p_0} =$	30	50	70	100	150	200	300	500
$\frac{Q}{Q_0} =$	0,97	0,96	0,91	0,88	0,84	0,78	0,70	0,57

Задача 8-14. В цилиндр диаметром $D = 25$ *мм* помещен поршень с четырьмя прорезями прямоугольного сечения ($s \times b$).

Пренебрегая потерями на входе, определить расход масла вязкостью $\mu = 0{,}015$ *кГ·сек/м²* по четырем прорезям из левой полости цилиндра, избыточное давление в которой



К задаче 8-14.

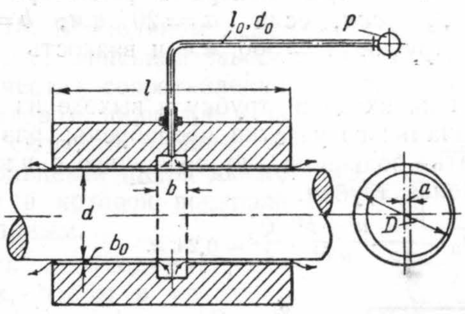
равно $p=2$ *ати*, в правую, где давление равно атмосферному.

Результат сравнить с расходом через кольцевую щель той же площади.

Размеры прорези: $s=3$ *мм*, $b=1,5$ *мм*, $l=150$ *мм*.

Ответ. $Q=20,5$ *см³/сек*; $\frac{Q}{Q_{кольца}}=0,0215\pi^2\frac{D^2}{sb}=29,5.$

Задача 8-15. Масло подается к подшипнику из магистрали по трубке ($l_0=0,8$ *м* и $d_0=6$ *мм*) через кольцевую канавку шириной $b=10$ *мм*, выполненную в средней части подшипника. Длина подшипника $l=120$ *мм*; диаметр вала $d=60$ *мм*, радиальный зазор $b_0=0,1$ *мм*.



К задаче 8-15.

Избыточное давление масла в магистрали $p=1,6$ *кГ/см²*, вязкость масла $\mu=0,014$ *кГ·сек/м²*.

Принимая режим течения масла в трубке и зазоре ламинарным и пренебрегая влиянием вращения вала, определить количество вытекающего в оба торца масла в двух случаях;

1) вал и подшипник расположены соосно;

2) вал располагается в подшипнике эксцентрично с относительным эксцентриситетом, равным

$$\varepsilon=\frac{2a}{D-d}=0,5,$$

где d — диаметр вала;

D — диаметр подшипника;

a — абсолютный эксцентриситет.

Ответ. При соосном расположении вала и подшипника

$$Q = \frac{\pi}{\mu} \frac{p}{\frac{128 l_0}{d_0^4} + \frac{3(l-b)}{d b_0^3}} = 0,65 \ см^3/сек.$$

При эксцентричном расположении

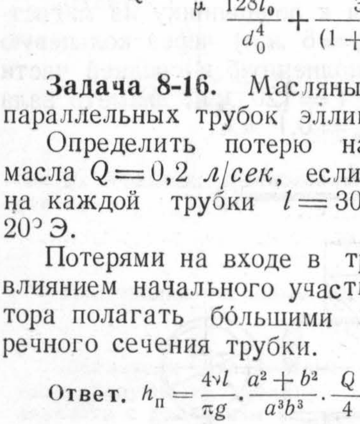
$$Q = \frac{\pi}{\mu} \frac{p}{\frac{128 l_0}{d_0^4} + \frac{3(l-b)}{(1+1,5\varepsilon^2)\, d b_0^3}} = 0,88 \ см^3/сек.$$

Задача 8-16. Масляный радиатор состоит из четырех параллельных трубок эллиптического поперечного сечения.

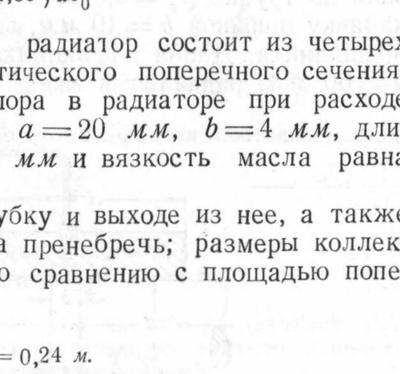
Определить потерю напора в радиаторе при расходе масла $Q = 0,2$ *л/сек*, если $a = 20$ *мм*, $b = 4$ *мм*, длина каждой трубки $l = 300$ *мм* и вязкость масла равна 20° Э.

Потерями на входе в трубку и выходе из нее, а также влиянием начального участка пренебречь; размеры коллектора полагать бо́льшими по сравнению с площадью поперечного сечения трубки.

Ответ. $h_п = \frac{4\nu l}{\pi g} \cdot \frac{a^2 + b^2}{a^3 b^3} \cdot \frac{Q}{4} = 0,24$ *м.*



К задаче 8-16.



К задаче 8-17.

Задача 8-17. Башмак пяты способен воспринимать нагрузку благодаря избыточным давлениям, возникающим в клиновидном слое смазки, заполняющем зазор между движущейся опорной поверхностью и наклоненной к ней поверхностью неподвижного башмака.

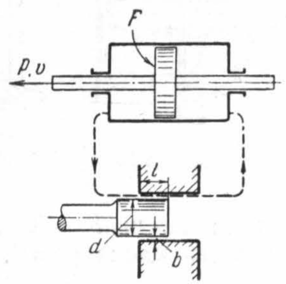
Рассматривая течение жидкости в слое смазки как плоское, построить эпюр давлений по длине башмака и определить, какую нагрузку он может нести, если скорость движения опорной поверхности равна $u_0 = 3$ *м/сек* и размеры: $L = 60$ *мм*, $h_0 = 0{,}2$ *мм*; угол установки башмака $\alpha = 15'$, его ширина (размер в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа) $B = 150$ *мм*. Вязкость масла $\mu = 0{,}008$ *кГ·сек/м²*.

Ответ. $p = \dfrac{6\mu u_0}{\alpha^2 (2a + L)} \dfrac{(x - a)[L - (x - a)]}{x^2}$, где $a \approx \dfrac{h_0}{\alpha}$.

$$P = \frac{6\mu u_0}{\alpha^2}\left[\ln\frac{L + a}{a} - \frac{2L}{2a + L}\right] B = 45 \text{ кГ}.$$

Исследуя полученное уравнение для P на максимум, найдем, $P = P_{\text{макс}}$ при $\dfrac{L}{a} = 1{,}2$.

Задача 8-18. В масляном демпфере с линейной характеристикой (т. е. линейной зависимостью силы P от скорости v) в качестве сопротивления, изменяющего перепад давлений в силовом цилиндре в зависимости от скорости поршня, используется кольцевая щель, движение жидкости в которой предполагается ламинарным.



К задаче 8-18.

Определить необходимую длину щели так, чтобы в уравнении характеристики демпфера $P = kv$ было $k = 200$ *кГ·сек/м*.

До какой максимальной скорости $v_{\text{макс}}$ поршня характеристика демпфера будет сохраняться линейной?

Вязкость жидкости $\mu = 0{,}16$ *пз*; удельный вес $\gamma = 890$ *кГ/м³*; активная площадь поршня силового цилиндра $F = 9$ *см²*; радиальный зазор (демпфирующая щель) $b = 0{,}3$ *мм*; диаметр щели $d = 24$ *мм*.

Ответ. $l = k\dfrac{\pi d b^3}{12\mu F^2} = 24$ *мм*.

$v_{\text{макс}} = 7{,}5$ *м/сек*.

Задача 8-19. Определить момент дискового трения при числе оборотов $n = 400$ *об/мин*, если зазор между диском и корпусом ($b = 0{,}5$ *мм*) заполнен маслом, вязкость которого равна $\mu = 0{,}007$ *кГ·сек/м²*.

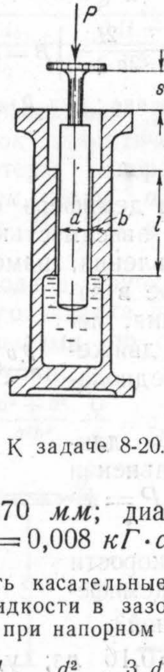
Размеры диска: $d = 20$ *мм*; $D = 110$ *мм*.

Ответ. $M = \frac{\pi^2}{480}\frac{\mu n}{b}(D^4 - d^4) = 0{,}0169$ *кГ·м*.

Задача 8-20. Плунжер пресса, опускаясь под действием постоянной силы $P = 4$ *кГ*, выдавливает масло через зазор, равный $b = 0{,}1$ *мм* из цилиндра в окружающее пространство.

Считая, что плунжер и цилиндр расположены соосно, определить время посадки плунжера при его начальном расстоянии от седла, равном $s = 0{,}1$ *м*.

К задаче 8-19.



К задаче 8-20.

К задаче 8-21.

Длина щели $l = 70$ *мм*; диаметр плунжера $d = 20$ *мм*; вязкость масла $\mu = 0{,}008$ *кГ·сек/м²*.

Указание. Учесть касательные напряжения, вызываемые фрикционным течением жидкости в зазоре, а также касательные напряжения, возникающие при напорном течении.

Ответ. $t = \frac{\pi\mu\left(4\frac{d}{b} + 3\frac{d^2}{b^2} + \frac{3}{4}\frac{d^3}{b^3}\right)s \cdot l}{P} \cong \frac{3}{4}\cdot\frac{ld^3 s}{Pb^3}\cdot\pi\mu = 4$ *мин* 24 *сек*.

Задача 8-21. Торцовый зазор между поверхностью диска диаметром $D_0 = 30$ *мм* и плоскостью имеет размер $b = 1{,}0$ *мм*. Масло, вязкость которого равна $\mu = 0{,}015$ *кГ·сек/м²*, подается к центру зазора по трубке с внутренним диаметром $d_0 = 5$ *мм* под давлением $p_1 = 0{,}9$ *кГ/см²*.

Требуется, построить эпюр давления по радиусу диска, вычислить силу давления масла на диск и расход масла через зазор (скоростным напором пренебречь).

Ответ. $p = p_1 \cdot \dfrac{\ln \dfrac{D_0}{2r}}{\ln \dfrac{D_0}{d_0}}$;

$$P = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{p_1}{\ln \dfrac{D_0}{d_0}} \left[D_0^2 - d_0^2 \left(1 + 2 \cdot \ln \frac{D_0}{d_0} \right) \right] = 1{,}54 \ кг;$$

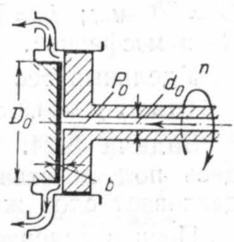
$$Q = p_1 \cdot \frac{\pi b^3}{6\mu \ln \dfrac{D_0}{d_0}} = 0{,}176 \ л/сек.$$

Задача 8-22. Гидравлическая пята, число оборотов которой равно $n = 600$ *об/мин*, воспринимает нагрузку, равную $P = 40$ *кГ*.

Определить:

1) Давление, p_0, которое необходимо создать в центральном канале диаметром $d = 12$ *мм*, если наружный диаметр пяты $D_0 = 45$ *мм*.

2) Чему равен расход жидкости через торцовый зазор пяты, если величина зазора $b = 0{,}2$ *мм*, вязкость масла равна $\mu = 0{,}0064$ *кГ·сек/м²* и его удельный вес $\gamma = 900$ *кГ/м³*.



К задаче 8-22.

Указание. При определении давления, вызванного полем центробежных сил, принять угловую скорость вращения жидкости равной половине угловой скорости вращения диска пяты.

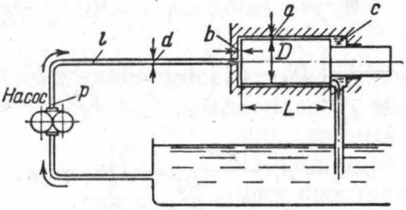
Ответ.

$$p_0 = \frac{8 \cdot \ln \dfrac{D_0}{d_0} \cdot \left[P + \dfrac{\pi \rho \omega^2}{256} (D_0^2 - d_0^2)^2 \right]}{\pi \cdot \left[D_0^2 - d_0^2 \left(1 + 2 \ln \dfrac{D_0}{d_0} \right) \right]} - \frac{\rho \omega^2}{32} (D_0^2 - d_0^2) = 8{,}9 \ кГ/см^2;$$

$$Q = \frac{\left[P + \dfrac{\pi \rho \omega^2}{256} (D_0^2 - d_0^2)^2 \right] 4b^3}{3\mu \left[D_0^2 - d_0^2 \left(1 + 2 \ln \dfrac{D_0}{d_0} \right) \right]} = 44 \ см^3/сек.$$

Задача 8-23. Шестеренчатый насос подает масло в количестве $Q = 0{,}4$ *л/сек* в гидравлическую пяту с торцовым зазором $b = 0{,}3$ *мм* и кольцевым зазором $a = 0{,}4$ *мм*.

Определить осевое усилие, с которым жидкость действует на пяту, а также давление p, развиваемое насосом,



К задаче 8-23.

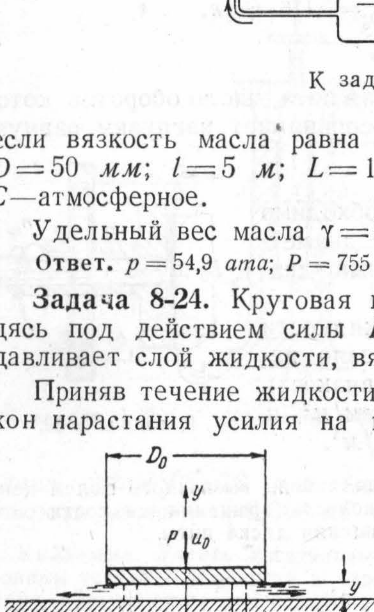
если вязкость масла равна $10°$ Э и размеры: $d = 15$ *мм*; $D = 50$ *мм*; $l = 5$ *м*; $L = 100$ *мм*. Давление в полости C—атмосферное.

Удельный вес масла $\gamma = 900$ *кГ/м³*.

Ответ. $p = 54{,}9$ *ата*; $P = 755$ *кГ*.

Задача 8-24. Круговая пластинка диаметром D, находясь под действием силы P, медленно опускается и выдавливает слой жидкости, вязкость которой равна μ.

Приняв течение жидкости ламинарным, определить закон нарастания усилия на пластинке при движении пластинки с постоянной скоростью u_0 по направлению к неподвижной плоскости.



К задаче 8-24.

Определить затем закон движения пластинки (путь—время), если сила P постоянна.

В течение каждого бесконечно малого промежутка времени рассматривать движение жидкости как установившееся.

Решение. Пусть в некоторый момент времени t размер зазора равен y. Выделим для этого момента времени в зазоре элементарную кольцевую щель длиной dr.

Полагая приближенно течение в зазоре только радиальным, воспользуемся для решения задачи уравнением (8-17) для плоской щели. Будем иметь:

$$\frac{dp}{dr} = -12\mu\frac{Q}{2\pi r y^3},$$

где Q — расход, выдавливаемый пластинкой, движущейся согласно условию, с постоянной скоростью u_0 и равный

$$Q = \pi r^2 u_0.$$

Разделяя переменные, интегрируя при заданном значении y и используя условие, что при $r=R$ $p=0$, получим следующий закон распределения давления по радиусу пластинки:

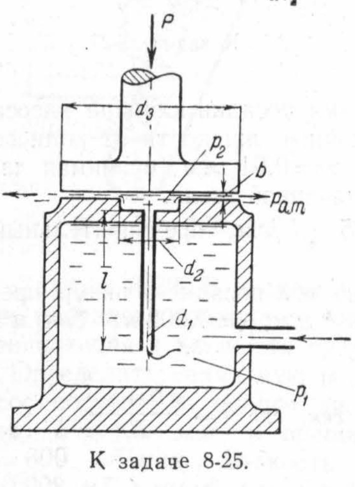
$$p = \frac{3\mu u_0}{y^3}(R^2 - r^2).$$

Интегрируя вторично, находим силу давления:

$$P = \int_0^R p\cdot 2\pi r\,dr = \frac{3}{2}\frac{\pi\mu u_0 R^4}{y^3}.$$

Полагая в полученном выражении силу P постоянной, а скорость $u_0 = -\frac{dy}{dt}$, и учитывая, что при $t=0$ $y=y_0$, получим после несложных преобразований закон движения пластинки $y=f(t)$:

$$y = \frac{1}{\sqrt{\frac{4}{3}\frac{P\cdot t}{\pi\mu R^4} + \frac{1}{y_0^2}}}.$$



К задаче 8-25.

Задача 8-25. В гидравлической пяте, воспринимающей нагрузку $P = 400$ *кГ*, течение жидкости происходит последовательно через два сопротивления: трубку ($d_1 = 2$ *мм*, $l = 150$ *мм*) и торцовый зазор ($d_2 = 40$ *мм*, $d_3 = 120$ *мм*).

Определить расход жидкости Q через пяту, а также величину зазора b, если вязкость жидкости $\mu = 0{,}4$ *пз*, а давление в резервуаре $p_1 = 10{,}3$ *ати*.

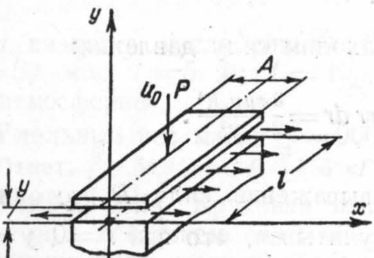
Ответ. $Q = 10$ *см³/сек*; $b = 0{,}1$ *мм*.

Задача 8-26. Прямоугольная пластинка, длина которой l велика по сравнению с шириной A, выдавливает слой вязкой жидкости, двигаясь с постоянной скоростью u_0 под действием силы P.

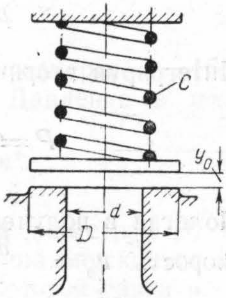
Определить закон изменения усилия в зависимости от величины зазора y, предполагая течение жидкости одноразмерным и в каждый бесконечно малым интервал времени установившимся. Вязкость жидкости μ.

Указание. См. задачу 8-24.

Ответ. $P=\mu u_0 l\left(\frac{A}{y}\right)^3$.



К задаче 8-26.



К задаче 8-27.

Задача 8-27. Определить время посадки клапана насоса под действием пружины в спокойной жидкости от полного подъема $y_0=5$ *мм* до зазора $y=0{,}01$ *мм*, принимая ламинарный характер течения в клапанной щели.

Жесткость пружины $C=0{,}5$ *кГ/см*, предварительный натяг $y_{пр}=25$ *мм*.

Изменением усилия в пружине при посадке клапана пренебречь. Данные: $d=60$ *мм*; $D=80$ *мм*; $\mu=0{,}002$ *кГ·сек/м²*.

Указание. См. задачу 8-26.

Ответ. $t=\frac{\mu l A^3}{2P}\left(\frac{1}{y^2}-\frac{1}{y_0^2}\right)=1{,}76$ *сек*, где $l=\frac{\pi(D+d)}{2}$,

$$A=\frac{D-d}{2} \text{ и } P=C\cdot y_{пр}.$$

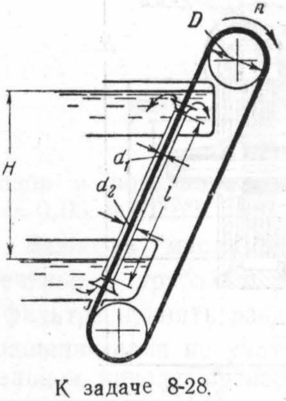
Задача 8-28. Н. Е. Жуковским была осуществлена идея использования внутреннего трения жидкости как средства для ее перемещения в виде так называемого шнурового насоса.

Определить секундную производительность такого насоса, если число оборотов привода $n = 120$ *об/мин*, диаметр привода $D = 0{,}3$ *м*, диаметр шнура $d_1 = 10$ *мм*, диаметр трубки $d_2 = 20$ *мм*, длина трубки $l = 6$ *м*, кинематический коэффициент вязкости жидкости $\nu = 2$ *см²/сек*, высота подъема жидкости $H = 4$ *м*.

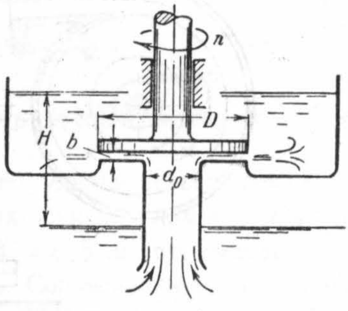
Ответ.

$$Q = \frac{\pi u_0}{4 \ln \frac{d_2}{d_1}} \left[\frac{d_2^2 - d_1^2}{2} - d_1^2 \ln \frac{d_2}{d_1} \right] - \frac{\pi g H}{128 \nu l} \cdot \left[d_2^4 - d_1^4 - \frac{(d_2^2 - d_1^2)^2}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \right] = 0{,}158 \text{ л/сек},$$

где u_0 — скорость шнура.



К задаче 8-28.



К задаче 8-29.

Задача 8-29. В дисковом (фрикционном) насосе в качестве полезного движущего усилия используется сила трения, возникающая в жидкости при вращении диска.

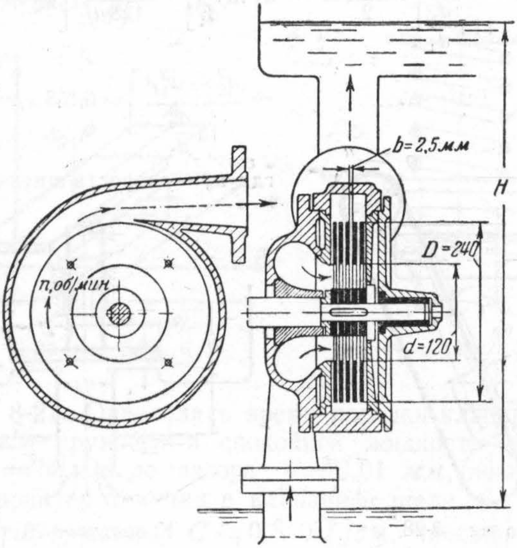
Определить секундную подачу на высоту $H = 1$ *м*, если насос состоит из одного диска, образующего с корпусом зазор $b = 1{,}5$ *мм* и вращающегося с числом оборотов $n = 600$ *об/мин*. Вязкость перекачиваемого масла $\mu = 0{,}008$ *кГ сек/м²*, удельный вес $\gamma = 900$ *кГ/м³*. Размеры: $D = 350$ *мм*; $d_0 = 80$ *мм*.

Скоростными напорами относительного движения входа и выхода пренебречь и принять угловую скорость вращения жидкости равной половине окружной скорости вращения диска.

$$\text{Ответ. } Q=\frac{\frac{\omega^2}{32g}(D^2-d_0^2)-H}{6\mu\ln\frac{D}{d_0}}\pi b^3\gamma=0{,}062\ л/сек.$$

Задача 8-30. Многодисковый фрикционный насос подает вязкую жидкость на высоту $H=4$ *м.*

Определить производительность насоса при указанных на чертеже размерах, если число оборотов насоса $n=$



К задаче 8-30.

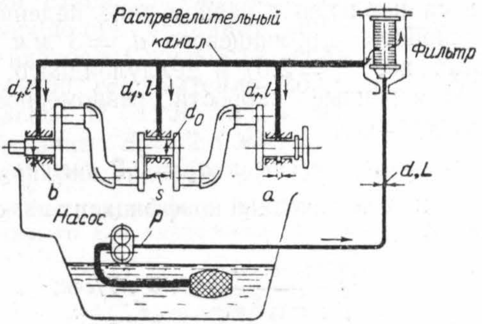
$=900$ *об/мин*, а перекачиваемая жидкость имеет вязкость $\mu=0{,}006$ *кГ·сек/м²* и удельный вес $\gamma=880$ *кГ/м³*.

Число дисков $i=5$. Вычисления производить, предполагая течение в зазоре ламинарным.

Течение в зазорах между крайними дисками и стенкой не учитывать.

$$\text{Ответ. } Q=\frac{\frac{\omega^2}{8g}(D^2-d^2)-H}{6\mu\ln\frac{D}{d}}(i-1)\pi b^3\gamma=6\ л/сек.$$

Задача 8-31. Определить давление p в начале масляной магистрали, подающей смазку к трем коренным подшипникам коленчатого вала автомобильного двигателя, если насос подает $Q = 50$ *см³/сек*. Размеры: $d=6$ *мм*; $d_1=4$ *мм*; $d_0 = 40$ *мм*; $l = 200$ *мм*; $s = 50$ *мм*; $a=6$ *мм*; $L = 1\,000$ *мм*.



К задаче 8-31.

Зазор в подшипнике считать концентрическим и равным $b = 0,06$ *мм*.

Вязкость масла 5° Э; его удельный вес $\gamma=900$ *кГ/м³*. Течение в трубах и зазорах считать ламинарным. Потери в фильтре принять равными $h_ф = 5$ *м* ст. масла. Влияние вращения вала не учитывать. Сопротивлением в распределительном канале пренебречь, считая, что каждому подшипнику подается $^1/_3 Q$.

Указание. См. задачу 8-15.

Ответ. $p = \left(\frac{128 l}{d_1^4} + \frac{3(s-a)}{d_0 b^3}\right)\mu \cdot \frac{Q}{3\pi} + h_ф \gamma + \frac{128 \mu L Q}{\pi d^4} = 27,5$ *кГ/см²*.

Задача 8-32. Алюминиевый шарик (относительный удельный вес $\delta_A = 2,6$), имеющий диаметр $d = 4$ *мм*, свободно падает в жидкости, относительный удельный вес которой $\delta = 0,9$.

Определить вязкость жидкости, если шарик, двигаясь равномерно, прошел путь $s = 15$ *см* за 30 *сек*.

Указание. Воспользоваться формулой Стокса для силы сопротивления жидкости, действующей на медленно движущийся шарик

$$F = 12\pi d\mu u_0,$$

где u_0 — скорость его равномерного движения.

Ответ. $\mu = 0{,}075\ кГ \cdot сек/м^2$.

Задача 8-33. Для определения вязкости жидкости и ее удельного веса наблюдают равномерное падение в ней двух различных шариков: алюминиевого $d_1 = 3\ мм$ (относительный удельный вес $\delta_1 = 2{,}6$) и целлулоидного, $d_2 = 4{,}5\ мм$ ($\delta_2 = 1{,}4$). Измеренные скорости равномерного движения равны соответственно:

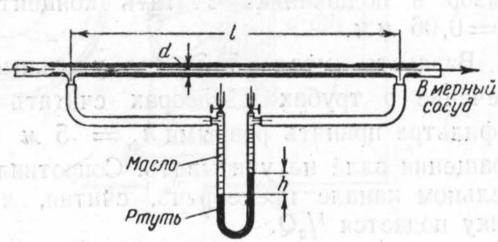
$$u_1 = 0{,}5\ см/сек \text{ и } u_2 = 0{,}2\ см/сек.$$

Вычислить кинематический коэффициент вязкости и удельный вес жидкости.

Ответ. $\nu = \frac{1}{72} g \frac{d_1^2 d_2^2 (\gamma_2 - \gamma_1)}{\gamma_1 d_1^2 u_2 - \gamma_2 d_2^2 u_1} = 3{,}15\ см^2/сек;$

$$\gamma = \frac{\gamma_1 d_1^2 u_2 - \gamma_2 d_2^2 u_1}{d_1^2 u_2 - d_2^2 u_1} = 1\,140\ кГ/м^3.$$

К задачам 8-32 и 8-33.



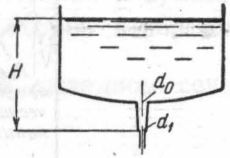
К задаче 8-34.

Задача 8-34. Для определения вязкости масла измеряется потеря напора при его прокачке через калиброванную трубку диаметром $d = 6\ мм$. Каково значение динамического коэффициента вязкости масла, если при расходе $Q = 7{,}3\ см^3/сек$ показание ртутного дифманометра, подключенного к участку трубки длиной $l = 2\ м$, равно $h = 120\ мм$.

Удельный вес масла $\gamma = 900\ кГ/м^3$.

Ответ. $\mu = 0{,}00034\ кГ \cdot сек/м^2$.

Задача 8-35. Из капиллярного вискозиметра жидкость вытекает по трубке переменного сечения при постоянном напоре, равном $H = 103$ *мм*. Изменение диаметра трубки по длине подчиняется линейному закону.



К задаче 8-35.

Считая течение жидкости по всей длине трубки стабилизированным ламинарным, определить величину кинематической вязкости жидкости, если за время $T = 400$ *сек* вытекло количество ее, равное $W = 200$ *см*^{3}, а размеры трубки равны: $d_1 = 2{,}8$ *мм*, $d_0 = 2{,}9$ *мм* и $l = 20$ *мм*. Потерями на входе пренебречь.

Указание. Так как диаметр трубки является величиной переменной по длине, то для вычисления потерь напора воспользоваться интегралом:

$$h_{\text{п}} = \frac{128\nu Q}{\pi g} \int_0^l \frac{dx}{d^4}.$$

Ответ.

$$\nu = AT - B\frac{1}{T} = 1{,}6 \text{ см}^2/\text{сек},$$

где

$$A = \frac{\pi g d_0^4}{128 l} \frac{3}{n^3 + n^2 + n} \cdot \frac{H}{W};$$

$$B = \frac{3n^4 W}{8\pi l (n^3 + n^2 + n)}$$

и

$$n = \frac{d_0}{d_1}.$$

Глава девятая

РАСЧЕТ ПРОСТЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

ВВЕДЕНИЕ

1. При расчете трубопроводов исходными соотношениями являются уравнение Бернулли и уравнение расхода (неразрывности).

Для простого (неразветвленного) трубопровода, соединяющего два больших резервуара, скоростные напоры в

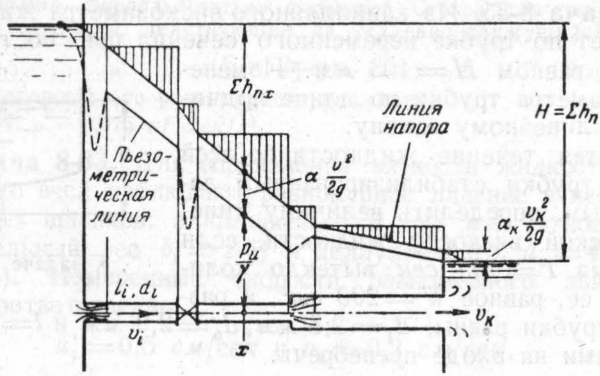


Рис. 9-1.

которых пренебрежимо малы и уровни жидкости постоянны (рис. 9-1), уравнение Бернулли дает:

$$H=\Sigma h_{п}, \tag{9-1}$$

где H — располагаемый (или потребный) напор трубопровода, представляющий в общем случае перепад гидростатических напоров (пьезометрических уровней) в резервуарах;

$\Sigma h_п$ — сумма потерь напора, состоящих из потерь на трение по длине трубопровода ($h_{п.т}$), местных потерь в трубопроводе ($h_{п.м}$), включая потери напора при выходе из трубопровода в резервуар.

Выражая потери трения и местные потери общими формулами

$$h_{п.т}=\lambda\cdot\frac{l}{d}\cdot\frac{v^2}{2g};\quad h_{п.м}=\zeta\frac{v^2}{2g},$$

получим для простого трубопровода, состоящего из k последовательных участков длиной l_i и диаметром d_i:

$$H=\sum_1^k\lambda_i\frac{l_i}{d_i}\cdot\frac{v_i^2}{2g}+\sum_1^k\zeta_i\frac{v_i^2}{2g}+\alpha_k\frac{v_k^2}{2g}, \tag{9-2}$$

где v_i — средняя скорость потока в каждом участке;

λ_i и ζ_i — коэффициент сопротивления трения и суммарный коэффициент местных потерь в каждом участке;

v_k — средняя скорость потока в выходном сечении трубопровода;

$\alpha_k \frac{v_k^2}{2g}$ — потеря напора при выходе из трубопровода в резервуар, равная скоростному напору потока в выходном сечении трубопровода (для турбулентного режима коэффициент кинетической энергии $\alpha_k \simeq 1$; для ламинарного режима в круглой трубе $\alpha_k \simeq 2$).

Используя уравнение расхода

$$Q = v_i F_i = \ldots = v_k F_k, \tag{9-3}$$

получим основное расчетное уравнение простого трубопровода в форме

$$H = \frac{v_k^2}{2g}\left[\alpha_k + \sum_1^k \lambda_i \frac{l_i}{d_i}\left(\frac{F_k}{F_i}\right)^2 + \sum_1^k \zeta_i \left(\frac{F_k}{F_i}\right)^2\right], \tag{9-4}$$

где F_k — площадь выходного сечения трубопровода;

F_i — площадь сечения участка диаметром d_i.

Для простого трубопровода длиной l и постоянного диаметра d уравнение (9-4) при турбулентном режиме имеет вид:

$$H = \frac{v^2}{2g}\left(1 + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma\zeta\right), \tag{9-5}$$

где $\Sigma\zeta$ — сумма коэффициентов местных сопротивлений в трубопроводе.

Выражая скорость через расход, получим:

$$H = 0{,}0827 \frac{Q^2}{d^4}\left(1 + \lambda \frac{l}{d} + \Sigma\zeta\right). \tag{9-6}$$

Размерности величин в этой формуле — в технической системе единиц: l, d, H — *м*; Q — *м³/сек*.

15*

В ряде задач на определение пропускной способности трубопровода при турбулентном режиме движения целесообразно приводить уравнение (9-5) к виду:

$$v=\varphi\sqrt{2gH};\quad \varphi=\frac{1}{\sqrt{1+\lambda\frac{l}{d}+\Sigma\zeta}},$$

где φ — коэффициент скорости трубопровода. При этом расход выражается формулой

$$Q=\mu F\sqrt{2gH}, \tag{9-7}$$

где $\mu=\varphi$ — коэффициент расхода и $F=\frac{\pi d^2}{4}$ — площадь сечения трубопровода.

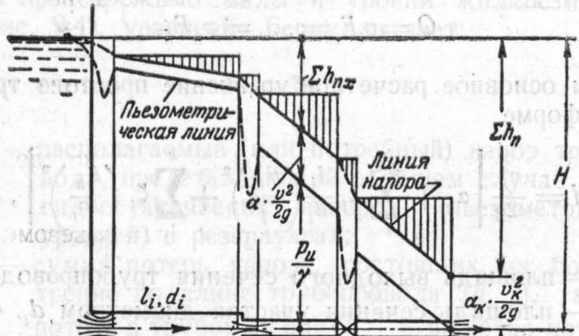


Рис. 9-2.

2. В случае истечения жидкости из большего резервуара через трубопровод в атмосферу (рис. 9-2) уравнение Бернулли имеет вид:

$$H=\alpha_k\frac{v_k^2}{2g}+\Sigma h_п, \tag{9-8}$$

где H — располагаемый напор трубопровода, определяемый глубиной расположения центра выходного сечения трубопровода под пьезометрическим уровнем в резервуаре;

$\alpha_k \cdot \frac{v_k^2}{2g}$ — скоростной напор в выходном сечении;

$\Sigma h_{п}$ — сумма потерь в трубопроводе.

Так как потеря выхода из трубопровода в данном случае отсутствует, уравнение (9-8) при подстановке в него выражений потерь переходит в уравнение (9-4). Следовательно, приведенные выше расчетные зависимости являются общими для трубопровода с истечением под уровень и в атмосферу.

3. Графики напоров, построение которых дано на рис. 9-1 и 9-2, изображают изменение по длине трубопровода полного напора потока и его составляющих. Линия напора (удельной механической энергии потока) строится путем последовательного вычитания потерь, нарастающих вдоль потока, из начального напора потока (заданного пьезометрическим уровнем в питающем резервуаре). Пьезометрическая линия (дающая изменение гидростатического напора потока) строится путем вычитания скоростного напора в каждом сечении из полного напора потока. Величина пьезометрического напора $\frac{p_{и}}{\gamma}$ в каждом сечении ($p_{и}$ — избыточное давление) определяется на графике глубиной расположения центра сечения под пьезометрической линией; величина скоростного напора $\alpha \frac{v^2}{2g}$ — вертикальным расстоянием между пьезометрической линией и линией напора[1]. Построение графика напоров для вертикального трубопровода дано на рис. 9-3. Напоры в каждом сечении откладываются здесь по горизонтали таким образом, чтобы ось трубы являлась началом отсчета пьезометрических напоров.

4. Если часть длины трубопровода находится под вакуумом (например, сифонный трубопровод, рис. 9-4), необходима проверка величины наибольшего вакуума в опасном сечении C:

$$\left(\frac{p_{в}}{\gamma}\right)_C = h + \frac{v^2}{2g} + \Sigma h_{пC}, \tag{9-9}$$

[1] На участках местной деформации потока, где ход изменения напоров может быть показан только качественно, линии напоров даны пунктиром.

где h — высота сечения C над начальным пьезометрическим уровнем в баке;

v — скорость в этом сечении;

$\Sigma h_{\text{п}\,C}$ — сумма потерь напора на участке трубопровода до этого сечения.

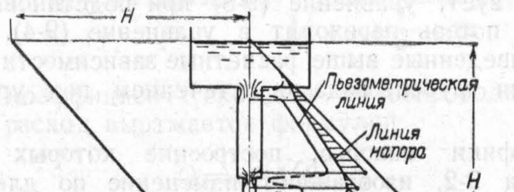


Рис. 9-3.

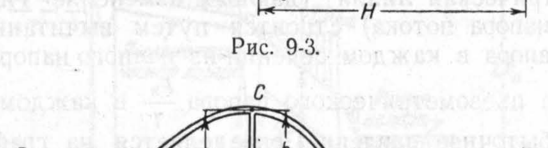


Рис. 9-4.

Для обеспечения нормальной (бескавитационной) работы трубопровода должно выполняться условие:

$$p_{\text{в}\,C} < p_{\text{ат}} - p_{\text{н.п}},$$

где $p_{\text{ат}}$ — атмосферное давление;

$p_{\text{н.п}}$ — упругость насыщенных паров жидкости при данной температуре.

5. При достаточно большой относительной длине $\frac{l}{d}$ трубопровода скоростной напор $\frac{v^2}{2g}$ пренебрежимо мал по сравнению с общей потерей напора. Для длинного трубопровода постоянного диаметра расчетное уравнение (9-5) или (9-6) можно поэтому заменить приближенным:

$$H=\frac{v^2}{2g}\left(\lambda\frac{l}{d}+\Sigma\zeta\right)=0{,}0827\frac{Q^2}{d^4}\left(\lambda\frac{l}{d}+\Sigma\zeta\right), \qquad (9\text{-}10)$$

согласно которому располагаемый напор H принимается равным суммарной потере напора в трубопроводе, а скоростным напором потока на выходе при истечении в атмосферу (или потерей выхода при истечении под уровень) пренебрегается.

При расчете длинных трубопроводов, в которых доминируют потери на трение, целесообразна замена местных сопротивлений эквивалентными длинами по соотношению

$$l_э=\frac{\zeta d}{\lambda}. \qquad (9\text{-}11)$$

При такой замене расчетное уравнение (9-10) можно представить в форме, отвечающей трубопроводу без местных сопротивлений:

$$H=\lambda\frac{L}{d}\frac{v^2}{2g}=0{,}0827\,\lambda\frac{L}{d^5}Q^2, \qquad (9\text{-}12)$$

где H — общая потеря напора в трубопроводе;
$L=l+\Sigma l_э$ — его приведенная длина.

Для трубопровода, состоящего из k последовательных участков различного диаметра, имеем аналогичное соотношение:

$$H=0{,}0827\,Q^2\sum_1^k\lambda_i\frac{L_i}{d_i^5}. \qquad (9\text{-}13)$$

График напоров для длинного трубопровода строится упрощенно (рис. 9-5), поскольку относительная малость скоростных напоров позволяет рассматривать линию напора и пьезометрическую линию как практически совпадающие.

6. Расчет трубопровода на основе приведенных выше соотношений связан с выбором коэффициентов местных

сопротивлений ζ и коэффициентов сопротивления трения λ. Значения ζ при турбулентном режиме см. в гл. 7 и при-

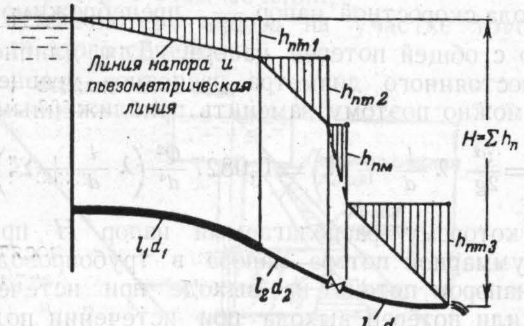


Рис. 9-5.

ложении 3. Значения λ при различных режимах движения жидкости определяются следующими зависимостями:

I. Ламинарный режим ($Re \leqslant 2\,000$). Коэффициент сопротивления трения $\lambda = \frac{64}{Re}$ и потеря напора на трение

$$h_{п.т} = \frac{32\nu l v}{g d^2} = \frac{128 \nu l Q}{\pi g d^4}. \tag{9-14}$$

II. Турбулентный режим ($Re \geqslant 3\,000$):

а) Область гидравлически гладких труб. Коэффициент сопротивления трения может определяться по формуле Конакова

$$\lambda = \frac{1}{(1{,}8 \lg Re - 1{,}5)^2} \quad (Re \leqslant 3 \cdot 10^6) \tag{9-15}$$

и формуле Блазиуса

$$\lambda = \frac{0{,}316}{\sqrt[4]{Re}} \quad (Re \leqslant 10^5), \tag{9-16}$$

в соответствии с которой потеря напора на трение (размерности величин — в технической системе единиц)

$$h_{п.т} = 0{,}0246 \frac{\nu^{0{,}25} l Q^{1{,}75}}{d^{4{,}75}}. \tag{9-17}$$

Зависимость λ от Re для гидравлически гладких труб

Re	λ	Re	λ	Re	λ
4 000	0,0400	40 000	0,0225	400 000	0,0140
6 000	0,0360	60 000	0,0200	600 000	0,0130
8 000	0,0335	80 000	0,0190	800 000	0,0120
10 000	0,0315	100 000	0,0180	1 000 000	0,0115
15 000	0,0285	150 000	0,0165	2 000 000	0,0105
20 000	0,0270	200 000	0,0155	3 000 000	0,0100

К указанной области сопротивления относятся технически гладкие трубы (цельнотянутые из цветных металлов — медные, латунные, свинцовые и др. и стеклянные трубы) во всем диапазоне их практического использования по числам Re, а также стальные трубы до значений числа Рейнольдса, ориентировочно равных $\mathrm{Re}_{гл} = 20\frac{d}{\Delta}$ (Δ — эквивалентная абсолютная шероховатость).

б) Переходная область. Значения λ в функции Re и относительной гладкости $\frac{d}{\Delta}$ для стальных труб по данным Мурина (ВТИ) приведены на графике приложения 4.

Близкое совпадение с опытными значениями дает универсальная формула Альтшулля (применимая во всех областях турбулентного режима):

$$\lambda = 0,1\left(\frac{1,46\cdot\Delta}{d} + \frac{100}{\mathrm{Re}}\right)^{0,25}. \qquad (9\text{-}18)$$

Средние величины эквивалентной шероховатости для цельнотянутых труб новых $\Delta = 0,1$ *мм* и бывших в употреблении (незначительно корродированных) $\Delta = 0,2$ *мм*. Верхняя граница переходной области ориентировочно определяется выражением

$$\mathrm{Re}_{кв} = 500\frac{d}{\Delta}.$$

в) Область гидравлически шероховатых труб (квадратичная область).

Значения λ в функции $\frac{d}{\Delta}$ даются формулой Никурадзе

$$\lambda = \frac{1}{\left(2\lg\frac{d}{\Delta} + 1{,}14\right)^2} \qquad (9\text{-}19)$$

или близкой к ней формулой Шифринсона

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{\Delta}{d}\right)^{0{,}25}. \qquad (9\text{-}20)$$

Для старых водопроводных (стальных и чугунных) труб, значительно корродированных в результате длительной эксплуатации, применимо также выражение (d в *м*)

$$\lambda = \frac{0{,}02}{d^{1/3}}. \qquad (9\text{-}21)$$

Зависимость λ от $\frac{d}{\Delta}$ в квадратичной области

$\frac{d}{\Delta}$	λ	$\frac{d}{\Delta}$	λ	$\frac{d}{\Delta}$	λ
100	0,0379	1 100	0,0192	2 500	0,0159
200	0,0304	1 200	0,0188	3 000	0,0153
300	0,0269	1 300	0,0184	3 500	0,0148
400	0,0249	1 400	0,0181	4 000	0,0144
500	0,0234	1 500	0,0178	5 000	0,0137
600	0,0223	1 600	0,0176	6 000	0,0132
700	0,0216	1 700	0,0173	7 000	0,0128
800	0,0207	1 800	0,0171	8 000	0,0125
900	0,0202	1 900	0,0169	9 000	0,0122
1 000	0,0197	2 000	0,0167	10 000	0,0120

7. Можно различать три основные задачи расчета простого трубопровода, методика решения которых выясняется ниже на примере трубопровода постоянного диаметра.

Задача I. Даны: расход жидкости Q, ее свойства (ν), размеры трубопровода (l, d) и шероховатость его стенок (Δ).

Найти требуемый напор H.

Порядок решения задачи:

1. По известным Q, d, ν вычисляется число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \frac{4Q}{\pi d \nu}$ и определяется режим движения жидкости.

2. В случае ламинарного режима напор H определяется из формулы

$$H = \frac{128\nu L}{\pi g d^4} Q, \tag{9-22}$$

где L — приведенная длина трубопровода.

При турбулентном режиме H определяется из формул (9-6) (короткий трубопровод) или (9-12) (длинный трубопровод с преобладающими потерями на трение), в которых по известным Re, d и Δ выбираются соответствующие величины λ, ζ и $l_э$.

Задача II. Даны: располагаемый напор H, размеры трубопровода (l, d), шероховатость его стенок (Δ) и свойства жидкости (ν).

Найти расход Q.

1. Определяется режим движения путем сравнения напора H с его критическим значением (см. задачу 5-19, гл. 5):

$$H_{кр} = \frac{32 \cdot \nu^2 L}{g d^3} \mathrm{Re}_{кр}. \tag{9-23}$$

Если $H < H_{кр}$, режим ламинарный, если $H > H_{кр}$ — турбулентный.

2. В случае ламинарного режима расход определяется из формулы (9-22). В случае турбулентного режима задача решается методом последовательных приближений. В качестве первого приближения принимается квадратичная область сопротивления, в которой по известным d и Δ определяются значения λ и ζ, позволяющие найти из формул (9-6) или (9-12) расход Q. Подсчет Re по найденному Q дает возможность уточнить значения коэффициентов потерь и определить расход во втором приближении, что обычно оказывается достаточным.

Для технически гладких труб в качестве первого приближения целесообразно использовать при нахождении расхода формулу Блазиуса, по которой имеем:

$$H = 0{,}0246 \frac{\nu^{0,25} L Q^{1,75}}{d^{4,75}}, \tag{9-24}$$

причем следует предварительно оценить приведенную длину трубопровода L с учетом имеющихся местных сопротивлений.

Целесообразно графическое решение задачи, основанное на построении характеристики трубопровода — графика зависимости потребного напора H (т. е. перепада гидро-

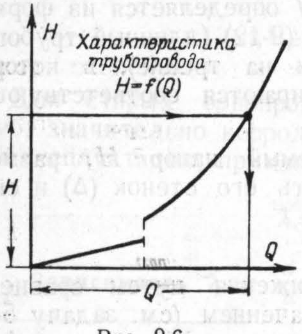


Рис. 9-6.

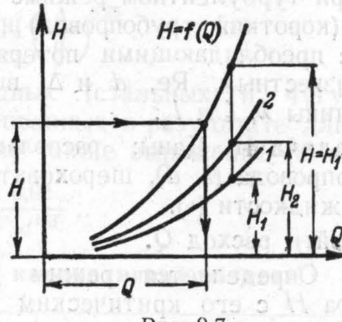


Рис. 9-7.

статических напоров) от расхода Q (рис. 9-6). Характеристика строится по уравнениям (9-6) или (9-12) с учетом зависимости λ и ζ от Re, т. е. от расхода Q. Для длинного трубопровода указанная характеристика может рассматриваться как зависимость суммарных потерь напора в трубопроводе от расхода:

$$\Sigma h_{\text{п}} = f(Q).$$

Графический прием, исключающий необходимость в последовательных приближениях, особенно удобен для трубопровода из последовательных участков различного диаметра, характеристика которого, позволяющая находить расход Q по напору H, получается суммированием ординат характеристик отдельных участков (рис. 9-7).

Задача III. Даны: располагаемый напор H, расход Q, длина трубопровода l, шероховатость его стенок (Δ) и свойства жидкости (ν).

Найти диаметр трубопровода d.

1. Определяется режим движения путем сравнения

напора H с его критическим значением (см. задачу 5-20, гл. 5):

$$H_{кр} = \frac{\pi^3 \nu^5 L \, \mathrm{Re}_{кр}^4}{2gQ^3}. \qquad (9\text{-}25)$$

Если $H < H_{кр}$, режим ламинарный, если $H > H_{кр}$, — турбулентный.

2. При ламинарном режиме диаметр определяется из уравнения (9-22). В случае турбулентного режима задача решается графически путем построения зависимости требуемого напора H от диаметра трубопровода d при заданном расходе Q. Задавая ряд значений d,

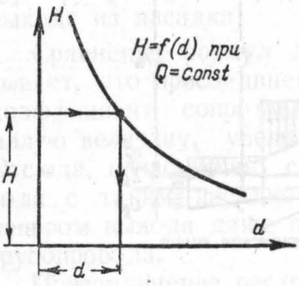


Рис. 9-8.

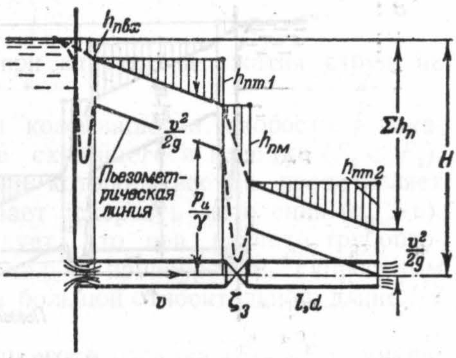


Рис. 9-9.

для каждого из которых определяются величины λ и ζ с учетом области сопротивления, вычисляют соответствующие значения напора H.

Результаты подсчетов сводятся в график $H = f(d)$ (рис. 9-8), позволяющий по заданному H определить d и, далее, уточнить необходимую величину H при выборе ближайшего большего стандартного диаметра.

8. В качестве примера расчета короткого трубопровода определим скорость истечения и расход для трубы длиной l и диаметром d при заданном напоре H (рис. 9-9) и для той же трубы с присоединенным к ней сходящимся или расходящимся насадком (рис. 9-10 и 9-11); режим движения жидкости предполагается турбулентным.

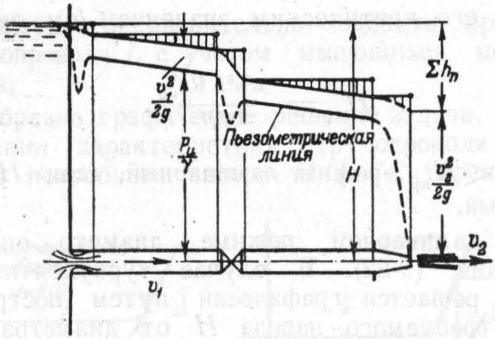


Рис. 9-10.

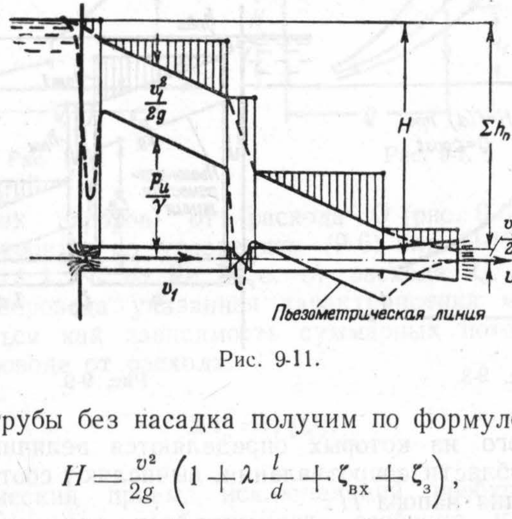


Рис. 9-11.

Для трубы без насадка получим по формуле (9-5)

$$H = \frac{v^2}{2g}\left(1 + \lambda\frac{l}{d} + \zeta_{вх} + \zeta_з\right),$$

откуда скорость истечения

$$v = \varphi\sqrt{2gH}, \text{ где } \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \lambda\frac{l}{d} + \zeta_{вх} + \zeta_з}}$$

и расход

$$Q = \mu \cdot F_1\sqrt{2gH}, \text{ где } \mu = \varphi \text{ и } F_1 = \frac{\pi d^2}{4}.$$

Значения коэффициентов местных сопротивлений (входа $\zeta_{вх}$ и задвижки $\zeta_з$) и коэффициента сопротивления трения λ

в первом приближении определяются в предположении квадратичной области сопротивления.

Для трубы с насадком выходной площадью F_2 и коэффициентом сопротивления $\zeta_н$, получим по формуле (9-4)

$$H = \frac{v_2^2}{2g}\left[1 + \zeta_н + \left(\lambda\frac{l}{d} + \zeta_{вх} + \zeta_з\right)\frac{F_2^2}{F_1^2}\right],$$

откуда скорость истечения

$$v_2 = \varphi\sqrt{2gH}; \quad \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_н + \left(\lambda\frac{l}{d} + \zeta_{вх} + \zeta_з\right)\frac{F_2^2}{F_1^2}}}.$$

и расход

$Q_2 = \mu \cdot F_2\sqrt{2gH}$; $\mu = \varphi$ (при отсутствии сжатия струи на выходе из насадка).

Сравнение формул для коэффициента скорости φ показывает, что присоединение сходящегося насадка ($F_2 < F_1$), коэффициент сопротивления которого всегда представляет малую величину, увеличивает скорость истечения ($v_2 > v$). Отсюда, в частности, следует, что при расчете трубопровода с таким насадком нельзя пренебрегать скоростным напором выхода даже при большой относительной длине l/d трубопровода.

Присоединение расходящегося насадка ($F_2 > F_1$) уменьшает скорость истечения ($v_2 < v$).

Чтобы выяснить, как изменяется расход, найдем скорость в трубе:

$$v_1 = v_2\frac{F_2}{F_1} = \frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{(1 + \zeta_н)\frac{F_1^2}{F_2^2} + \lambda\frac{l}{d} + \zeta_{вх} + \zeta_з}}.$$

Присоединение сходящегося насадка уменьшает скорость в трубе ($v_1 < v$) и, следовательно, расход Q ($v_1 \to 0$ при $F_2 \to 0$). Для расходящегося насадка $v_1 > v$, и расход увеличивается.

Эти изменения расхода связаны с тем, что в концевом сечении трубы перед сходящимся насадком возникает избыточное давление, а перед расходящимся насадком — вакуум (см. графики напоров).

ЗАДАЧИ

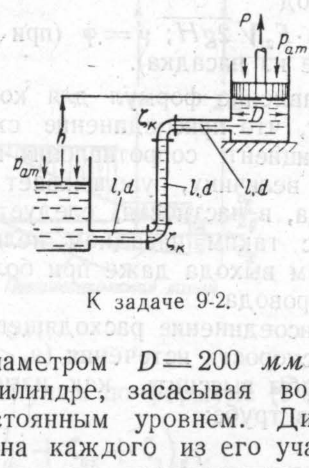
Задача 9-1. Вода сливается из бака A в бак B по трубопроводу, диаметр которого $d = 80$ *мм* и полная длина $L = 2l = 10$ *м*. Из бака B вода вытекает в атмосферу через цилиндрический насадок такого же диаметра $d_1 = 80$ *мм* ($\mu = 0{,}82$).

Коэффициенты сопротивления колена и вентиля в трубе равны $\zeta_к = 0{,}3$ и $\zeta_в = 4$; коэффициент сопротивления трения $\lambda = 0{,}03$.

Определить, какой напор H нужно поддерживать в баке A, чтобы уровень в баке B находился на высоте $h = 1{,}5$ *м*.

Ответ. $H = 9{,}6$ *м.*

К задаче 9-1.



К задаче 9-2.

Задача 9-2. Поршень диаметром $D = 200$ *мм* движется равномерно вверх в цилиндре, засасывая воду из открытого резервуара с постоянным уровнем. Диаметр трубопровода $d = 50$ *мм*; длина каждого из его участков $l = 4$ *м*; коэффициент сопротивления каждого из колен $\zeta_к = 0{,}5$; коэффициент сопротивления трения $\lambda = 0{,}03$.

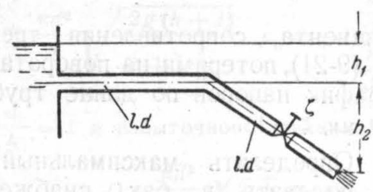
Когда поршень находится выше уровня в резервуаре на $h = 2$ *м*, потребная для его перемещения сила равна $P = 240$ *кГ*.

Определить скорость подъема поршня и найти, до какой высоты $h_{макс}$ его можно поднимать с такой скоростью без опасности отрыва от него жидкости, если давление насыщенных паров воды $p_{н.п} = 0{,}043$ *кГ/см*^{2}, ее удельный вес $\gamma = 995$ *кГ/м*^{3} ($t = 30°$ С), а атмосферное давление $p_{ат} = 740$ *мм рт. ст.*

Весом поршня, трением его о стенки и потерями напора в цилиндре пренебречь.

Ответ. $v_{п} = 0,212$ *м/сек*; $h_{макс} = 4$ *м*.

Задача 9-3. Вода вытекает в атмосферу из резервуара с постоянным уровнем по трубопроводу диаметром $d = 100$ *мм*, состоящему из горизонтального и наклонного участков одинаковой длины $l = 50$ *м*. Горизонтальный участок за-



К задаче 9-3.

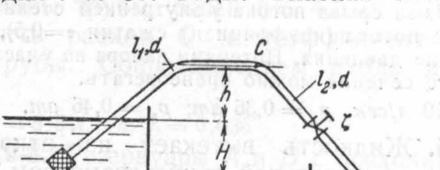
глублен под уровень на $h_1 = 2$ *м*, наклонный участок имеет высоту $h_2 = 25$ *м*.

Каков должен быть коэффициент сопротивления ζ задвижки, установленной в наклонном участке трубопровода, чтобы вакуум в конце горизонтального участка не превосходил 7 *м* столба воды? Какой расход будет при этом в трубопроводе?

Построить график напоров по длине трубопровода. Коэффициент сопротивления трения принять $\lambda = 0,035$, потери напора на повороте не учитывать.

Ответ. $\zeta = 20,5$; $Q = 24$ *л/сек*.

Задача 9-4. По сифонному трубопроводу, для которого задан напор $H = 6$ *м*, необходимо подавать расход воды $Q = 50$ *л/сек* при условии, чтобы вакуум в трубопроводе не превосходил 7 *м* ст. воды. Опасная точка C располо-



К задаче 9-4.

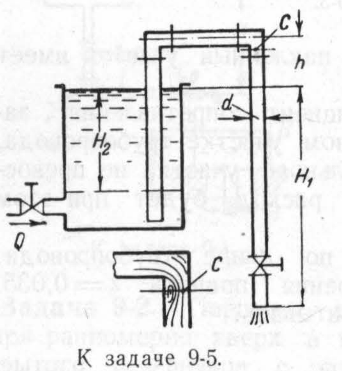
жена выше начального уровня воды на $h=4$ *м*, длина восходящей линии трубопровода до этой точки равна $l_1=100$ *м*, а нисходящей линии $l_2=60$ *м*. Трубопровод снабжен приемным клапаном с сеткой ($\zeta_к=5$) и задвижкой.

Определить диаметр трубопровода d и коэффициент сопротивления задвижки ζ, удовлетворяющие условиям задачи.

Для коэффициента сопротивления трения воспользоваться формулой (9-21), потерями на поворотах пренебрегать. Построить график напоров по длине трубопровода.

Ответ. $d=200$ *мм*; $\zeta=13$.

Задача 9-5. Определить максимальный расход воды, который можно подавать в бак, снабженный сифонной сливной трубой диаметром $d=100$ *мм* и общей длиной $L=10$ *м*, если выходное сечение трубы ниже предельного уровня в баке на $H_1=4$ *м*. Труба имеет два сварных колена ($\zeta=1,3$) и вентиль ($\zeta=6,9$). Коэффициент сопротивления трения $\lambda=0,025$.



К задаче 9-5.

Определить вакуум в сечении C, если это сечение выше предельного уровня на $h=1,5$ *м* и длина участка трубы до него $l=5$ *м*.

Каков будет вакуум в этом сечении, когда уровень в баке понизится на $H_2=2$ *м*?

Указание. Из-за срыва потока у внутренней стенки в сечении C возникает сжатие потока (коэффициент сжатия $\varepsilon=0,5$), вызывающее местное понижение давления. Потерями напора на участке поворота в колене до этого сечения можно пренебрегать.

Ответ. $Q=19$ *л/сек*; $p_в=0,36$ *ат*; $p_в=0,46$ *ат*.

Задача 9-6. Жидкость вытекает из открытого бака в атмосферу по вертикальной трубе диаметром $d=40$ *мм*.

Пренебрегая сопротивлением входа в трубу и приняв ее коэффициент сопротивления трения равным $\lambda=0,04$:

1) установить зависимости расхода Q и давления $p_и$ в

начальном сечении трубы A от уровня h воды в баке и высоты трубы l;

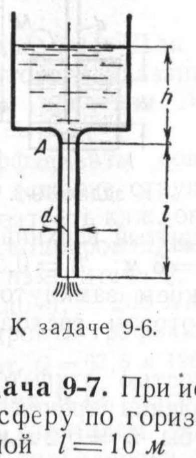
2) указать, при каком уровне h давление в сечении A будет равно атмосферному и расход не будет изменяться с высотой трубы;

3) построить в масштабе графики напоров по высоте трубы при $l = 2$ *м* и двух значениях уровня $h = 0{,}5$ *м* и $h = 2$ *м*.

Ответ. 1) $Q = \dfrac{\pi d^2}{4}\sqrt{\dfrac{2g(h+l)}{1+\lambda\dfrac{l}{d}}}$, $p_и = \gamma \cdot l \dfrac{\dfrac{\lambda}{d}h - 1}{\dfrac{\lambda}{d}l + 1}$;

2) при $h = \dfrac{d}{\lambda} = 1$ *м* избыточное давление $p_и = 0$ и расход

$$Q = \frac{\pi d^2}{4}\cdot\sqrt{2gh} \text{ независимо от высоты } l.$$



К задаче 9-6.

К задаче 9-7.

Задача 9-7. При истечении воды из большого резервуара в атмосферу по горизонтальной трубе диаметром $d = 40$ *мм* и длиной $l = 10$ *м* при статическом напоре $H = 10$ *м*, получено, что уровень в пьезометре, установленном по середине длины трубы, равен $h = 4{,}5$ *м*.

Определить расход Q и коэффициент сопротивления трения λ трубы. Сопротивлением входа в трубу пренебрегать.

Ответ. $Q = 5{,}5$ *л/сек*; $\lambda = 0{,}036$.

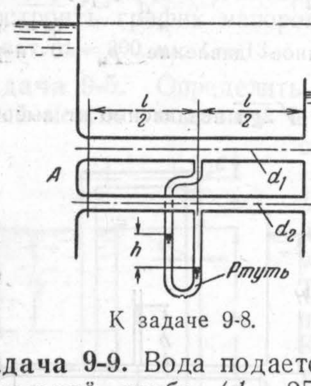
Задача 9-8. Резервуары A и B с постоянными уровнями воды соединены двумя параллельными трубами одинаковой длины $l = 8$ *м*, диаметры которых равны $d_1 = 40$ *мм* и $d_2 = 10$ *мм*.

Определить разность уровней H в резервуарах и расходы Q_1 и Q_2 в трубах, если известно, что показание ртутного дифманометра, присоединенного к трубам по середине их длины, равно $h = 67$ *мм*.

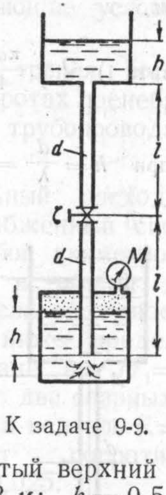
Потерями входа в трубы пренебрегать, значения коэффициента сопротивления трения принять для них равными $\lambda_1 = 0{,}02$ и $\lambda_2 =$,04.

Построить графики напоров для обеих труб.

Ответ. $H = 10$ *м*; $Q_1 = 7{,}9$ *л/сек*; $Q_2 = 0{,}19$ *л/сек*.



К задаче 9-8.



К задаче 9-9.

Задача 9-9. Вода подается в открытый верхний бак по вертикальной трубе ($d = 25$ *мм*; $l = 3$ *м*; $h = 0{,}5$ *м*) за счет избыточного давления M в нижнем замкнутом баке.

Определить давление M, при котором расход будет равен $Q = 1{,}5$ *л/сек*.

Коэффициент сопротивления полностью открытого вентиля $\zeta = 9{,}3$. Коэффициент сопротивления трения определить по заданной шероховатости трубы $\Delta = 0{,}2$ *мм*, предполагая наличие квадратичного режима.

Построить график напоров по высоте трубы.

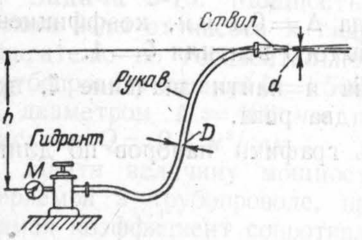
Ответ. $M = 1{,}52$ *ати*.

Задача 9-10. Какой предельной длины L можно сделать пожарный рукав диаметром $D = 65$ *мм*, если при давлении $M = 8$ *ати* (по манометру на гидранте) подача через установленный на конце ствола насадок, выходной диаметр которого $d = 30$ *мм*, должна равняться $Q = 1{,}2$ *м³/мин*?

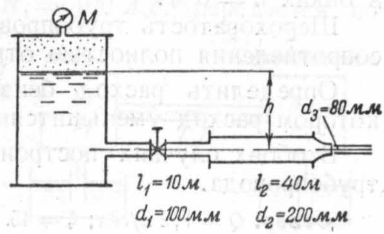
Ствол поднят выше манометра на $h = 10$ *м*; коэффициент сопротивления ствола с насадком $\zeta = 0{,}1$ (сжатие струи на выходе отсутствует). Местные потери в рукаве не учитывать.

Задачу решить, предполагая, что используются непрорезиненные ($\lambda = 0{,}054$) и прорезиненные ($\lambda = 0{,}0245$) рукава.

Ответ. $L = 16$ и 36 *м*.



К задаче 9-10.



К задаче 9-11.

Задача 9-11. Для горизонтального трубопровода, размеры которого указаны на схеме, определить расход Q при заданном давлении $M = 4$ *ати* и уровне воды в резервуаре $h = 5$ *м*.

Коэффициенты сопротивления вентиля $\zeta = 4$ и сопла $\zeta = 0{,}06$ (сжатие струи на выходе из сопла отсутствует). Шероховатость каждого из участков трубопровода $\Delta = 1$ *мм* (старые водопроводные трубы).

Как изменится Q, если диаметр первого участка увеличить до $d_1 = 200$ *мм*?

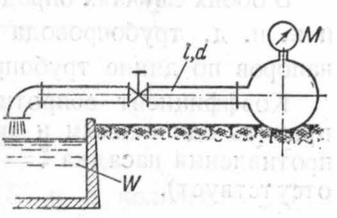
Построить графики напоров по длине трубопровода.

Ответ. $Q = 67{,}8$ и 128 *л/сек*.

Задача 9-12. Наполнение бассейна из магистрали с заданным давлением $M = 2{,}5$ *ати* производится по горизонтальной трубе общей длиной $l = 45$ *м*, снабженной вентилем ($\zeta = 4$) и отводом ($\zeta = 0{,}3$).

Определить диаметр трубы, который обеспечит наполнение бассейна объемом воды $W = 36$ *м*^{3} за время $t = 30$ *мин*.

Для коэффициента сопротивления трения воспользоваться формулой (9-21).



К задаче 9-12.

Ответ. $d = 80$ *мм*.

Задача 9-13. По трубопроводу размерами $l_1 = 5$ *м*, $d_1 = 20$ *мм* и $l_2 = 5$ *м*, $d_2 = 40$ *мм* подается бензин ($\gamma = 750$ *кГ/м*^{3}, $\nu = 0{,}005$ *ст*) из бака с избыточным давлением $M = 0{,}9$ *кГ/см*^{2} в расположенный выше бак, где поддерживается вакуум $V = 0{,}3$ *кГ/см*^{2}; разность уровней в баках $h = 6$ *м*.

Шероховатость трубопровода $\Delta = 0{,}1$ *мм*, коэффициент сопротивления полностью открытого вентиля $\zeta = 4$.

Определить расход бензина и найти значение ζ, при котором расход уменьшится в два раза.

В обоих случаях построить графики напоров по длине трубопровода.

Ответ. $Q = 1{,}2$ *л/сек*; $\zeta = 45$.

К задаче 9-13.

К задаче 9-14.

Задача 9-14. Сопоставить истечение воды под постоянным напором $H = 50$ *м* через трубопровод диаметром $D = 250$ *мм*, длиной $L = 400$ *м* и через тот же трубопровод с присоединенным к нему сходящимся насадком $d = 100$ *мм*.

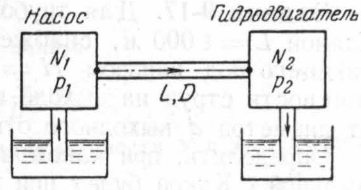
В обоих случаях определить расход Q, мощность струи N и к. п. д. трубопровода $\eta_{тр}$, а также построить графики напоров по длине трубопровода.

Коэффициент сопротивления трения в обоих случаях принять одинаковым и равным $\lambda = 0{,}02$, коэффициент сопротивления насадка $\zeta = 0{,}06$ (сжатие на выходе из насадка отсутствует).

Указание. Мощность струи $N = \gamma Q \dfrac{v^2}{2g}$ и к. п. д. трубопровода, определяемый как отношение скоростного напора струи на выходе из трубопровода к располагаемому перепаду статических напоров $\eta_{тр} = \frac{v^2}{2gH}$, где v — выходная скорость.

Ответ. Без насадка $Q = 266$ *л/сек*, $N = 397$ *кГ·м/сек*, $\eta_{тр} = 3\%$. С насадком $Q = 179$ *л/сек*, $N = 4\,750$ *кГ·м/сек*, $\eta_{тр} = 53\%$.

Задача 9-15. Мощность $N_1 = 400$ *л.с.* передается потоком воды от насоса к гидродвигателю по горизонтальному трубопроводу длиной $L = 1\,500$ *м* и диаметром $D = 400$ *мм* при расходе $Q = 0{,}2$ *м³/сек*.



К задаче 9-15.

Найти величину мощности, теряемой в трубопроводе, принимая коэффициент сопротивления трения $\lambda = 0{,}03$.

Какое давление p_1 развивает насос в начале трубопровода и каково давление p_2 перед гидродвигателем в конце трубопровода?

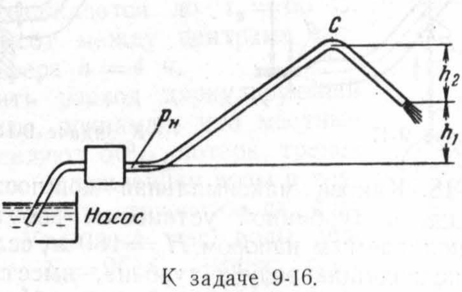
Указание. В общем выражении мощности потока

$$N = \gamma \cdot Q\left(\frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + z\right)$$

для данного случая принять $z = 0$.

Ответ. $N_п = 40$ *л. с.*; $p_1 = 15$ *ати*; $p_2 = 13{,}5$ *ати*.

Задача 9-16. По напорному стальному трубопроводу диаметром $D = 0{,}3$ *м* и общей длиной $L = 50$ *км* вода по-



К задаче 9-16.

дается насосом на высоту $h_1 = 150$ *м* в количестве $Q = 6\,000$ *м³* за сутки.

1) Определить потерю напора $h_п$ в трубопроводе и давление нагнетания $p_н$ насоса, учитывая только сопротивление

трения, если шероховатость стенок трубопровода $\Delta = 0{,}2$ *мм* и кинематический коэффициент вязкости воды $\nu = 1{,}3 \cdot 10^2$ *ст*.

2) Найти величину вакуума в сечении C, расположенном выше выходного сечения трубопровода на $h_2 = 35$ *м*; длина участка трубопровода между этими сечениями $l = 10$ *км*.

Ответ. $h_п = 150$ *м* и $p_н = 30$ *ати*; $p_в = 0{,}5$ *ат*.

Задача 9-17. Для трубопровода диаметром $D = 0{,}5$ *м* и длиной $L = 1\,000$ *м*, снабженного в конце соплом и работающего под напором $H = 400$ *м*, установить зависимость мощности струи на выходе из сопла и к. п. д. трубопровода от диаметра d выходного отверстия сопла.

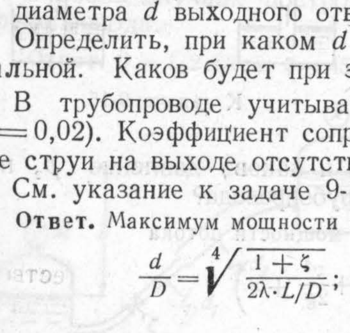
Определить, при каком d мощность струи будет максимальной. Каков будет при этом к. п. д. трубопровода $\eta_{тр}$?

В трубопроводе учитывать только потери на трение ($\lambda = 0{,}02$). Коэффициент сопротивления сопла $\zeta = 0{,}04$, сжатие струи на выходе отсутствует.

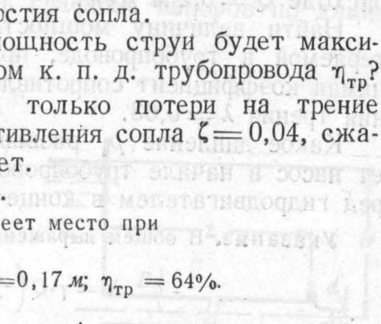
См. указание к задаче 9-12.

Ответ. Максимум мощности имеет место при

$$\frac{d}{D} = \sqrt[4]{\frac{1+\zeta}{2\lambda \cdot L/D}}; \quad d = 0{,}17 \text{ м}; \quad \eta_{тр} = 64\%.$$



К задаче 9-17.



К задаче 9-18.

Задача 9-18. Какова максимальная мощность, которую можно получить в турбинной установке, работающей под заданным располагаемым напором $H = 180$ *м*, если напорный трубопровод, подводящий воду к турбине, имеет длину $L = 2\,200$ *м* и диаметр $D = 1{,}2$ *м*, а к. п. д. турбины $\eta_т = 0{,}88$? Каковы будут при этом расход через турбину Q и к. п. д. трубопровода $\eta_{тр}$?

В трубопроводе учитывать только потери на трение, приняв $\lambda = 0{,}02$.

Указание. Полезная мощность установки

$$N = \frac{\gamma \cdot Q\,(H - h_{\text{п}})}{75} \cdot \eta_{\text{т}},$$

где $h_{\text{п}}$ — потеря напора в трубопроводе.

К. п. д. трубопровода

$$\eta_{\text{тр}} = \frac{H - h_{\text{п}}}{H}.$$

Пользуясь формулой для потери напора

$$h_{\text{п}} = 0{,}0827\lambda \frac{L}{D^5} Q^2,$$

исследовать на максимум выражение для мощности N в зависимости от расхода Q.

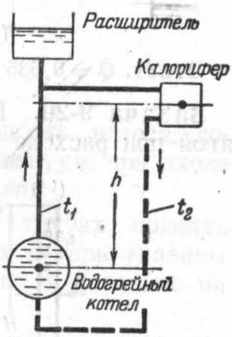
Ответ. $N_{\text{макс}} = 9\,000$ *л. с.* при

$$Q = \sqrt{\frac{H}{3 \cdot 0{,}0827\lambda \frac{L}{D^5}}} = 6{,}4 \; м^3/сек;$$

$$\eta_{\text{тр}} = \frac{2}{3}.$$

Задача 9-19. Система водяного отопления с естественной циркуляцией состоит из водогрейного котла, в котором вода нагревается до температуры $t_1 = 95^\circ$ С, и кольцевого трубопровода общей длиной $l = 16$ *м* и диаметром $d = 50$ *мм*, включающего калорифер, где вода охлаждается до $t_2 = 65^\circ$ С. Разность высот между центрами котла и калорифера $h = 4$ *м*.

Определить расход циркулирующей в кольце воды, принимая, что местные потери составляют 50% потерь трения и пренебрегая охлаждением воды в трубах. Шероховатость трубопровода $\Delta = 0{,}2$ *мм*. Удельный вес воды при температуре $t_1 = 95^\circ$ С равен $\gamma_1 = 962$ *кГ/м³* и при $t_2 = 65^\circ$ С $\gamma_2 = 980$ *кГ/м³*.



К задаче 9-19.

Указание. Движение жидкости в кольце поддерживается за счет разности удельных весов столбов жидкости в вертикальных участках кольца высотой h. Применяя уравнение Бернулли для участков кольца с температурами t_1 и t_2 (между центрами котла и калорифера), приходим к соотношению

$$h(\gamma_2 - \gamma_1) = \gamma_1 h_{п1} + \gamma_2 h_{п2},$$

где $p_т = h(\gamma_2 - \gamma_1)$ — так называемый термостатический напор;
$h_{п1}$ и $h_{п2}$ — потери напора на этих участках, равные

$$h_{п1} = \lambda_1 \frac{L_1}{d} \cdot \frac{v_1^2}{2g}$$

и

$$h_{п2} = \lambda_2 \frac{L_2}{d} \cdot \frac{v_2^2}{2g}.$$

Принимая средние значения γ, v и λ, получаем расчетное уравнение в виде:

$$p_т = \gamma\lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

где L — приведенная длина всего кольца с учетом местных сопротивлений.

Задачу решить графически, построив в соответствии с последним уравнением зависимость потребного термостатического напора $p_т$ от скорости v. Коэффициент сопротивления трения λ определять по графику приложения 4.

Средние значения удельного веса и кинематического коэффициента вязкости воды принять по средней температуре $t_{ср} = 80°$ С:

$$\gamma = 972\ кГ/м^3,\ \nu = 0{,}367\ сст.$$

Ответ. $Q = 0{,}635$ *л/сек.*

Задача 9-20. В котельной установке с естественной тягой при расходе дымовых газов $G = 18\,000$ *кГ/ч* вакуум у основания дымовой трубы (обусловленный сопротивлением газового тракта) должен равняться $p_в = 20$ *мм* водяного столба.

К задаче 9-20.

Определить, какую высоту H должна иметь труба, создающая такой вакуум, если ее диаметр $d = 1$ *м*.

Средний удельный вес дымовых газов $\gamma_1 = 0{,}6$ *кГ/м³* и окружающего атмосферного воздуха $\gamma_2 = 1{,}2$ *кГ/м³*. Коэффициент сопротивления трения в трубе принять $\lambda = 0{,}03$.

Указание. Из уравнения Бернулли для движения дымовых газов в трубе

$$\frac{p_1}{\gamma_1} = \frac{p_2}{\gamma_1} + H + \lambda \frac{H}{d} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

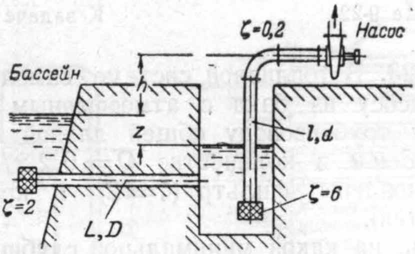
где p_1 и p_2 — значения абсолютного давления дымовых газов у основания трубы и в ее выходном сечении.

Обозначив $p_{ат}$ атмосферное давление на уровне основания трубы, получим:

$$p_1 = p_{ат} - p_в \text{ и } p_2 = p_{ат} - \gamma_2 H.$$

Ответ. $H = 40$ *м.*

Задача 9-21. Центробежный насос осуществляет водозабор из бассейна по самотечной трубе через промежуточный колодец. Размеры самотечной трубы $L = 20$ *м*, $D = 150$ *мм* и всасывающей линии насоса $l = 12$ *м*, $d = 150$ *мм*.



К задаче 9-21.

Определить наибольшую производительность насоса, допускаемую по условиям всасывания, если вакуум при входе в насос не должен превосходить 6 *м вод. ст.*

Коэффициент сопротивления трения в трубах принять $\lambda = 0{,}03$ (значения коэффициентов местных потерь указаны на схеме). Насос расположен выше уровня в бассейне на $h = 2$ *м.*

Какова будет при этой производительности разность уровней z в бассейне и колодце?

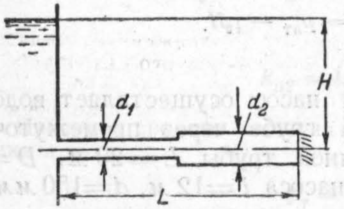
Ответ. $Q = 38{,}5$ *л/сек*; $z = 1{,}7$ *м.*

Задача 9-22. Для подачи воды в количестве $Q = 2{,}1$ *м³/мин* на расстояние $L = 400$ *м* под напором $H = 9$ *м* можно использовать наличные чугунные трубы диаметром $d_1 = 150$ *мм* и $d_2 = 200$ *мм.*

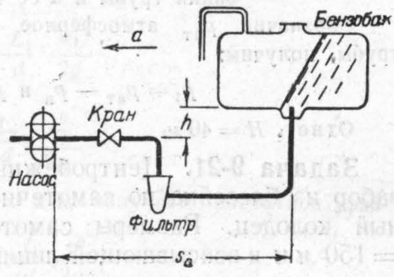
Определить необходимые длины участков трубопровода, используя для подсчета потерь формулу (9-20) и принимая шероховатость труб $\Delta = 1{,}2$ *мм*.

Какой напор потребуется при заданном Q, если выполнить весь трубопровод диаметром $d_1 = 150$ *мм*?

Ответ. $L_1 = 150$ и $L_2 = 250$ *м*; $H = 17{,}5$ *м*.



К задаче 9-22.



К задаче 9-23.

Задача 9-23. В топливной системе самолета бензин поступает к насосу из бака с атмосферным давлением по всасывающему трубопроводу общей длиной $l = 3$ *м* и диаметром $d = 15$ *мм* в количестве $Q = 0{,}2$ *л/сек*. В трубопроводе установлены фильтр ($\zeta = 2$) и кран ($\zeta = 0$ при полном открытии).

Определить, на какой минимальной глубине h под баком нужно расположить вход в насос, чтобы при полете на высоте 5 *км* (где атмосферное давление $p_{ат} = 400$ *мм рт. ст.*) с ускорением $a = 12$ *м/сек*^{2} по горизонтали давление на входе в насос было не меньше 350 *мм рт. ст.*

Расстояние по горизонтали от входа в трубопровод до насоса $s_a = 2$ *м*. Трубопровод рассматривать как гидравлически гладкий, потерь на поворотах не учитывать. Относительный вес бензина $\delta = 0{,}72$, его вязкость $\nu = 0{,}007$ *см*^{2}*/сек*.

Указание. Воспользоваться уравнением Бернулли для относительного движения жидкости в трубопроводе при поступательном перемещении последнего с ускорением a:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} + \frac{a}{g} s_a + h_п,$$

где s_a — проекция относительной траектории между выбранными сечениями на направление ускорения.

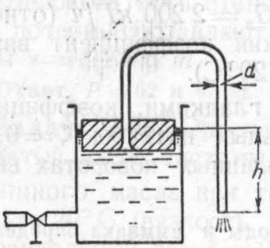
Ответ. $h = 2$ *м*.

Задача 9-24. Прибор для дозировки небольших количеств жидкости состоит из цилиндра, в котором находится поплавок, снабженный сифонной трубкой.

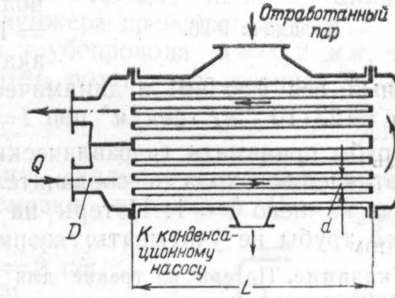
Определить расходы воды ($\nu = 0{,}01$ *ст*) и химической жидкости ($\nu = 0{,}1$ *ст*), если диаметр и длина трубки $d = 5$ *мм*, $l = 600$ *мм*; выходное сечение трубки расположено ниже свободной поверхности на $h = 250$ *мм*. Учитывать только потери на трение.

Указание. Для определения режима движения жидкости в трубке воспользоваться выражением критического напора (9-23), сравнив с ним величину располагаемого напора h. При турбулентном режиме коэффициент сопротивления трения определять по формуле (9-16).

Ответ. $Q = 20{,}5$ и $6{,}3$ *см³/сек*.



К задаче 9-24.



К задаче 9-25.

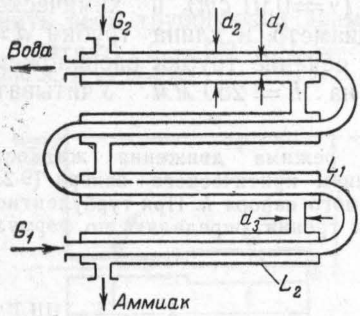
Задача 9-25. В поверхностном конденсаторе паровой машины охлаждающая вода проходит по двум последовательным секциям (ходам), каждая из которых содержит 250 параллельных латунных трубок длиной $L = 5$ *м* и диаметром $d = 16$ *мм*. Диаметр входного и выходного патрубков для воды $D = 250$ *мм*.

Определить потерю напора в конденсаторе при расходе воды $Q = 360$ *м³/ч*.

Учитывать потери трения в трубках и местные потери (вход в трубки $\zeta = 0{,}5$, выход из трубок $\zeta = 1$). Кинематический коэффициент вязкости воды $\nu = 0{,}9$ *сст*.

Ответ. $h_п = 3{,}85$ *м*.

Задача 9-26. Противоточный переохладитель для аммиака выполнен в виде четырех последовательных секций, каждая из которых образована двумя концентрическими трубами. По внутренней трубе (диаметр которой $d_1=30$ *мм* и толщина стенки 2,5 *мм*) течет вода, по межтрубному пространству — жидкий аммиак (диаметр внешней трубы $d_2=50$ *мм*). Общая длина внутренней трубы $L_1=22$ *м*, длина каждой секции $L_2=4$ *м*, диаметр соединительных патрубков между секциями $d_3=35$ *мм*.



К задаче 9-26.

Определить потери напора в переохладителе для воды и аммиака, если расход воды $G_1=4\,000$ *кГ/ч* ($\nu=1{,}2\cdot10^{-6}$ *м²/сек*) и аммиака $G_2=2\,200$ *кГ/ч* (относительный вес $\delta=0{,}61$ и динамический коэффициент вязкости $\mu=23\cdot10^{-6}$ *кГ·сек/м²* при $t=20^\circ$ С).

Трубы принимать гидравлически гладкими, коэффициент сопротивления входа в соединительный патрубок $\zeta=0{,}5$ и выхода из него $\zeta=1$. Потерь на плавных поворотах внутренней трубы не учитывать.

Указание. Потери на трение для воды и аммиака определять по формуле

$$h_{\text{п.т}}=\lambda\frac{l}{D}\cdot\frac{v^2}{2g},$$

принимая для гидравлически гладких труб

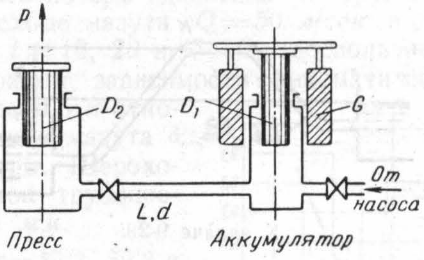
$$\lambda=\frac{0{,}316}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}}},$$

где $\mathrm{Re}=\frac{vD}{\nu}$ (D — гидравлический диаметр, равный $D=\frac{4F}{\chi}$, где F — площадь и χ — периметр сечения).

Ответ. Вода $h_{\text{п}1}=2{,}1$ *м*, аммиак $h_{\text{п}2}=1{,}5$ *м*.

Задача 9-27. Вода подается в цилиндр пресса гидравлическим грузовым аккумулятором по стальному трубопроводу длиной $L=180$ *м* и диаметром $d=50$ *мм*. Вес подвижных частей аккумулятора $G=40$ *т*, диаметр его плунжера $D_1=220$ *мм* и к. п. д. рабочего хода $\eta_1=0{,}95$.

Определить усилие P, развиваемое прессом при скоростях его плунжера $v = 0{,}1$ и $0{,}2$ *м/сек*.



К задаче 9-27.

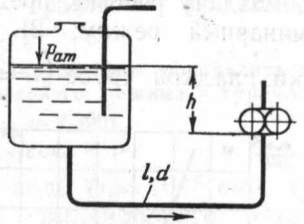
Диаметр плунжера $D_2 = 300$ *мм*, к. п. д. цилиндра пресса $\eta_2 = 0{,}95$ (весом плунжера пренебрегать).

Шероховатость стенок трубопровода $\Delta = 0{,}2$ *мм*, местные потери составляют 10% потерь на трение. Вязкость воды $\nu = 1{,}25$ *сст*.

Ответ. $P = 62$ и 47 *т*.

Задача 9-28. Определить давление на входе в шестеренчатый насос системы смазки, подающий $Q = 60$ *л/мин* машинного масла при температуре $t = 20°$ С (вязкость $\nu = 2$ *ст*, относительный вес $\delta = 0{,}9$).

Длина и диаметр стального всасывающего трубопровода $l = 5$ *м* и $d = 35$ *мм*, его шероховатость $\Delta = 0{,}1$ *мм*.



К задаче 9-28.

Входное сечение насоса расположено ниже свободной поверхности в маслобаке на $h = 1$ *м*. Как изменится давление перед насосом, если масло нагреется до температуры $t = 80°$ С ($\nu = 0{,}1$ *ст*, $\delta = 0{,}85$)?

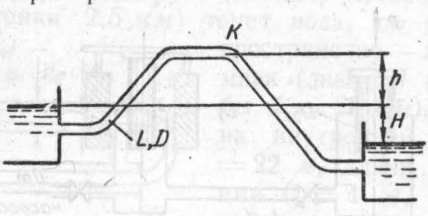
Местные сопротивления в трубопроводе принимать равными 10% потерь на трение.

Ответ. $p = 0{,}185$ *атв* и $0{,}05$ *ати*.

Задача 9-29. По самотечному сифонному трубопроводу длиной $L = 44$ *м* необходимо обеспечить расход нефти

($\delta = 0{,}9$, $\nu = 1$ *см²/сек*) $Q = 1$ *л/сек* при напоре $H = 2$ *м*.

1) Найти требуемый диаметр D трубопровода, учитывая только потери трения.



К задаче 9-29.

2) Определить допустимое превышение h сечения K над уровнем в верхнем резервуаре, если это сечение находится на середине длины трубопровода, а вакуум не должен превышать $p_в = 0{,}54$ *ат*.

Ответ. $D = 55$ *мм*, $h = 5$ *м*.

Задача 9-30. По трубопроводу постоянного диаметра подается заданный расход жидкости. Определить, на сколько процентов необходимо увеличить диаметр трубопровода, чтобы уменьшить в нем потерю напора на трение в 2 раза.

Задачу решить, предполагая, что имеют место: 1) ламинарный режим; 2) турбулентный режим в гидравлически гладкой трубе $\left(\lambda = \frac{0{,}316}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}}}\right)$; 3) турбулентный режим в гидравлически шероховатой трубе

$$\left(\lambda = 0{,}11\sqrt[4]{\frac{\Delta}{d}}\right).$$

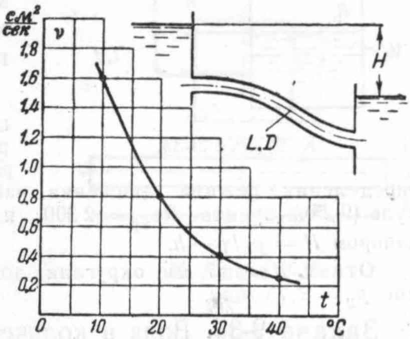
Ответ. Диаметр необходимо увеличить на 19, 16 и 14%.

К задаче 9-31.

Задача 9-31. Температура мазута, перекачиваемого по горизонтальному трубопроводу диаметром $D = 150$ *мм* и длиной $L = 5$ *км*, меняется в связи с климатическими условиями от $t = 10°$ С до $t = 30°$ С.

Определить потерю давления в трубопроводе при постоянном расходе мазута $Q = 50$ *л/сек* и трех значениях температуры $t = 10$, 20 и 30° С, воспользовавшись приведенным графиком зависимости кинематического коэффициента вязкости ν и относительного веса мазута δ от температуры. Шероховатость стенок трубопровода $\Delta = 0{,}1$ *мм*.

Ответ. $\Delta p = 55{,}2$; 50,2 и 40 *ат*.



К задаче 9-32.

Задача 9-32. Выяснить влияние подогрева нефти на пропускную способность самотечного стального трубопровода длиной $L = 10$ *км* и диаметром $D = 200$ *мм* (шероховатость $\Delta = 0{,}2$ *мм*), работающего под постоянным напором $H = 45$ *м*, определив расход нефти при четырех значениях ее температуры $t = 10$, 20, 30 и 40° С.

Воспользоваться приведенным графиком зависимости вязкости нефти ν от температуры.

Указание. По формуле (9-23) предварительно определить значение $\nu_{кр}$, отвечающее переходу ламинарного режима в турбулентный при заданном напоре H (приняв $\mathrm{Re}_{кр} = 2\,300$).

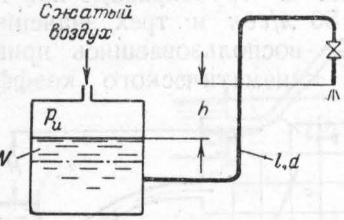
Ответ. $Q = 10{,}8$; 21,6; 20,3 и 21,8 *л/сек*.

Задача 9-33. Сравнить расход воды ($\nu = 10^{-2}$ *ст*), турбинного масла ($\nu = 1$ *ст*) и цилиндрового масла ($\nu = 10$ *ст*) при температуре $t = 20°$ С по стальному трубопроводу длиной $L = 200$ *м* и диаметром $D = 100$ *мм* (шероховатость $\Delta = 0{,}1$ *мм*) при одинаковом напоре $H = 10$ *м*.

Ответ. $Q = 17{,}2$; 12 и 1,2 *л/сек*.

Задача 9-34. Купоросное масло при $t = 25°$ С ($\mu = 20$ *спз*, $\delta = 1{,}84$) выжимается из бака в атмосферу давлением воздуха $p_и = 3$ *ати* по трубе длиной $l = 40$ *м*, поднимаясь на $h = 8$ *м*.

Определить диаметр трубопровода, при котором объем масла $W = 3{,}0\ м^3$ будет выжиматься из бака за $t = 5\ мин$, если шероховатость трубы $\Delta = 0{,}05\ мм$ и местные потери составляют 25% потерь на трение (изменением h в процессе выжимания масла пренебречь).



К задаче 9-34.

Указание. Задачу решить графически, построив зависимость потребного напора H от диаметра d при заданном расходе. Для определения режима движения найти критический напор по формуле (9-25), приняв $Re_{кр} = 2\,300$, и сравнить его с располагаемым напором $H = p_и/\gamma - h$.

Ответ. $d = 67\ мм$; округляя до $d = 70\ мм$, получим необходимое $p_и = 2{,}75\ ати$.

Задача 9-35. Вода в количестве $Q = 12\ л/сек$ перекачивается по стальному трубопроводу диаметром $d = 125\ мм$, длиной $L = 1\,000\ м$.

Определить потери напора при возрастающих значениях шероховатости в процессе старения трубы $\Delta = 0{,}1$; 0,2 и 1,2 $мм$. Вязкость воды $\nu = 10^{-6}\ м^2/сек$.

Значения λ определить по графику приложения 4.

Ответ. $h_п = 7{,}9$; 8,8 и 14,8 $м$.

Задача 9-36. Сравнить потери напора на трение в круглой и квадратной трубах равной длины и равного сечения при одинаковом расходе данной жидкости, предполагая, что в трубах имеют место: 1) ламинарный режим; 2) турбулентный режим (квадратичная область сопротивления), причем шероховатость труб одинакова.

Указание. Потери на трение подсчитываются по общей формуле

$$h_{п.т} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g},$$

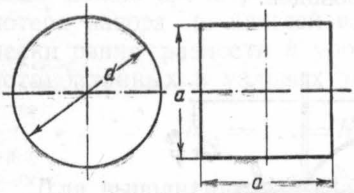
где $D = \frac{4F}{\chi}$ — гидравлический диаметр (F — площадь и χ — периметр сечения).

При ламинарном режиме коэффициент сопротивления трения для круглой трубы $\lambda = \frac{64}{Re}$ и для квадратной $\lambda = \frac{56{,}9}{Re}$, где $Re = \frac{vD}{\nu}$ — число Рейнольдса, определяемое по гидравлическому диаметру.

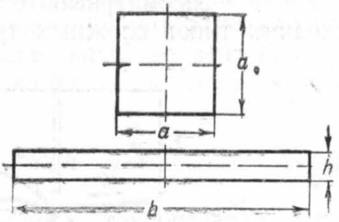
При турбулентном режиме в квадратичной области для обеих труб принять:

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta}{D}\right)^{0,25}.$$

Ответ. Отношение потерь напора в квадратной и круглой трубах равно при ламинарном режиме 1,13 и при турбулентном 1,16.



К задаче 9-36.



К задаче 9-37.

Задача 9-37. Во сколько увеличится потеря напора на трение в трубе с данным расходом, если квадратное сечение трубы заменить прямоугольным сечением той же площади с отношением сторон $h/b = 0,1$?

Задачу решить для ламинарного режима и турбулентного режима в квадратичной области.

Указание. См. задачу 9-36; для прямоугольной трубы с $h/b = 0,1$ при ламинарном режиме $\lambda = \frac{84,5}{\mathrm{Re}}$.

Ответ. Потеря напора увеличится при ламинарном режиме в 4,5 раза, при турбулентном — в 2 раза.

Глава десятая

РАСЧЕТ СЛОЖНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ

ВВЕДЕНИЕ

Сложными называются трубопроводы, имеющие ответвления. Точки смыкания ветвей называются узловыми точками.

В зависимости от характера ответвлений сложные трубопроводы делятся на трубопроводы с параллельными ветвями, трубопроводы с концевой раздачей, трубопроводы с непрерывной раздачей и другие.

Расчет сложного трубопровода сводится к решению системы уравнений, выражающих соотношения между расходами, напорами и размерами труб системы.

Конкретный вид расчетных уравнений и порядок расчета определяются типом сложного трубопровода и поставленной задачей.

Ниже рассматриваются методы расчета некоторых основных типов сложных трубопроводов.

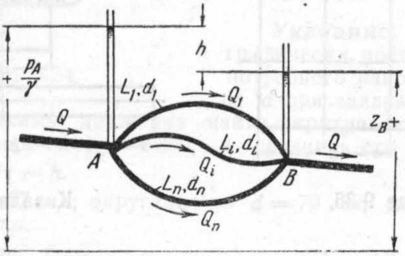


Рис. 10-1.

I. Трубопроводы с параллельными ветвями. Параллельными ветвями называются участки трубопровода, соединяющие две узловые точки (рис. 10-1).

При расчете сложного трубопровода с параллельными ветвями пользуются следующими соотношениями:

а) Сумма расходов в параллельных ветвях равна расходу в подводящей и расходу в отводящей трубах, примыкающих к узловой точке:

$$Q = Q_1 + \ldots + Q_i + \ldots + Q_n, \qquad (10\text{-}1)$$

где Q_i — расход в ветви;

Q — расход в подводящей и отводящей трубах.

б) Потери напора в параллельных ветвях одинаковы:

$$h_{п1} = \ldots = h_{пi} = \ldots = h_{пn}, \qquad (10\text{-}2)$$

где

$$h_{пi} = \lambda_i \frac{L_i}{d_i} \frac{v_i^2}{2g} = 0{,}0827 \lambda_i \frac{L_i}{d_i^5} Q_i^2 \,*; \qquad (10\text{-}3)$$

* Числовой коэффициент 0,0827 в формуле (10-3) равен $\frac{16}{\pi^2 \cdot 2g}$, где g выражено в *м/сек²*.

L_i — приведенная длина ветви (в приведенную длину включаются эквивалентные длины местных сопротивлений, см. гл. 9);

d_i — диаметр ветви;

λ_i — коэффициент сопротивления трения ветви.

Для длинных трубопроводов, когда скоростными напорами можно пренебречь по сравнению с потерями напора, потеря напора в каждой из параллельных ветвей практически равна разности h уровней жидкости в пьезометрах, установленных в узловых точках:

$$h_{\text{п}1} = \ldots = h_{\text{п}i} = \ldots = h_{\text{п}n} = h. \tag{10-4}$$

Для выполнения расчета сложного трубопровода с параллельными ветвями перечисленные ранее соотношения 10-1 и 10-4 дополняются уравнением баланса напоров во всем трубопроводе; для длинного трубопровода это уравнение имеет вид:

$$H = \Sigma h_{\text{п}}, \tag{10-5}$$

где H — располагаемый или потребный напор сложного трубопровода;

$\Sigma h_{\text{п}}$ — сумма потерь напора во всех последовательно работающих участках трубопровода.

Для трубопровода, изображенного на рис. 10-2, расчетная система уравнений будет:

$$\left.\begin{aligned} &Q = Q_1 + Q_2;\\ &0{,}0827\lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2 = 0{,}0827\lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2;\\ &H = 0{,}0827\lambda_{\text{подв}} \frac{L_{\text{подв}}}{d_{\text{подв}}^5} Q_{\text{подв}}^2 + 0{,}0827\lambda_i \frac{L_i}{d_i^5} Q_i^2 +\\ &\qquad + 0{,}0827\lambda_{\text{отв}} \frac{L_{\text{отв}}}{d_{\text{отв}}^5} Q_{\text{отв}}^2. \end{aligned}\right\} \tag{10-6}$$

Индекс i относится либо к первой, либо ко второй ветви.

Решение системы уравнений типа (10-6) может быть осуществлено аналитически или графически.

Аналитическое решение этой системы (относительно напора H при заданном расходе Q_i в одной из ветвей или относительно расходов Q_i и Q при заданном напоре H) приходится производить методом последовательных приближений, так как не имея данных относительно расходов в некоторых или во всех трубах системы, нельзя точно определить величины коэффициента λ сопротивления трения для потоков в этих трубах.

Для решения уравнений в первом приближении значения λ принимают, полагая наличие в трубах квадратичного режима течения (см. гл. 9). Решив уравнения в соответст-

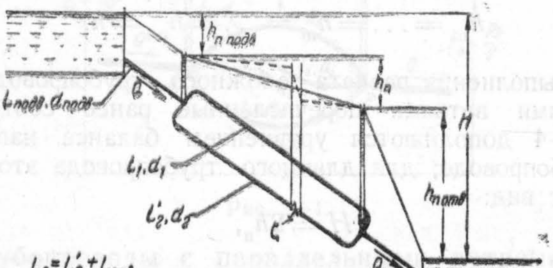


Рис. 10-2.

вии с выбранными λ и определив расходы, выполняют решение во втором приближении, пользуясь более точными значениями λ, вычисленными по расходам, полученным в первом решении. Приближения повторяют до хорошего совпадения получаемых результатов. Обычно уже второе приближение оказывается достаточно точным.

Аналитический расчет сложного трубопровода с параллельными ветвями может быть проведен также путем замены пучка параллельных ветвей одной эквивалентной трубой, т. е. такой, которая пропускает весь расход, проходящий через пучок, при потере, равной потере в любой из труб этого пучка. Размеры эквивалентной трубы связаны с размерами параллельно работающих ветвей соотношением

$$\sqrt{\frac{d_э^5}{\lambda_э L_э}} = \sum_1^n \sqrt{\frac{d_i^5}{\lambda_i L_i}}. \qquad (10\text{-}7)$$

При расчете таким способом сложного трубопровода с параллельными ветвями эквивалентный трубопровод входит как один из последовательно работающих участков в уравнение (10-5) баланса напоров.

Для трубопровода, изображенного на рис. 10-2, уравнение баланса напоров в этом случае имеет вид:

$$H = 0{,}0827\lambda_{\text{подв}} \frac{L_{\text{подв}}}{d_{\text{подв}}^5} Q^2 + 0{,}0827\lambda_{э} \frac{L_{э}}{d_{э}^5} Q^2 + + 0{,}0827\lambda_{\text{отв}} \frac{L_{\text{отв}}}{d_{\text{отв}}^5} Q^2.$$

Графический метод расчета состоит в графическом решении системы расчетных уравнений типа 10-6. Для выполнения такого решения прежде всего строятся характеристики всех труб системы, для длинных труб — согласно уравнениям 10-3.

При турбулентном течении в трубопроводе его характеристика является практически квадратичной параболой; при ламинарном течении — практически прямой (см. гл. 9).

Характеристики параллельно работающих ветвей затем складываются согласно уравнениям (10-1) и (10-4), т. е. путем сложения абсцисс кривых (расходов) при одинаковых ординатах (напорах). Полученная в результате сложения характеристика представляет собой характеристику резветвленного участка и может рассматриваться как характеристика эквивалентной трубы, заменяющей данные параллельные ветви.

На рис. 10-3 построена характеристика разветвленного участка трубопровода, изображенного на рис. 10-2.

Характеристика разветвленного участка суммируется затем с характеристиками подводящей и отводящей труб согласно уравнению (10-5), т. е. путем сложения ординат (напоров) при одинаковых абсциссах (расходах). Полученная таким способом характеристика является характеристикой сложного трубопровода.

На рис. 10-4 построена характеристика сложного трубопровода, изображенного на рис. 10-2.

Полная схема графического расчета сложного трубопровода с параллельными ветвями показана на рис. 10-5.

Построенные характеристики позволяют по заданному расходу в одной из ветвей определить потребный напор

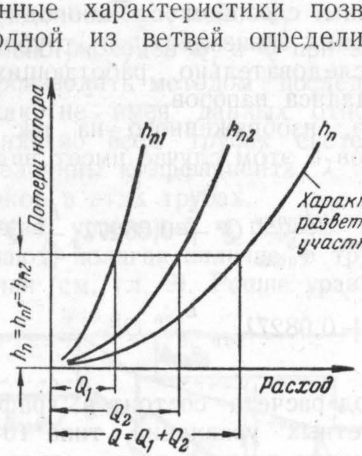


Рис. 10-3.

сложного трубопровода или по заданному располагаемому напору определить расходы во всех трубах.

Для решения первого вопроса нужно известный расход, например Q_1, отложить на оси абсцисс и через полученную точку A провести вертикаль до пересечения с характеристикой первой ветви. Ордината полученной при этом

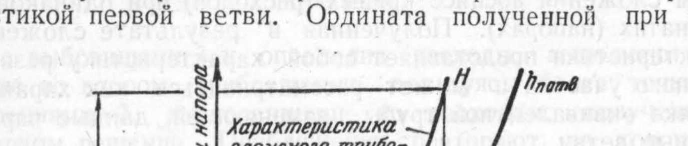


Рис. 10-4.

точки B_1 выражает величину потери напора в параллельных ветвях:

$$h_{п1} = h_{п2} = h_{п}.$$

Если через точку B_1 провести горизонталь до пересечения с характеристикой разветвленного участка, то получим точку C, абсцисса которой выражает величину суммарного расхода $Q = Q_1 + Q_2$ в системе. Проведя через

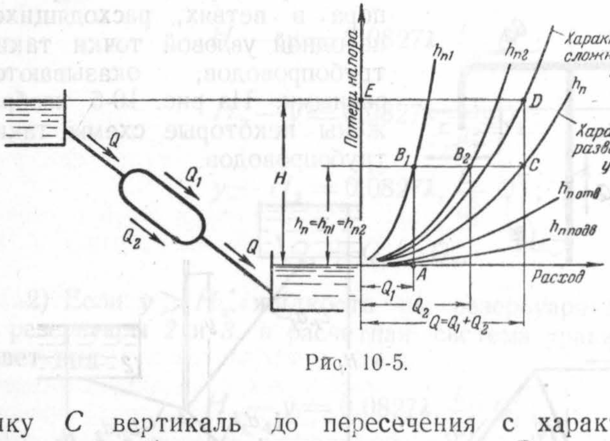


Рис. 10-5.

точку C вертикаль до пересечения с характеристикой сложного трубопровода, получим точку D, ордината которой выражает искомый напор H.

Для решения второго вопроса нужно на оси ординат отложить известный напор H и через полученную точку E провести горизонталь до пересечения с суммарной характеристикой системы. Абсцисса полученной при этом точки D выражает собой величину суммарного расхода в системе:

$$Q = Q_1 + Q_2.$$

Если через точку D провести вертикаль до пересечения с характеристикой разветвленного участка, то ордината полученной при этом точки C выражает собой величину потери напора в каждой из параллельных ветвей. Если через точку C провести горизонталь до пересечения с характеристиками ветвей, то получим точки B_2 и B_1, абсциссы которых выражают величины расходов в ветвях.

Если характеристики построены с учетом изменения λ в зависимости от режимов течения жидкости в трубопроводах и шероховатости стенок трубопроводов, то отпадает необходимость в последовательных приближениях, что является преимуществом графического метода.

Соотношения (10-1) и (10-2) могут быть использованы не только для расчета сложных трубопроводов с параллельными ветвями, но и для расчета сложных трубопроводов с концевой раздачей в тех случаях, когда потери напора в ветвях, расходящихся из одной узловой точки таких трубопроводов, оказываются равными. На рис. 10-6 изображены некоторые схемы таких трубопроводов.

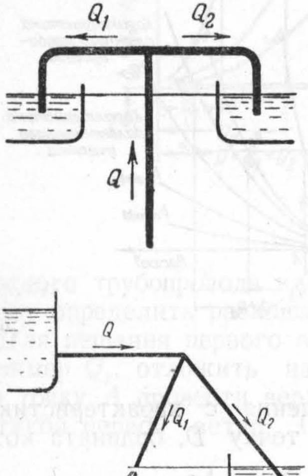


Рис. 10-6.

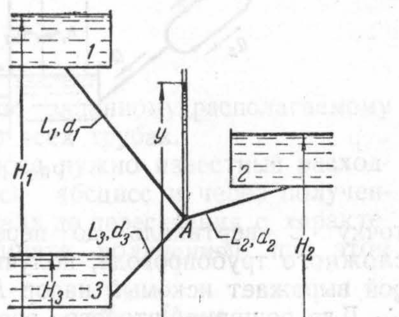


Рис. 10-7.

11. Трубопроводы с концевой раздачей. Простейшей схемой разветвленного трубопровода с концевой раздачей является трубопровод, соединяющий три резервуара и имеющий одну узловую точку (рис. 10-7).

При известных размерах ветвей (L_1, d_1; L_2, d_2, L_3, d_3, где L_1, L_2, L_3 — приведенные длины) и известных напорах в резервуарах (H_1, H_2, H_3) задача расчета такого трубопровода сводится к определению расходов в ветвях (задача о трех резервуарах).

Для отыскания расходов решается система уравнений, состоящая из уравнения баланса расходов в узловой точке и уравнений баланса напоров для каждой из труб.

В зависимости от величины статического напора (y) в узловой точке возможны три случая распределения расходов в ветвях трубопровода.

1) Если напор y в узловой точке меньше напора H_2 в резервуаре *2* ($y < H_2$), жидкость из резервуаров *1* и *2* перетекает в резервуар *3* и система уравнений для решения задачи имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} H_1 - y &= 0{,}0827\lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2; \\ H_2 - y &= 0{,}0827\lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2; \\ y - H_3 &= 0{,}0827\lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q_3^2; \\ Q_1 + Q_2 &= Q_3. \end{aligned}\right\} \qquad (10\text{-}8)$$

2) Если $y > H_2$, жидкость из резервуара *1* перетекает в резервуары *2* и *3*, и расчетная система уравнений принимает вид:

$$\left.\begin{aligned} H_1 - y &= 0{,}0827\lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2; \\ y - H_2 &= 0{,}0827\lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2; \\ y - H_3 &= 0{,}0827\lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q_3^2; \\ Q_1 &= Q_2 + Q_3. \end{aligned}\right\} \qquad (10\text{-}9)$$

3) Если $y = H_2$, расход $Q_2 = 0$, $Q_1 = Q_3 = Q$ и жидкость перетекает из резервуара *1* в резервуар *3*. В этом случае неизвестный расход Q определяется из следующих независимых уравнений:

$$\begin{aligned} H_1 - H_2 &= 0{,}0827\lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q^2; \\ H_2 - H_3 &= 0{,}0827\lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q^2. \end{aligned} \qquad (10\text{-}10)$$

Чтобы для расчета воспользоваться одной из указанных трех систем уравнений, необходимо знать направление потока в трубе *2*, Для решения этого вопроса нужно определить напор y' в узловой точке при выключенной трубе *2*:

$$y' = H_1 - \frac{H_1 - H_3}{\left(\frac{\lambda_3}{\lambda_1} \cdot \frac{L_3}{L_1} \cdot \frac{d_1^5}{d_3^5} + 1\right)}.$$

Если это уравнение дает значение $y' < H_2$, то работа трубопровода при включенной ветви *2* соответствует рассмотренному выше случаю *1* и расчет системы следует производить согласно уравнениям (10-8)

Если $y' > H_2$, то при включенной ветви *2* трубопроводы работают по схеме *2* и расчет производится согласно уравнениям (10-9).

Если $y' = H_2$, то расход в ветви *2* равен нулю и расчет трубопровода производится соответственно случаю *3* по уравнениям (10-10).

Поставленная задача может быть решена и графически.

Идея графического решения заключается в определении статического напора y в узловой точке, при котором удовлетворяется условие баланса расходов в этой точке.

При этом сначала, для определения напора y' в узловой точке при выключенной трубе *2* строятся кривые $y = f(Q)$ для ветвей *1* и *3* согласно уравнениям

$$y = H_1 - 0{,}0827\lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2;$$

$$y = H_3 + 0{,}0827\lambda_3 \frac{L_3}{d_3^5} Q_3^2.$$

Ордината точки A пересечения кривых дает величину напора y' (рис. 10-8).

Если получается, что $y' = H_2$, то абсцисса точки A дает величину действительного расхода в ветвях *1* и *3* ($Q_1 = Q_2$). Расход Q_2 при этом равен нулю.

Если $y' < H_2$, то имеет место распределение потоков в ветвях, соответствующее случаю *1*. Для определения расходов в этом случае следует построить кривую $y = f(Q)$

для ветви *2* согласно второму уравнению системы (10-8), а затем сложить кривые, построенные для ветвей *1* и *2* согласно последнему уравнению той же системы (рис. 10-9).

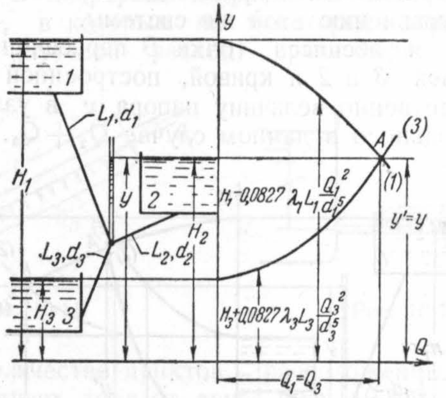


Рис. 10-8.

Ордината и абсцисса точки *B* пересечения суммарной кривой ветвей *1* и *2* с кривой ветви *3* дают соответственно величину действительного напора *y* в узловой точке и расхода Q_3, равного в этом случае Q_1+Q_2.

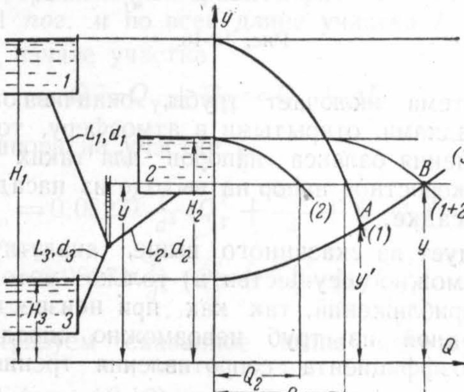


Рис. 10-9.

Если $y' > H_2$ (рис. 10-10), то имеет место распределение потоков в ветвях, соответствующее случаю *2*. Для определения расходов в этом случае следует построить кривую $y = f(Q)$ для ветви *2* согласно второму уравнению системы (10-9) и сложить кривые для ветвей *3* и *2* согласно последнему уравнению этой же системы.

Ордината и абсцисса точки *B* пересечения суммарной кривой ветвей *3* и *2* и кривой, построенной для ветви *1*, дают соответственно величину напора y в узловой точке и расхода Q_1 равного в данном случае $Q_2 + Q_3$.

Рис. 10-10.

Если система включает трубы, оканчивающиеся сходящимися насадками, открытыми в атмосферу, то при составлении уравнения баланса напоров для таких труб следует учитывать скоростной напор на выходе из насадка и потерю напора в насадке.

Как следует из сказанного выше, аналитическое решение задачи можно осуществить только методом последовательных приближений, так как при неизвестном расходе хотя бы в одной из труб невозможно определить точное значение коэффициента сопротивления трения для потока в ней.

При графическом решении отпадает необходимость в последовательных приближениях, так как характеристики можно строить с учетом изменения λ в зависимости от режимов движения жидкости в трубах и шероховатости труб.

III. Трубопроводы с непрерывной раздачей. Трубопроводами с непрерывной раздачей называются такие трубопроводы, в которых на некоторой длине L часть подачи $Q_П$ (путевой расход) равномерно расходуется

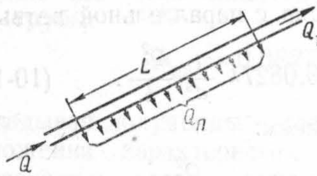


Рис. 10-11.

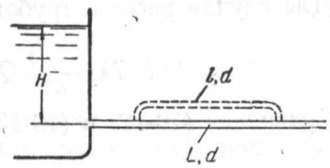


Рис. 10-12.

в большом количестве пунктов, расположенных на одинаковых расстояниях друг от друга (рис. 10-11).

Нерозданная часть расхода $Q_Т$ (транзитный расход) следует транзитом через участок L в последующие участки трубопровода.

Расчет трубопроводов с непрерывной раздачей производится в предположении, что забор жидкости осуществляется непрерывно и равномерно с интенсивностью q *л/сек* на 1 *пог. м* по всей длине участка L.

Расход в начале участка

$$Q = Q_Т + Q_П = Q_Т + qL.$$

Потеря напора на участке L

$$h_п = 0{,}0827\lambda \frac{L}{d^5}\left(Q_Т^2 + \frac{Q_П^2}{3} + Q_П Q_Т\right) =$$

$$= 0{,}0827\lambda \frac{L}{d^5}\left(Q_Т^2 + \frac{q^2L^2}{3} + qLQ_Т\right). \qquad (10\text{-}11)$$

Проиллюстрируем сказанное выше некоторыми примерами.

Пример 1 (рис. 10-12). Для увеличения при заданном напоре H пропускной способности трубопровода к нему присоединяют параллельную ветвь.

Определить, во сколько раз изменится расход в трубопроводе длиной L, диаметром d, если к нему присоединена параллельная ветвь того же диаметра, длиной l.

Считая трубопроводы длинными и предполагая наличие в них турбулентных потоков, имеем для случая работы одного трубопровода

$$H = 0{,}0827\lambda_1 \frac{L}{d^5} Q_1^2. \qquad (10\text{-}12)$$

Для случая работы трубопровода с параллельной ветвью.

$$H = 0{,}0827\lambda_2 \frac{L-l}{d^5} Q_2^2 + 0{,}0827\lambda \frac{l}{d^5} \frac{Q_2^2}{4}. \qquad (10\text{-}13)$$

Сравнивая (10-12) в (10-13), имеем:

$$\lambda_1 L Q_1^2 = \lambda_2 (L-l) Q_2^2 + \lambda l \frac{Q_2^2}{4},$$

откуда

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{\frac{\lambda_1 L}{\lambda_2 (L-l) + \frac{1}{4}\lambda l}}.$$

Из-за невозможности при неизвестных расходах вычислить точные значения λ задача решается приближенно.

Принимая величины λ для труб одинаковыми, получим:

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \sqrt{\frac{L}{L-3/4l}}.$$

В частном случае при $L = l$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = 2.$$

Пример 2 (рис. 10-13). Найти как распределится расход Q жидкости между двумя параллельными трубами диаметрами d_1 и d_2, длинами (приведенными) L_1 и L_2 при абсолютной шероховатости труб Δ_1 и Δ_2.

Поскольку искомыми величинами в задаче являются расходы, целесообразно избрать графический метод решения.

Построим характеристику первой трубы согласно уравнению

$$h_{п1} = 0{,}0827\lambda_1 \frac{L_1}{d_1^5} Q_1^2,$$

задавая ряд значений Q_1 и вычисляя $h_{п1}$; соответствующие величины λ_1 определяются по заданной относительной шероховатости $\frac{\Delta_1}{d_1}$ и величинам критерия Рейнольдса (см. гл. 9):

$$\mathrm{Re}_1 = \frac{4Q_1}{\pi d_1 \nu}.$$

В тех же осях аналогично построим характеристику второй трубы:

$$h_{п2} = 0{,}0827\lambda_2 \frac{L_2}{d_2^5} Q_2^2.$$

Складывая полученные характеристики согласно правилам сложения характеристик параллельных труб, получим характеристику разветвленного участка.

Далее на оси расходов находим точку, соответствующую суммарному расходу Q, и проводим через нее вертикаль до пересечения с характеристикой разветвленного участка. Через полученную точку B проводим горизонталь до пересечения с характеристиками первой (точка B_1) и второй (точка B_2) труб. Абсциссы полученных точек пересечения выражают собой искомые расходы Q_1 в первой и Q_2 во второй трубах.

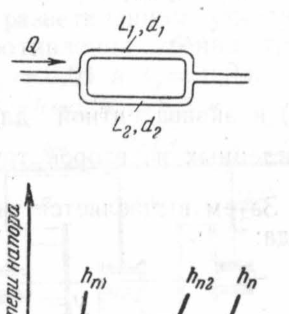


Рис. 10-13.

Пример 3 (рис. 10-14). Вода поступает из магистрали по трубам заданных размеров ($l_1 d_1$; $l_2 d_2$; $l_3 d_3$) и шероховатости (Δ_1, Δ_2, Δ_3) в два резервуара, уровни в которых расположены на отметках A и B выше уровня оси магистральной трубы.

Определить, при каком давлении p в магистрали в верхний резервуар будет поступать расход Q_2.

По заданному расходу Q_2 и шероховатости Δ_2 трубы вычисляются величины коэффициента сопротивления трения

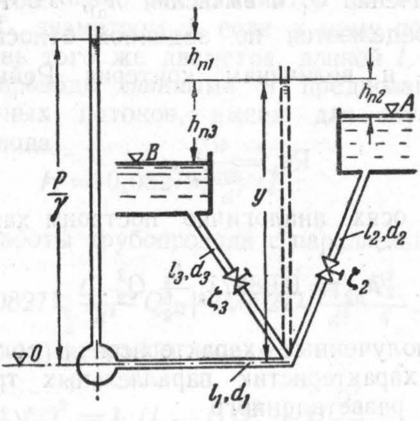


Рис. 10-14.

(λ_2) и эквивалентной длины местных сопротивлений, установленных на второй трубе $\left(l_{2э} = \frac{\zeta_2 d_2}{\lambda_2}\right)$.

Затем вычисляется напор y в узловой точке трубопровода:

$$y = A + 0{,}0827\lambda_2 L_2 \frac{Q_2^2}{d_2^5},$$

где $L_2 = l_2 + l_{2э}$ — приведенная длина второй трубы.

Расход Q_3 определяется методом последовательных приближений из уравнения:

$$y - B = 0{,}0827\lambda_3 L_3 \frac{Q_3^2}{d_3^5},$$

где $L_3 = l_3 + l_{3э}$ — приведенная длина третьей трубы

$$\left(l_{3э} = \frac{\zeta_3 d_3}{\lambda_3}\right).$$

Очевидно

$$Q_1 = Q_2 + Q_3.$$

Напор $\frac{p}{\gamma}$ в магистрали равен:

$$\frac{p}{\gamma}=y+0{,}0827\lambda_1 l_1\frac{Q_1^2}{d_1^5},$$

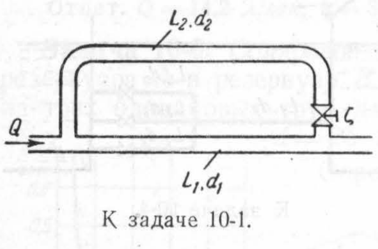
где величина λ_1 определяется по вычисленному расходу Q_1 и заданной шероховатости Δ_1.

ЗАДАЧИ

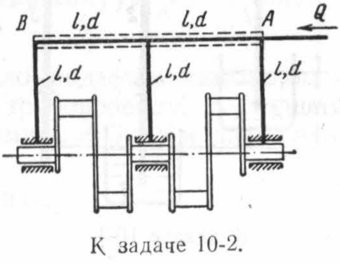
Задача 10-1. Найти как распределяется расход $Q = 25$ *л/сек* между двумя параллельными трубами, одна из которых имеет длину $L_1=30$ *м*, диаметр $d_1=50$ *мм*, а другая (с задвижкой, коэффициент сопротивления которой $\zeta=3$) имеет длину $L_2=50$ *м* и диаметр $d_2=100$ *мм*.

Какова будет потеря напора в разветвленном участке? Величины коэффициента сопротивления трения труб принять соответственно равными $\lambda_1=0{,}04$ и $\lambda_2=0{,}03$.

Ответ. $Q_1=4{,}45$ *л/сек* и $Q_2=20{,}55$ *л/сек*; $h_п=6{,}3$ *м*.



К задаче 10-1.



К задаче 10-2.

Задача 10-2. Смазочное масло ($\delta=0{,}8$, $\nu=0{,}06$ *см²/сек*) подводится к подшипникам коленчатого вала по системе трубок, состоящей из пяти одинаковых участков каждый длиной $l=500$ *мм* и диаметром $d=4$ *мм*.

Определить:

1) Сколько смазки нужно подать к узловой точке A системы, чтобы каждый подшипник получил ее не менее 8 *см³/сек*?

2) Как изменится потребное количество смазки, если участки AB заменить трубой диаметром $D=8$ *мм*?

Давление на выходе из трубок в подшипники считать одинаковым, местными потерями пренебречь.

Ответ. 1) $Q=64$ *см³/сек*. 2) $Q=26$ *см³/сек*.

Задача 10-3. Сифонный трубопровод составлен из трех труб, приведенные длины которых $L_1 = 50$ *м*, $L_2 = 100$ *м*, $L_3 = 150$ *м* и диаметры $d_1 = 75$ *мм*, $d_2 = 50$ *мм*, $d_3 = 75$ *мм*.

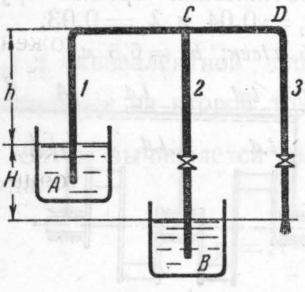
Определить напор H, необходимый для того, чтобы из резервуара A в резервуар B поступал расход воды $Q_2 = 3$ *л/сек*.

Найти при этом напоре величину наименьшего давления в трубопроводе, если $h = 2$ *м* и длина участка CD трубы *3* равна 20 *м*.

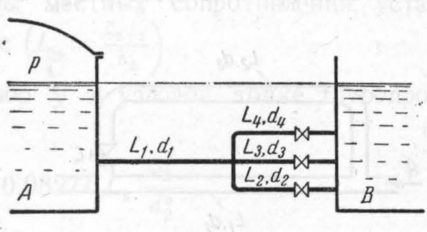
Задачу решить в предположении квадратичной области сопротивления труб, приняв $\lambda_1 = 0{,}025$, $\lambda_2 = 0{,}028$, $\lambda_3 = 0{,}025$.

Местными потерями пренебречь.

Ответ. $H = 11$ *м*; $p_{мин} = 0{,}273$ *ата*.



К задаче 10-3.



К задаче 10-4.

Задача 10-4. Резервуары A и B с постоянными и одинаковыми уровнями соединены системой труб, приведенные длины которых $L_1 = 400$ *м*, $L_2 = 180$ *м*, $L_3 = 50$ *м*, $L_4 = 400$ *м* и диаметры $d_1 = d_2 = d_3 = 100$ *мм*, $d_4 = 200$ *мм*.

Определить:

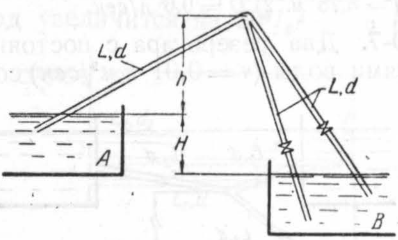
1) При каком давлении p над поверхностью воды в резервуаре A расход в трубе *4* будет равен $Q_4 = 40$ *л/сек*?

2) Каков при этом суммарный расход воды из резерву ара A в резервуар B?

Задачу решить в предположении квадратичной области сопротивления, приняв $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0{,}025$; $\lambda_4 = 0{,}02$.

Ответ. 1) $p = 37{,}5$ *ати*. 2) $Q_1 = 67{,}3$ *л/сек*.

Задача 10-5. Определить расход воды ($\nu = 0{,}01$ *см²/сек*), поступающий под напором $H = 5{,}0$ *м* из резервуара A в резервуар B по сифонному трубопроводу, состоящему из



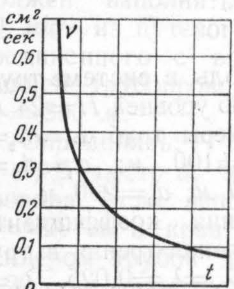
К задаче 10-5.

стальных ($\Delta = 0{,}2$ *мм*) труб диаметрами $d = 100$ *мм* и длинами $L = 100$ *м*.

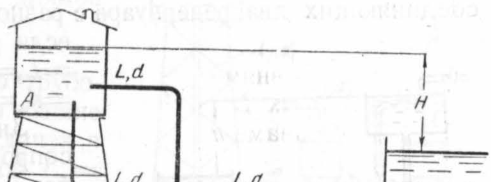
Какова максимально возможная высота h расположения точки C сифона, если предельный вакуум $V = 1$ *атв*.

Ответ. $Q = 14{,}2$ *л/сек*; $h = 6$ *м*.

Задача 10-6. Соляровое масло подается самотеком из резервуара A в резервуар B по трубопроводу, состоящему из трех одинаковых труб длинами $L = 50$ *м* и диаметрами $d = 25$ *мм*.



Определить:



К задаче 10-6.

1) Каким должен быть напор H трубопровода, чтобы при температуре масла $t = 10°$ С в резервуар B поступал расход $Q = 0{,}2$ *л/сек*?

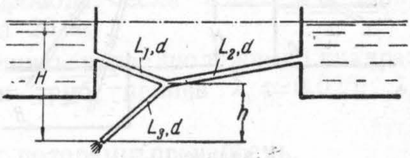
2) Как изменится расход при том же напоре, если температура масла повысится до 40° С?

Местные потери в каждой трубе составляют 20% от потерь по длине.

Зависимость кинематического коэффициента вязкости масла от температуры задана графиком.

Ответ. 1) $H = 5{,}75$ *м*. 2) $Q = 0{,}6$ *л/сек*.

Задача 10-7. Два резервуара с постоянными и одинаковыми уровнями воды ($\nu = 0{,}01$ *см²/сек*) соединены сталь-



К задаче 10-7.

ными (шероховатость $\Delta = 0{,}2$ *мм*) трубами, длины которых $L_1 = L_3 = 50$ *м*, $L_2 = 200$ *м* и диаметры $d = 100$ *мм*.

Определить:

1) При каком напоре H суммарный расход из баков равен $Q = 12$ *л/сек*?

2) Какова максимально возможная высота h расположения узла C при этом напоре? Предельный вакуум принять $V_{макс} = 1$ *атв*.

Ответ. 1) $H = 2{,}05$ *м*. 2) $h = 11{,}4$ *м*.

Задача 10-8. Определить расход воды в системе труб, соединяющих два резервуара с разностью уровней $H = 24$ *м*, если размеры труб $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = 100$ *м*; $d_1 = d_2 = d_4 = 100$ *м*; $d_3 = 200$ *м*.

Значения коэффициента сопротивления трения в трубах $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_4 = 0{,}025$, $\lambda_3 = 0{,}02$ и коэффициента сопротивления задвижки $\zeta = 30$.

Как повлияет на величину расхода закрытие задвижки?

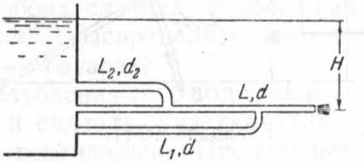
К задаче 10-8.

Ответ. $Q = 23{,}7$ *л/сек*; $Q = 19{,}6$ *л/сек*.

Задача 10-9. Вода вытекает в атмосферу из бака с постоянным уровнем H через трубу длиной $L = 150$ *м*, диаметром $d = 50$ *мм*.

Определить:

1) При какой длине L_1 параллельной ветви того же диаметра расход увеличится на 20%?



К задаче 10-9.

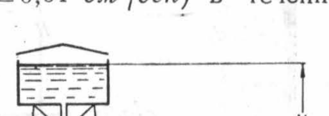
2) Какая длина L_2 параллельной ветви диаметром $d_2 = 100$ *мм* обеспечит такое же увеличение расхода?

3) На сколько увеличится расход, если использовать одновременно обе параллельные ветви?

Задачу решить, пренебрегая местными потерями и считая коэффициенты сопротивления трения одинаковыми для всех труб.

Ответ. 1) $L_1 = 61$ *м*. 2) $L_2 = 46{,}7$ *м*. 3) на 25%.

Задача 10-10. Паровозный тендер емкостью 20 $м^3$ должен наполняться водой ($\nu = 0{,}01$ $см^2/сек$) в течение 10 *мин* из путевого крана K, соединенного с водонапорной башней трубопроводом длиной $L_1 = 800$ *м*.



К задаче 10-10.

Определить:

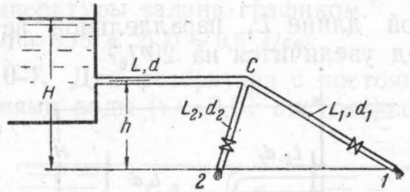
1) Диаметр d_1 этого трубопровода, если напор в башне $H = 20$ *м* и кран соединен с тендером трубой длиной $L_2 = 20$ *м* и диаметром $d_2 = d_1$.

2) Как повлияет на время заполнения тендера присоединение второго крана с трубой $L_3 = 80$ *м* и $d_3 = d_1$?

Трубопроводы стальные с шероховатостью $\Delta = 0{,}2$ *мм*. Местными потерями пренебречь.

Ответ. 1) $d_1 = 152$ *мм*. 2) $t = 14{,}8$ *мин*.

Задача 10-11. Определить расходы воды ($\nu = 0{,}01$ *см²/сек*), поступающие под напором $H = 3{,}6$ *м* из резервуара в пункты *1* и *2* по трубопроводам ($\Delta = 0{,}02$ *мм*)



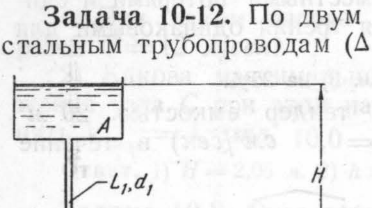
К задаче 10-11.

диаметрами $d = 60$ *мм*, $d_1 = 60$ *мм*, $d_2 = 50$ *мм* и длинами $L = 60$ *м*, $L_1 = 30$ *м*, $L_2 = 25$ *м*.

Вычислить максимально возможную при данных расходах высоту расположения точки *C* при предельном вакууме 10 *м вод. ст.*

Ответ. $Q_1 = 3$ *л/сек*; $Q_2 = 2$ *л/сек*; $h = 10{,}5$ *м*.

Задача 10-12. По двум последовательно соединенным стальным трубопроводам ($\Delta = 0{,}2$ *мм*) длинами $L_1 = L_2 = 400$ *м* и диаметрами $d_1 = 40$ *мм*, $d_2 = 60$ *мм* из бака *A* в бак *B* самотеком поступает вода ($\nu = 0{,}01$ *см²/сек*).



К задаче 10-12.

Определить:

1) Расход *Q* воды при разности уровней в баках $H = 20$ *м*.

2) Как изменится расход, если к одному из трубопроводов присоединить параллельную ветвь той же длины и того же диаметра?

Местными сопротивлениями пренебречь.

Ответ. 1) $Q = 1{,}35$ *л/сек*; 2) $Q = 2{,}35$ *л/сек*; $Q = 1{,}4$ *л/сек*.

Задача 10-13. Питание резервуаров *A* и *B* с постоянными и одинаковыми отметками уровней осуществляется подачей воды из магистрального трубопровода $L_1 = 40$ *м*; $d_1 = 80$ *мм* в распределительные трубы $L_2 = L_3 = 80$ *м* и $d_2 = d_3 = 50$ *мм*.

Определить:

1) Расходы, поступающие в резервуары, если давление в магистральном трубопроводе на уровне нулевой отметки $M = 5$ *ати*.

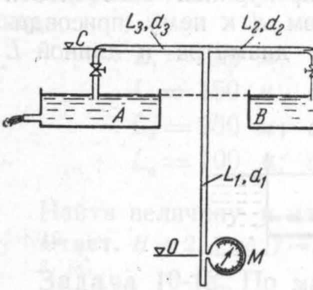
2) Как изменится расход в магистральном трубопроводе, если одну из распределительных труб выключить?

3) Какова в обоих случаях наибольшая возможная высота h расположения распределительных труб относительно уровня воды в резервуарах?

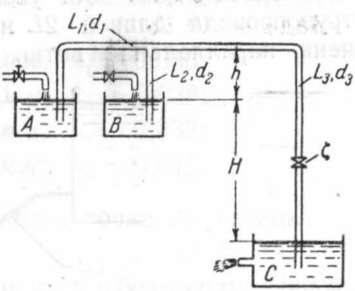
Величиной заглубления труб под уровнями воды в резервуарах пренебречь и считать участки этих труб от точек C расположенными вертикально. Предельный вакуум принять равным 10 *м вод. ст.*

Коэффициенты сопротивления трения в трубах принять $\lambda_1 = 0{,}025$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 0{,}03$ и коэффициенты сопротивления задвижек $\zeta = 3$.

Ответ. 1) $Q_2 = Q_3 = 7{,}64$ *л/сек*. 2) $Q = 8$ *л/сек*. 3) $h_1 = 22{,}8$ *м*; $h_2 = 25{,}5$ *м*.



К задаче 10-13.



К задаче 10-14.

Задача 10-14. Из резервуаров A и B с одинаковыми уровнями вода по трубам $L_1 = 200$ *м*, $d_1 = 200$ *м* и $L_2 = 100$ *м*, $d_2 = 100$ *мм* поступает в магистральную трубу длиной $L_3 = 600$ *м*, диаметром $d_3 = 200$ *мм*, а затем сливается в резервуар C.

Определить:

1) Расход, поступающий в резервуар C при напоре $H = 16$ *м* и коэффициенте сопротивления задвижки $\zeta = 12$.

2) Каков минимальный возможный коэффициент сопротивления задвижки, если $h = 4$ *м*, минимальное абсолют-

ное давление равно нулю и длина вертикального участка трубы *3* равна 440 *м*.

Принять $\lambda_1 = \lambda_3 = 0{,}02$ и $\lambda_2 = 0{,}025$. Заглублением труб под уровнями пренебречь.

Ответ. 1) $Q_3 = 60$ *л/сек.* 2) $\zeta_{\text{мин}} = 4{,}86$.

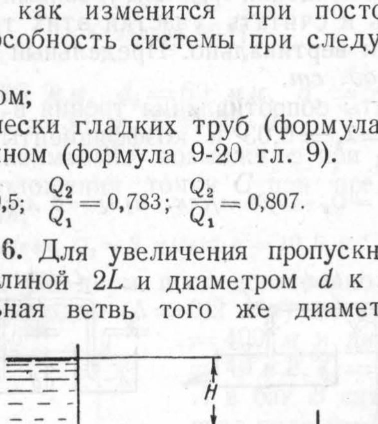
Задача 10-15. Трубопровод диаметром D и длиной L заменяется двумя одинаковыми параллельными трубами той же длины, суммарная площадь которых равна площади сечения трубопровода.

Определить, как изменится при постоянном напоре пропускная способность системы при следующих законах сопротивления:

1) ламинарном;
2) гидравлически гладких труб (формула 9-16 гл. 9);
3) квадратичном (формула 9-20 гл. 9).

Ответ. $\dfrac{Q_2}{Q_1} = 0{,}5$; $\dfrac{Q_2}{Q_1} = 0{,}783$; $\dfrac{Q_2}{Q_1} = 0{,}807$.

Задача 10-16. Для увеличения пропускной способности трубопровода длиной $2L$ и диаметром d к нему присоединена параллельная ветвь того же диаметра и длиной L



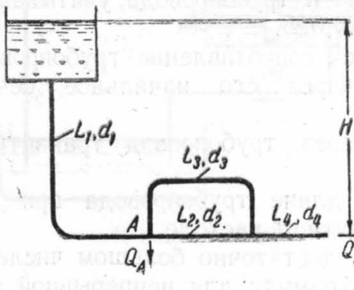
К задаче 10-16.

(пунктир). Определить, какова эквивалентная длина разветвленного участка и во сколько раз увеличится расход при неизменном напоре для следующих законов сопротивления:

1) ламинарного;
2) гидравлически гладких труб (формула 9-16 гл. 9);
3) квадратичного (формула 9-20 гл. 9).

Ответ. $l_э = \dfrac{l}{2}$, $\dfrac{Q_2}{Q_1} = 1{,}33$; $l_э = \dfrac{l}{3{,}36}$, $\dfrac{Q_2}{Q_1} = 1{,}28$; $l_э = \dfrac{l}{4}$, $\dfrac{Q_2}{Q_1} = 1{,}27$.

Задача 10-17. Определить высоту H уровня воды в резервуаре, при которой для изображенного на схеме трубопровода в случае отбора из узловой точки A расхода $Q_A =$



К задаче 10-17.

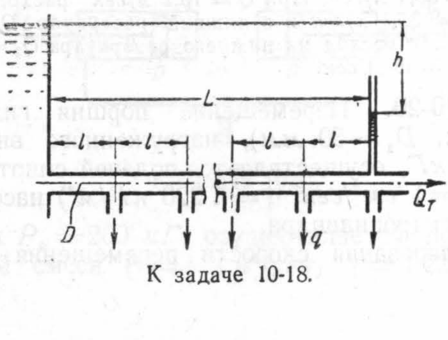
$= 35$ *л/сек* в концевой точке (где давление равно атмосферному) расход будет $Q_B = 50$ *л/сек.* Длины, диаметры и коэффициенты трения для ветвей трубопровода следующие:

$L_1 = 300$ *м*; $d_1 = 225$ *мм*; $\lambda_1 = 0{,}030$;
$L_2 = 150$ *м*; $d_2 = 125$ *мм*; $\lambda_2 = 0{,}038$;
$L_3 = 250$ *м*; $d_3 = 150$ *мм*; $\lambda_3 = 0{,}032$;
$L_4 = 100$ *м*; $d_4 = 175$ *мм*; $\lambda_4 = 0{,}042$.

Найти величину y напора в узловой точке A системы.

Ответ. $H = 21{,}7$ *м*; $y = 12{,}4$ *м*.

Задача 10-18. По магистральному трубопроводу длиной $L = 1\,000$ *м* и диаметром $D = 200$ *мм* протекает транзитный расход воды $Q_т = 40$ *л/сек.* По длине трубопровода



К задаче 10-18.

в точках, расположенных на равных расстояниях $l = 50$ *м*, из него отбираются равные расходы $q = 2$ *л/сек*.

Определить:

1) Сопротивление h трубопровода, учитывая только потери на трение при $\lambda = 0{,}025$.

2) Как изменится сопротивление трубопровода, если весь расход, идущий через его начальное сечение (равный 80 *л/сек*):

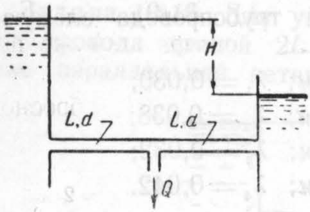
а) пропустить через трубопровод транзитно, не отбирая его по длине;

б) отбирать по длине трубопровода при $q = 4$ *л/сек* и равном нулю транзитном расходе.

Указание. При достаточно большом числе точек отбора можно применить формулу для непрерывной раздачи.

Ответ. 1) $h = 24{,}2$ *м*. 2) $h_а = 41{,}5$ *м*; $h_б = 13{,}8$ *м*.

Задача 10-19. Трубопровод диаметром $d = 125$ *мм* и общей длиной $2L = 400$ *м* соединяет два резервуара с постоянной разностью уровней воды $H = 20$ *м*.



К задаче 10-19.

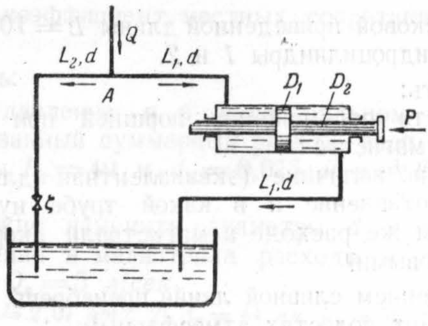
Определить, при каком расходе Q, отбираемом из трубопровода в середине его длины, поступление воды в нижний резервуар прекратится.

Найти, какие расходы установятся в левой и правой ветвях трубопровода при значениях отбираемого расхода Q, вдвое большем и вдвое меньшем найденного выше. Учитывать только потери на трение, принимая $\lambda = 0{,}025$.

Ответ. $Q = 38{,}4$ *л/сек*. При $Q = 19{,}2$ *л/сек* расход из верхнего резервуара $Q_1 = 35{,}1$ *л/сек* и в нижний резервуар $Q_2 = 15{,}9$ *л/сек*. При $Q = 76{,}8$ *л/сек* расход из нижнего резервуара $Q_2 = 28{,}8$ *л/сек* и их верхнего $Q_1 = 48$ *л/сек*.

Задача 10-20. Перемещение поршня гидроцилиндра ($D_1 = 150$ *мм*, $D_2 = 50$ *мм*), нагруженного внешним усилием $P = 20$ *кГ*, осуществляется подачей спирто-глицериновой смеси ($\nu = 1$ *см²/сек*, $\gamma = 1\,220$ *кГ/м³*) насосом в рабочую полость гидроцилиндра.

Для регулирования скорости перемещения поршня при



К задаче 10-20.

постоянной подаче насоса к узловой точке A системы присоединена сбросная труба с краном ζ.

Определить:

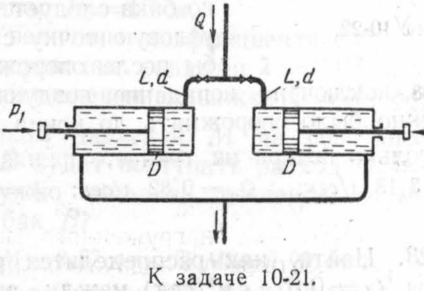
1) Какова скорость v перемещения поршня, если подача насоса $Q = 7{,}85$ *л/сек*, приведенные длины труб $L_1 = 5$ *м*, $L_2 = 10$ *м*, диаметр труб $d = 50$ *мм*.

2) Какова максимальная скорость $v_{\text{макс}}$ при той же подаче насоса;

3) При какой наименьшей приведенной длине сбросной трубы (при открытии крана ζ) перемещение поршня прекратится?

Ответ. 1) $v = 0{,}2$ *м/сек*. 2) $v_{\text{макс}} = 0{,}5$ *м/сек*. 3) $L_{2\text{мин}} = 2$ *м*.

Задача 10-21. Перемещение поршней гидроцилиндров диаметра $D = 15$ *см*, нагруженных внешними силами $P_1 =$



К задаче 10-21.

$= 100$ *кГ* и $P_2 = 200$ *кГ*, осуществляется подачей спиртоглицериновой смеси ($\nu = 1$ *см²/сек*, $\gamma = 1\,220$ *кГ/м³*) по трубам одинаковой приведенной длины $L=10$ *м* и диаметра $d=4$ *см* в гидроцилиндры *1* и *2*.

Определить:

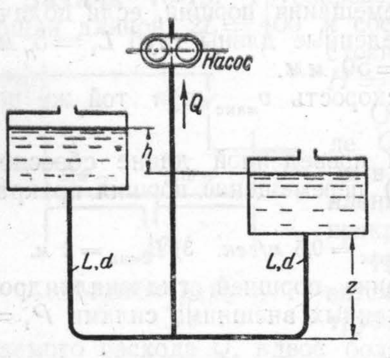
1) Скорости перемещения поршней при расходе $Q=$ $=7$ *л/сек* в магистрали.

2) Какое по величине (эквивалентная длина) дополнительное сопротивление и в какой трубе нужно создать, чтобы при том же расходе в магистрали скорости поршней стали одинаковыми?

Сопротивлением сливной линии пренебречь, считая давление в нерабочих полостях атмосферным.

Ответ. 1) $v_1=0{,}28$ *м/сек*; $v_2=0{,}117$ *м/сек*. 2) $L_{2э}=8{,}2$ *м* на первой трубе.

Задача 10-22. Шестеренный насос производительностью $Q=4$ *л/сек* засасывает бензин из двух баков с начальной разностью уровней $h=0{,}5$ *м* по трубам одинакового диаметра $d=50$ *мм* и длины до узловой точки $L=10$ *м*.



К задаче 10-22.

Определить начальный расход из каждого бака.

Указать, при какой разности уровней h начальный расход из нижнего бака будет равен нулю.

Определить, на какой глубине z под дном нижнего бака следует расположить узловую точку системы, чтобы после опорожнения верхнего бака было исключено попадание воздуха в насос и нижний бак можно было опорожнить до конца.

Учитывать только потери на трение, приняв $\lambda=0{,}02$.

Ответ. $Q_в=3{,}18$ *л/сек*; $Q_н=0{,}82$ *л/сек*; $h=0{,}85$ *м*; $z=$ $=0{,}85$ *м*.

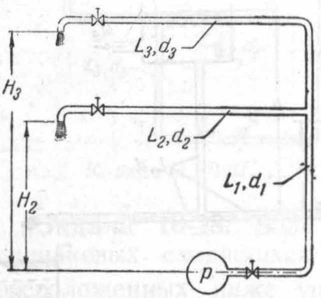
Задача 10-23. Найти, как распределится расход $Q_1=$ $=10$ *л/сек* воды ($\nu=0{,}01$ *см²/сек*) между двумя стальными трубами ($\Delta=0{,}2$ *мм*), длины которых $L_2=31{,}2$ *м*, $L_3=71{,}2$ *м* и диаметры $d_2=d_3=0{,}05$ *м*, если высоты расположения их выходных сечений $H_2=4$ *м* и $H_3=10$ *м*, а суммарный коэффициент местных сопротивлений каждой трубы $\zeta = 5$.

Определить:

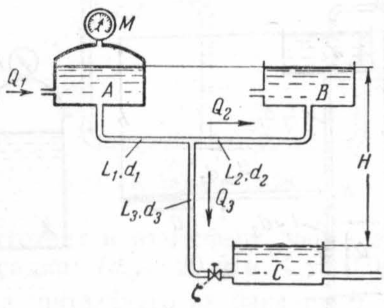
1) Какое давление p в магистральном трубопроводе обеспечит указанный суммарный расход, если размеры подводящей трубы $L_1 = 40$ *м*, $d_1 = 0{,}075$ *м* и ее шероховатость $\Delta = 0{,}2$ *мм*?

2) Как нужно изменить диаметры d_2 и d_3, чтобы при том же давлении в магистрали расходы в трубах стали равными $Q_2 = Q_3 = 5$ *л/сек*.

Ответ. 1) $p = 2{,}07$ *ати*. 2) $d_2 = 44$ *мм*; $d_3 = 58$ *мм*.



К задаче 10-23.



К задаче 10-24.

Задача 10-24. Баки A, B и C соединены трубопроводами $L_1 = 75$ *мм*, $d_1 = 75$ *мм* и $L_2 = L_3 = 100$ *м*, $d_2 = d_3 = 50$ *мм*. Напор $H = 10$ *м*.

Принимая величины коэффициента сопротивления трения во всех трубопроводах равными $\lambda = 0{,}03$ и величину коэффициента сопротивления задвижки $\zeta = 15$, определить:

1) При каком давлении M на поверхности воды в баке A в бак B будет поступать расход $Q_2 = 5$ *л/сек*?

2) Как нужно изменить давление M, чтобы вода не поступала в бак B?

Ответ. 1) $M = 2{,}87$ *ати*. 2) $M' = 0{,}08$ *ати*.

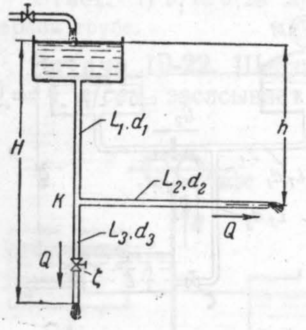
Задача 10-25. По двум одинаковым, открытым в атмосферу стальным ($\Delta = 0{,}2$ *мм*) трубам длинами $L_2 = L_3 = 25$ *м* и диаметрами $d_2 = d_3 = 50$ *мм* требуется подавать одинаковые расходы $Q=5$ *л/сек* воды ($\nu=0{,}01$ *см²/сек*) при напорах $H=10$ *м*, $h=7$ *м*.

Определить:

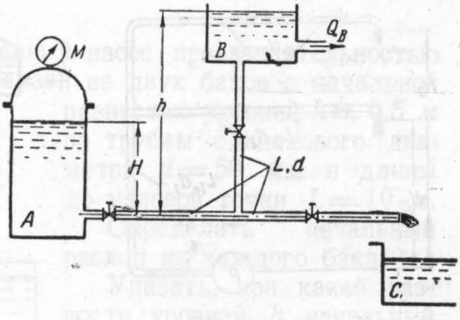
1) Необходимый для этого диаметр d_1 стальной трубы, длина которой $L_1=50$ *м*, а также необходимую величину ζ коэффициента сопротивления вентиля, установленного на трубе L_3.

2) Какой расход Q' пойдет по трубопроводу и какое давление будет в точке K, если полностью закрыть вентиль на трубе L_3.

Ответ. 1) $d_1=85$ *мм*; $\zeta=9{,}1$. 2) $Q'=5{,}75$ *л/сек*; $p_K=0{,}623$ *ати*.



К задаче 10-25.



К задаче 10-26.

Задача 10-26. Резервуар A с постоянным уровнем $H=3$ *м* и давлением на поверхности воды $M=4$ *ати* снабжает водонапорную башню B и бассейн C по системе, состоящей из трех одинаковых труб, приведенной длиной $L=210$ *м* и диаметром $d=100$ *мм* каждая.

Определить расход Q_C, поступающий в бассейн C, и высоту h, на которой установится уровень воды в водонапорной башне, если из нее отводится расход $Q_B=5$ *л/сек*.

Коэффициент сопротивления трения для потоков в трубах принять равным $\lambda=0{,}025$.

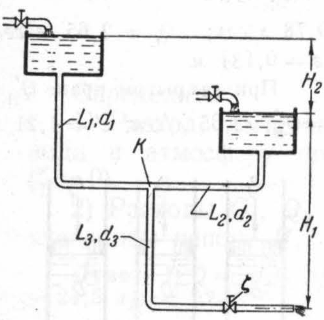
Ответ. $Q_C=19{,}6$ *л/сек*; $h=15{,}7$ *м*.

Задача 10-27. Определить расходы Q_1, Q_2 и Q_3 воды ($\nu=0{,}01$ *см²/сек*) в стальных (шероховатость $\Delta=0{,}2$ *мм*) трубах, имеющих длины $L_1=200$ *м*, $L_2=100$ *м* и $L_3=$

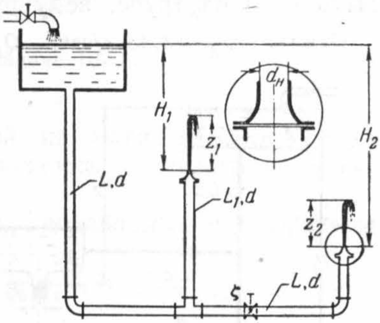
$= 150$ *м* и диаметры $d_1 = d_3 = 100$ *мм*, $d_2 = 80$ *мм*, если напоры $H_1 = 7$ *м* и $H_2 = 3$ *м*.

При какой длине L_3' трубопровода *3* расход Q_2 станет равным нулю?

Ответ. $Q_1 = 10{,}15$ *л/сек*; $Q_2 = 4{,}10$ *л/сек*; $Q_3 = 14{,}25$ *л/сек*; $L_3' = 473$ *м*.



К задаче 10-27.



К задаче 10-28.

Задача 10-28. Вода вытекает в атмосферу через два одинаковых сходящихся насадка ($d_н = 20$ *мм*, $\zeta_н = 0{,}06$), расположенных ниже уровня питающего их бака на $H_1 = 12$ *м* и $H_2 = 18$ *м*.

Определить:

1) Расходы через насадки и теоретические высоты полета струй (z_1 и z_2), если длины труб, соединяющих бак с насадками, равны $L = 50$ *м*, $L_1 = 25$ *м*, а диаметры их одинаковы $d = 50$ *мм*.

2) Каков должен быть коэффициент ζ сопротивления вентиля, обеспечивающий одинаковую высоту полета струй?

Принять коэффициент сопротивления трения труб равным 0,025.

При решении первого вопроса местные потери учитывать только в насадках.

Ответ. 1) $Q_1 = 2{,}06$ *л/сек*; $Q_2 = 3{,}20$ *л/сек*; $z_1 = 2{,}19$ *м*; $z_2 = 5{,}26$ *м*. 2) $\zeta = 64{,}5$.

Задача 10-29. Из бака *A* с постоянным уровнем вода поступает в баки *B* и *C* по одинаковым трубам $L = 100$ *м*, $d = 50$ *мм* ($\lambda = 0{,}03$).

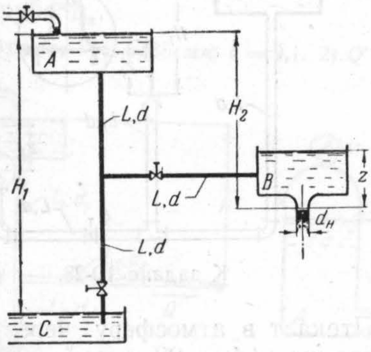
Из бака *B* вода вытекает в атмосферу через сходящийся насадок диаметром $d_н = 25$ *мм* ($\zeta = 0{,}04$) при постоянном напоре z.

Определить расходы в каждой из труб при напорах $H_1 = 15$ *м* и $H_2 = 10$ *м* и полностью открытых кранах ($\zeta = 0$).

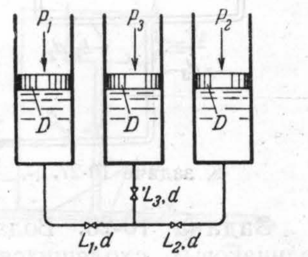
Какими станут расходы и напор z, если полностью закрыть кран на трубе, ведущей в бак C?

Ответ. $Q_A = 3{,}43$ *л/сек*; $Q_B = 0{,}78$ *л/сек*; $Q_C = 2{,}65$ *л/сек*; $z = 0{,}134$ *м*.

При закрытом кране $Q'_A = Q'_B = 2{,}35$ *л/сек*; $z' = 1{,}21$ *м*.



К задаче 10-29.



К задаче 10-30.

Задача 10-30. Три одинаковых цилиндра диаметром $D = 50$ *мм* заполнены маслом ($\delta = 0{,}88$, $\nu = 0{,}3$ *см²/сек*) и соединены трубами $L_1 = L_2 = 22{,}5$ *м*, $L_3 = 20$ *м* и $d = 25$ *мм*.

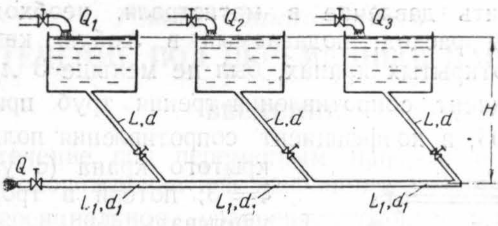
На поверхностях масла в цилиндрах помещены поршни, нагруженные силами $P_1 = 70$ *кГ*, $P_2 = 64$ *кГ*, $P_3 = 50$ *кГ*.

Определить направления и величины скоростей перемещения поршней.

Пренебречь высотами расположения поршней относительно узловой точки системы.

Ответ. $v_1 = 0{,}375$ *м/сек*; $v_2 = 0{,}125$ *м/сек*; $v_3 = 0{,}5$ *м/сек*.

Задача 10-31. Из трех резервуаров с одинаковыми уровнями $H = 10$ *м* по одинаковым трубам $L = 50$ *м*, $d = 100$ *мм* ($\lambda = 0{,}025$) вода поступает в магистральный трубопровод, состоящий из трех одинаковых участков $L_1 = 80$ *м*, $d_1 = 200$ *мм* ($\lambda = 0{,}021$).



К задаче 10-31.

Определить:

1) Расход, вытекающий из магистрального трубопровода в атмосферу при полностью открытых задвижках ($\zeta = 0$).

2) Расходы Q_1, Q_2 и Q_3, подаваемые в резервуары при указанном напоре H.

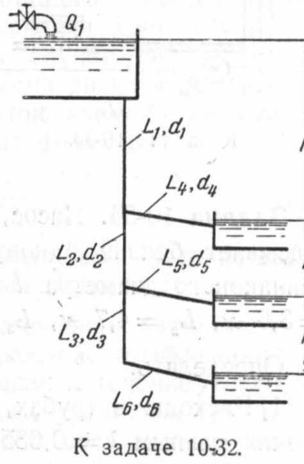
Ответ. 1) $Q = 76{,}5$ *л/сек.* 2) $Q_1 = 27$ *л/сек*; $Q_2 = 25$ *л/сек*; $Q_3 = 24{,}5$ *л/сек.*

Задача 10-32. Определить расход Q_1, который подается в верхний бак, если система труб ($L_1 = 150$ *м*, $d_1 = 100$ *мм*, все остальные трубы $L_i = 50$ *м*, $d_i = 60$ *мм*) работает при постоянных напорах $H = 6$ *м* и $h = 2$ *м*.

Коэффициент сопротивления трения первой трубы принять равным $\lambda_1 = 0{,}020$, а всех остальных труб $\lambda = 0{,}03$, местными потерями пренебречь.

Определить расходы, которые установятся при этом во всех трубах системы.

Ответ. $Q_1 = 10{,}02$ *л/сек*; $Q_2 = 5{,}37$ *л/сек*; $Q_3 = 3{,}02$ *л/сек*; $Q_4 = 4{,}65$ *л/сек*; $Q_5 = 2{,}35$ *л/сек*; $Q_6 = 3{,}02$ *л/сек.*



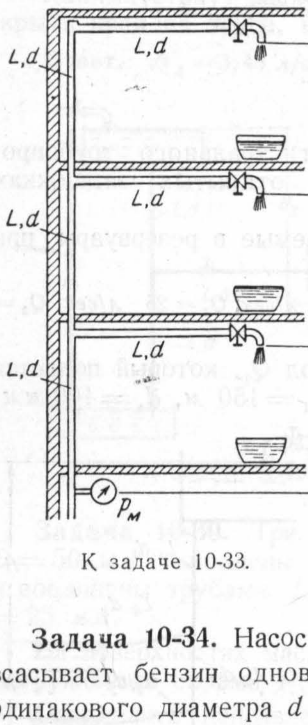
К задаче 10-32.

Задача 10-33. В три квартиры, расположенные на разных этажах ($H = 3{,}5$ *м*), вода подводится из магистрального трубопровода по вертикальной трубе и горизонтальным отводам, размеры которых $L = 4$ *м*, $d = 60$ *мм*.

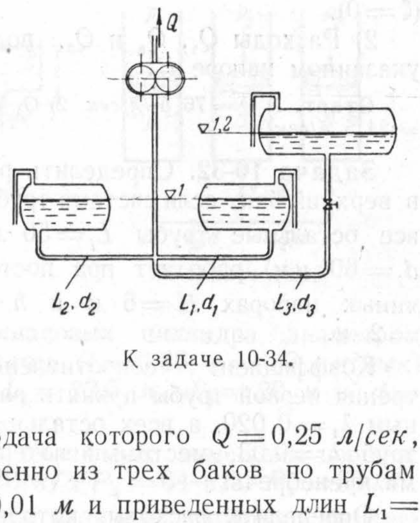
Определить давление в магистрали, необходимое для того, чтобы расход, подаваемый в любую квартиру при полностью открытых кранах, был не меньше 3 *л/сек*.

Коэффициент сопротивления трения труб принять равным $\lambda = 0{,}03$, а коэффициент сопротивления полностью открытого крана (с угольником) $\zeta = 3$; потери в тройниках не учитывать.

Ответ. $p_м = 2{,}62$ *ати*.



К задаче 10-33.



К задаче 10-34.

Задача 10-34. Насос, подача которого $Q = 0{,}25$ *л/сек*, всасывает бензин одновременно из трех баков по трубам одинакового диаметра $d = 0{,}01$ *м* и приведенных длин $L_1 = 3{,}6$ *м*, $L_2 = 4{,}7$ *м*, $L_3 = 3$ *м*.

Определить:

1) Расходы в трубах, приняв коэффициент сопротивления трения равным $\lambda = 0{,}035$.

2) При какой подаче насоса всасывание из нижних баков прекратится?

Ответ. 1) $Q_3 = 0{,}1$ *л/сек*; $Q_2 = 0{,}07$ *л/сек*; $Q_1 = 0{,}08$ *л/сек*. 2) $Q = 0{,}048$ *л/сек*.

Глава одиннадцатая

ИСТЕЧЕНИЕ ПОД ПЕРЕМЕННЫМ НАПОРОМ

ВВЕДЕНИЕ

1. Истечение под переменным напором обычно имеет место при опорожнении или наполнении резервуаров.

Дифференциальное уравнение процесса опорожнения открытого резервуара произвольной формы при отсутствии притока в него жидкости (рис. 11-1) имеет вид:

$$-F(z)\,dz = Q_z\,dt, \tag{11-1}$$

где Q_z — расход жидкости через выпускное устройство при напоре истечения z;

$F(z)$ — площадь свободной поверхности жидкости в резервуаре как функция напора z;

dz — понижение уровня в резервуаре за время dt ($dz < 0$).

Если площадь поперечного сечения резервуара достаточно велика по сравнению с площадью выходного отверстия, то переменная скорость опускания уровня в резервуаре будет весьма малой; в этом случае силами инерции жидкости можно пренебрегать, рассматривая процесс истечения за бесконечно малый промежуток времени как установившийся и определяя расход Q_z по формуле

$$Q_z = \mu f \sqrt{2gz}, \tag{11-2}$$

где μ — коэффициент расхода выпускного устройства, отнесенный к его выходной площади f.

При квадратичном режиме истечения, чаще всего наблюдаемом для маловязких жидкостей, коэффициент расхода можно принимать постоянным в течение всего процесса опорожнения. Тогда интеграл уравнения (11-1), дающий время частичного опорожнения сосуда от начального уровня H_0 до произвольного уровня H, будет иметь вид:

$$t = \frac{1}{\mu f \sqrt{2g}} \int_H^{H_0} \frac{F(z)\,dz}{\sqrt{z}}. \tag{11-3}$$

Так как уравнение (11-3) получено без учета инерции жидкости в трубопроводе и резервуаре, то оно тем более точно, чем короче трубопровод, через который происходит

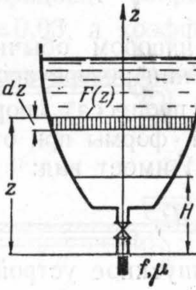


Рис. 11-1.

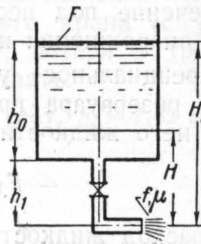


Рис. 11-2.

истечение, и чем меньше его диаметр по сравнению с диаметром резервуара.

Для призматического резервуара, у которого $F(z) = F = \mathrm{const}$, уравнение (11-3) дает:

$$t = \frac{2F}{\mu f \sqrt{2g}} \left(\sqrt{H_0} - \sqrt{H} \right). \tag{11-4}$$

Время полного опорожнения призматического резервуара (рис. 11-2) равно:

$$T = \frac{2F}{\mu f \sqrt{2g}} \left(\sqrt{h_0 + h_1} - \sqrt{h_1} \right). \tag{11-5}$$

Коэффициент расхода μ выпускного устройства определяется его конструкцией. Значения μ для отверстий и насадков при квадратичном режиме истечения см. в гл. 6 и 7 и в приложении 2.

Для трубы постоянного диаметра d и длины l

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta + \frac{\lambda l}{d}}},$$

где ζ — суммарный коэффициент местных сопротивлений;

λ — коэффициент сопротивления трения.

При истечении через отверстие или короткий насадок ($h_1 \approx 0$) время полного опорожнения

$$T \approx \frac{2F\sqrt{H_0}}{\mu f \sqrt{2g}} = \frac{2V_0}{Q_0}, \tag{11-6}$$

где $V_0 = FH_0$ — начальный объем жидкости в резервуаре; $Q_0 = \mu f\sqrt{2gH_0}$ — начальный расход жидкости.

Вводя в уравнение (11-4) значения начального расхода (при уровне H_0) и конечного расхода (при уровне H) из резервуара, определяемые как

$$Q_0 = \mu f\sqrt{2gH_0}$$

и

$$Q = \mu f\sqrt{2gH},$$

получим после преобразований:

$$t = \frac{2F(H_0 - H)}{Q_0 + Q} = \frac{V}{Q_{\text{ср}}}, \tag{11-7}$$

где $V = F(H_0 - H)$ — объем жидкости, вытекшей из резервуара;

$Q_{\text{ср}} = \frac{1}{2}(Q_0 + Q)$ — средний расход за рассматриваемое время опорожнения.

Возможность расчета времени опорожнения призматического резервуара по среднеарифметическому расходу вытекает из того, что для такого резервуара зависимость расхода от времени $Q = f(t)$ является линейной.

Можно показать, что для резервуара, расширяющегося вверх $\left(\frac{dF}{dz} > 0\right)$, кривая $Q = f(t)$ имеет вогнутость вниз, и для сужающегося вверх резервуара $\left(\frac{dF}{dz} < 0\right)$ — вогнутость вверх.

2. Если опорожнение происходит через ряд одновременно работающих выпускных устройств, то в уравнении (11-1) Q_z есть суммарный расход из резервуара. Так, для схемы на рис. 11-3

$$Q_z = \mu_1 f_1\sqrt{2g(z-a)} + \mu_2 f_2\sqrt{2gz}$$

и

$$t=\int_{H}^{H_0}\frac{F\,dz}{\mu_1 f_1\sqrt{2g(z-a)}+\mu_2 f_2\sqrt{2gz}}.$$

При $a=0$ (оба выпускных устройства работают под одинаковым напором истечения) время полного опорожнения резервуара

$$T=\frac{2F}{(\mu_1 f_1+\mu_2 f_2)\sqrt{2g}}\left(\sqrt{h_0+h_1}-\sqrt{h_1}\right).$$

В этом случае время опорожнения можно также вычислить и через средний расход (формула 11-7).

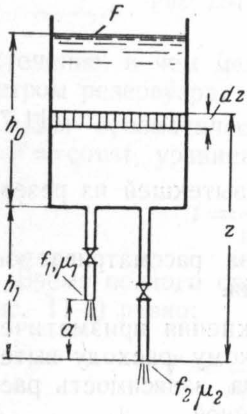


Рис. 11-3.

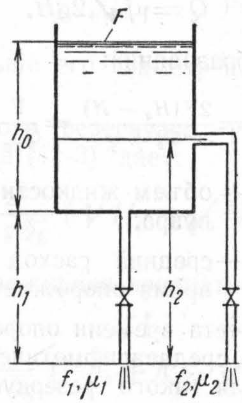


Рис. 11-4.

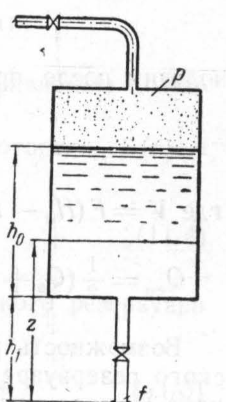


Рис. 11-5.

Для схемы на рис. 11-4, в которой одно из выпускных устройств выключается в процессе опорожнения,

$$T=t_1+t_2=$$

$$=\frac{2F\left(\sqrt{h_0+h_1}-\sqrt{h_2}\right)}{(\mu_1 f_1+\mu_2 f_2)\sqrt{2g}}+\frac{2F\left(\sqrt{h_2}-\sqrt{h_1}\right)}{\mu_1 f_1\sqrt{2g}}.$$

3. При истечении жидкостей с большой вязкостью в выпускном трубопроводе может наблюдаться ламинарный режим течения.

Пренебрегая влиянием местных сопротивлений (что допустимо в тех случаях, когда доля местных потерь относительно мала по сравнению с потерями на трение по длине трубы), получим для расхода из резервуара (рассматривая процесс истечения за малый промежуток времени как установившийся):

$$Q_z = kz, \tag{11-8}$$

где (см. введение гл. 9):

$$k = \frac{\pi g d^4}{128 \nu l}.$$

Время понижения уровня от начального положения H_0 до произвольного H равно по уравнению (11-1)

$$t = \int_H^{H_0} \frac{F(z)\,dz}{kz}. \tag{11-9}$$

Для призматического резервуара

$$t = \frac{F}{k} \ln \frac{H_0}{H}.$$

4. В случае опорожнения замкнутого сосуда с избыточным давлением p над свободной поверхностью жидкости, в дифференциальном уравнении (11-1) расход равен:

$$Q_z = \mu f \sqrt{2g\left(z + \frac{p}{\gamma}\right)}$$

и время опорожнения при квадратичном режиме истечения определяется интегралом:

$$t = \frac{1}{\mu f \sqrt{2g}} \int_H^{H_0} \frac{F(z)\,dz}{\sqrt{z + \frac{p}{\gamma}}}, \tag{11-10}$$

для вычисления которого должна быть известна зависимость

$$p = p(z).$$

В частности, если давление поддерживается постоянным (путем подачи в бак воздуха), получаем для времени опорожнения призматического сосуда (рис. 11-5):

$$T = \frac{2F}{\mu f \sqrt{2g}} \left(\sqrt{h_0 + h_1 + \frac{p}{\gamma}} - \sqrt{h_1 + \frac{p}{\gamma}} \right).$$

5. В ряде случаев при расчете истечений под переменным напором можно пренебрегать весомостью жидкости, принимая, что истечение происходит только под действием давления поршня или газа в резервуаре.

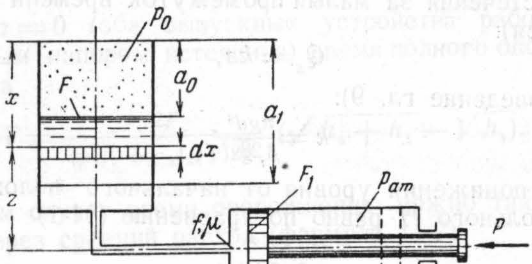


Рис. 11-6.

К таким задачам относится, например, расчет срабатывания пневматического аккумулятора, питающего силовой гидроцилиндр (рис. 11-6).

Дифференциальное уравнение процесса истечения жидкости из аккумулятора в гидроцилиндр имеет вид:

$$F\,dx = Q\,dt,$$

где F — площадь сечения аккумулятора;

dx — понижение уровня жидкости в нем за время dt;

Q — расход жидкости в гидроцилиндр.

Пренебрегая геодезическим напором z в аккумуляторе относительно выходного сечения питающего трубопровода, получим выражение расхода в произвольный момент времени:

$$Q = \mu \cdot f \sqrt{2g\,\frac{p - p_1}{\gamma}},$$

где p — избыточное давление воздуха в аккумуляторе;

p_1 — избыточное противодавление жидкости в гидроцилиндре.

Последнее равно при нагрузке P гидроцилиндра и его площади F_1

$$p_1 = \frac{P}{F_1}.$$

Выражая переменное давление p через начальное избыточное давление воздуха p_0, начальную высоту a_0 воздушного объема и его переменную высоту x, получим в предположении изотермичности процесса расширения воздуха:

$$p = \frac{a_0}{x}(p_0 + p_{ат}) - p_{ат},$$

где $p_{ат}$ — атмосферное давление.

Подставляя выражения Q и p в исходное дифференциальное уравнение, получим после преобразований:

$$dt = A\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{B - Cx}}\,dx, \tag{11-11}$$

где

$$A = \frac{F}{\mu f\sqrt{2g/\gamma}};\ B = a_0(p_0 + p_{ат})\ \text{и}\ C = p_1 + p_{ат}.$$

Время T срабатывания аккумулятора, отвечающее ходу s поршня гидроцилиндра, определяется интегралом:

$$T = A\int_{a_0}^{a_1}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{B - Cx}}\,dx,$$

верхний предел которого a_1 (представляющий высоту воздушного объема в конце процесса) находится из очевидного объемного соотношения:

$$F(a_1 - a_0) = F_1 s.$$

Если предположить режим течения в питающем трубопроводе ламинарным, то расход

$$Q = k\frac{p - p_1}{\gamma}$$

и дифференциальное уравнение процесса

$$dt = A\frac{x}{B - Cx}\,dx;\ E = \frac{F\cdot\gamma}{k}. \tag{11-12}$$

Если в предыдущих уравнениях положить противодавление $p_1 = 0$, получим формулы для времени опорожнения замкнутого призматического резервуара в атмосферу под действием избыточного давления газа.

6. В более общем случае опорожнения резервуара при одновременном постоянном притоке в него жидкости (рис. 11-7) дифференциальное уравнение истечения имеет вид:

$$-F(z)\,dz = (Q_z - q)\,dt.$$

Отсюда время понижения уровня от H_0 до H

$$t = \int_H^{H_0} \frac{F(z)\,dz}{\mu f \sqrt{2gz} - q},$$

где q — приток жидкости в единицу времени.

Выражая приток q через постоянный напор истечения H^*

$$q = \mu f \sqrt{2gH^*},$$

получим:

$$t = \frac{1}{\mu f \sqrt{2g}} \int_H^{H_0} \frac{F(z)\,dz}{\sqrt{z} - \sqrt{H^*}}. \qquad (11\text{-}13)$$

В случае призматического резервуара ($F = \mathrm{const}$)

$$t = \frac{F}{\mu f \sqrt{2g}}\, 2 \left[\sqrt{H^*} \ln \frac{\sqrt{H_0} - \sqrt{H^*}}{\sqrt{H} - \sqrt{H^*}} + (\sqrt{H_0} - \sqrt{H})\right]. \qquad (11\text{-}14)$$

Из последней формулы следует, что уровень H в резервуаре асимптотически стремится к напору баланса H^*, при котором расход опорожнения Q_z равен притоку q.

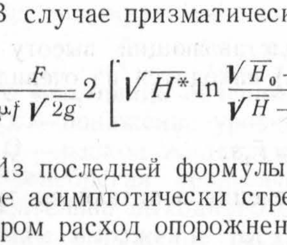


Рис. 11-7.

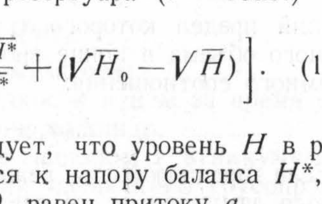


Рис. 11-8.

7. При выравнивании уровней жидкости в двух сообщающихся резервуарах (рис. 11-8) имеем дифференциальные соотношения:

$$-F_1\,dz_1 = Q_z\,dt;$$

$$F_2\,dz_2 = Q_z\,dt,$$

где F_1 и F_2 — площади резервуаров, dz_1 и dz_2 изменения уровней в резервуарах за время $dt\,(dz_1 < 0,\ dz_2 > 0)$.

Выражая расход Q_z через разность z уровней в резервуарах

$$Q_z = \mu f\sqrt{2gz}$$

и пользуясь соотношением

$$dz = dz_1 - dz_2,$$

получим из приведенных выражений дифференциальное уравнение процесса выравнивания:

dz

$$dt = -\frac{F_1F_2}{F_1+F_2}\cdot\frac{dt}{\mu f\sqrt{2gz}}\,. \tag{11-15}$$

Интегрируя для призматических резервуаров от $z = H_0$ до $z = 0$, найдем время выравнивания в них уровней:

$$T = 2\,\frac{F_1F_2}{F_1+F_2}\cdot\frac{\sqrt{H_0}}{\mu f\sqrt{2g}}\,. \tag{11-16}$$

При подстановке $F_1 = \infty$ или $F_2 = \infty$ формула (11-16) переходит в (11-6), определяя в первом случае время наполнения резервуара *2* из резервуара *1* с постоянным уровнем и во втором случае — время опорожнения резервуара *1* под постоянный уровень в резервуаре *2*.

8. Процесс наполнения плавающего резервуара через отверстие в его стенке, сопровождающийся увеличением его погружения в жидкость (затопление резервуара, рис. 11-9) характеризуется дифференциальным уравнением:

$$F\,dx = Q_z\,dt,$$

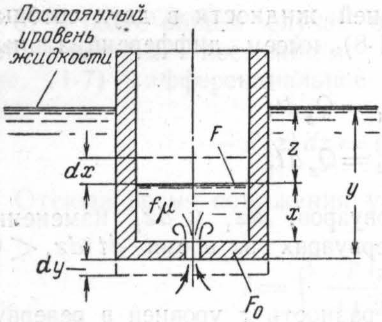


Рис. 11-9.

где F — внутренняя площадь резервуара;

dx — подъем уровня жидкости в резервуаре за время $dt\,(dx>0)$;

Q_z — расход жидкости, поступающей в резервуар.

Обозначив z разность уровней жидкости (постоянного вне резервуара и переменного внутри него), получим, рассматривая истечение за малое время dt как установившееся и считая, что отверстие является затопленным в течение всего процесса наполнения резервуара:

$$Q_z = \mu f \sqrt{2gz}.$$

Переменные x и z связаны с погружением y резервуара дифференциальным соотношением

$$dy = dz + dx,$$

где dy — опускание резервуара за время $dt\,(dy > 0)$.

Так как предполагается, что размер отверстия f мал по сравнению с площадью F резервуара и, следовательно, погружение последнего (увеличение y) происходит достаточно медленно, можно считать, что в любой момент времени резервуар находится в равновесном состоянии.

Отсюда, из условия равенства (для любого момента времени) веса резервуара с заполняющей его жидкостью действующей на него гидростатической подъемной силе, имеем для призматического резервуара внешней площадью F_0 объемное соотношение:

$$F\,dx = F_0\,dy$$

(объем жидкости, поступившей в резервуар за время dt, равен объему, дополнительно вытесненному им за это время).

Получаем таким образом:

$$dz = dy - dx = dx\left(\frac{F}{F_0} - 1\right)$$

Очевидно, что при $F = F_0$ (тонкостенный призматический резервуар) $dz = 0$ и наполнение резервуара происходит при постоянном напоре истечения $z = \text{const}$. Если $F < F_0$, то, подставляя последнее соотношение в исходное дифференциальное уравнение получим:

$$dt = -\frac{F_0 F}{F_0 - F} \cdot \frac{dz}{\mu f \sqrt{2gz}}. \tag{11-17}$$

Интегрируя это уравнение в заданных пределах можно найти время дополнительного погружения (от момента открытия отверстия) и, в частности, полного затопления резервуара.

9. Время опорожнения резервуара, находящегося в переносном движении, определяется по общему дифференциальному уравнению (11-1), в котором Q_z — расход, вычисляемый по относительной скорости истечения через выпускное устройство.

Относительная скорость истечения определяется из уравнения Бернулли для установившегося относительного движения жидкости:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} + h_п - T, \tag{11-18}$$

где w — относительная скорость в рассматриваемом сечении потока;

T — удельная работа сил инерции переносного движения между выбранными сечениями, равная

$$T = \int_0^s \frac{j}{g} \cos\theta \, ds \tag{11-19}$$

(j — единичная сила инерции переносного движения, θ — угол между j и направлением относительного перемещения ds).

Для случая равномерного вращения канала вокруг неподвижной оси (рис. 11-10), формула (11-19) после подстановок $j = \omega^2 r$ и $ds \cos\theta = dr$ дает:

$$T = \frac{\omega^2 r_2^2 - \omega^2 r_1^2}{2g} = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}, \tag{11-20}$$

где u — переносная (окружная) скорость в центре рассматриваемого сечения.

Для поступательного прямолинейного движения канала с ускорением $\bar{a}$ (рис. 11-11) формула (11-19) дает:

$$T = \frac{j}{g}\, s_j, \tag{11-21}$$

где s_j — проекция относительного перемещения между выбранными сечениями на направление силы инерции, и вектор единичной силы инерции:

$$\bar{j} = -\bar{a}.$$

Найдем с помощью этих зависимостей скорость истечения жидкости в атмосферу из открытого резервуара, равномерно вращающегося вокруг вертикальной оси (рис. 11-12).

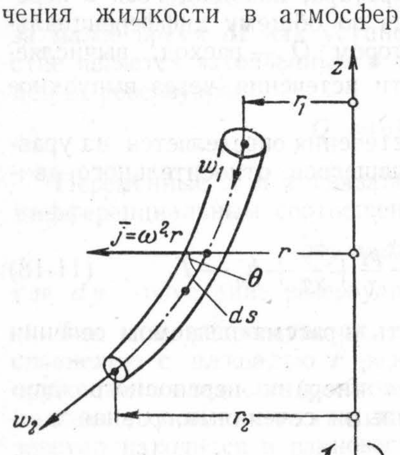


Рис. 11-10.

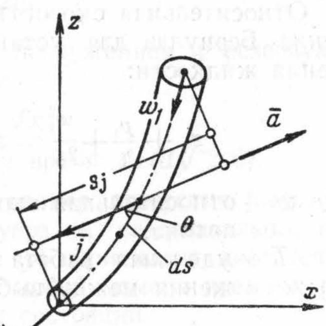


Рис. 11-11.

Считая выходное отверстие малым по сравнению с площадью резервуара и пренебрегая в последнем скоростными напорами частиц жидкости, получим из формул (11-18) и (11-20) (сечение *1* — параболическая свободная поверхность жидкости, сечение *2* — выходное отверстие, от центра которого отсчитываются вертикальные координаты z):

$$z_1 = \frac{w^2}{2g}(1+\zeta) - \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}.$$

Отсюда скорость истечения

$$w=\varphi\sqrt{2gz_1+\omega^2(r_2^2-r_1^2)}, \qquad (11\text{-}22)$$

где r_1, z_1 — координаты произвольной точки A на свободной поверхности;

r_2 — радиус вращения центра выходного отверстия;

$\varphi=\dfrac{1}{\sqrt{1+\zeta}}$ — коэффициент скорости выпускного устройства.

Выбирая на свободной поверхности точку B, для которой $r_1=r_2$, получим:

$$w=\varphi\sqrt{2gH}, \qquad (11\text{-}23)$$

где H — глубина расположения центра выходного отверстия под параболоидом свободной поверхности.

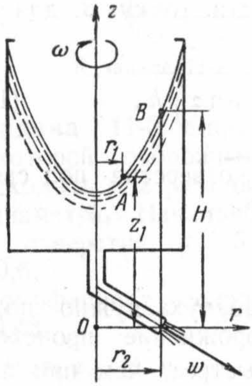


Рис. 11-12.

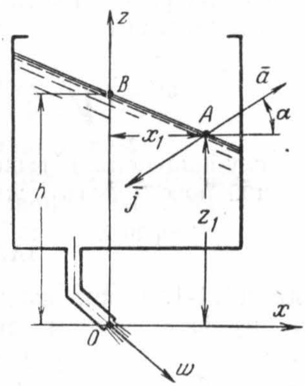


Рис. 11-13.

В тех случаях, когда можно пренебрегать силами тяжести частиц жидкости по сравнению с их центробежными силами инерции (см. введение гл. 4):

$$w=\varphi\omega\sqrt{r_2^2-r_1^2}, \qquad (11\text{-}24)$$

где r_1 — радиус цилиндрической свободной поверхности жидкости в резервуаре;

r_2 — радиус вращения центра выходного отверстия.

Аналогичным образом получим по формулам (11-18) и (11-21) для скорости истечения из сосуда, движущегося прямолинейно с постоянным ускорением $\bar{a}$, направленным под углом α к горизонту (см. рис. 11-13, где начало координат x, z, расположенных в плоскости движения резервуара, совмещено с центром выходного отверстия):

$$z_1 = \frac{w^2}{2g}(1+\zeta) - \frac{j}{g}\, s_j.$$

При выборе на свободной поверхности произвольной точки A с координатами (x_1, z_1), величина s_j равна:

$$s_j = x_1 \cos\alpha + z_1 \sin\alpha.$$

Отсюда

$$w = \varphi \sqrt{2g\left[\frac{a}{g}\cos\alpha \cdot x_1 + \left(1 + \frac{a}{g}\sin\alpha\right) z_1\right]}. \qquad (11\text{-}25)$$

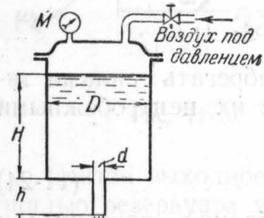
Выбирая на свободной поверхности точку B, для которой $x_1 = 0$, получим:

$$w = \varphi \sqrt{2g\left(1 + \frac{a}{g}\sin\alpha\right) h}, \qquad (11\text{-}26)$$

где h — глубина центра выходного отверстия под свободной поверхностью жидкости.

ЗАДАЧИ

Задача 11-1. Какое давление воздуха нужно поддерживать в баке, чтобы его опорожнение происходило в 2 раза быстрее, чем при атмосферном давлении над уровнем воды; каково будет при этом время опорожнения бака?



К задаче 11-1.

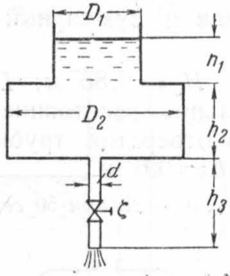
Диаметр бака $D = 800$ *мм*, его начальное заполнение $H = 900$ *мм*. Истечение происходит через цилиндрический насадок диаметром $d = 25$ *мм* и высотой $h = 100$ *мм*, коэффициент расхода которого $\mu = 0{,}82$.

Ответ. $M = 0{,}12$ *ати*; $T = 3$ *мин* 12 *сек*.

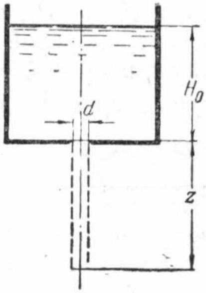
Задача 11-2. Определить время опорожнения составного цилиндрического резервуара ($D_1 = 1{,}5$ *м*; $D_2 = 2{,}2$ *м*; $h_1 = 1$ *м*; $h_2 = 1{,}5$ *м*) через вертикальную трубу высотой

$h_3 = 2$ *м* и диаметром $d = 60$ *мм* при открытом вентиле с коэффициентом сопротивления $\zeta = 4$. Коэффициент сопротивления трения в трубе принять равным $\lambda = 0{,}03$.

Ответ. $T = 14{,}8$ *мин.*



К задаче 11-2.



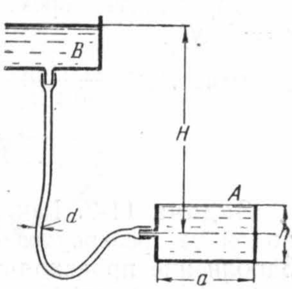
К задаче 11-3.

Задача 11-3. Определить высоту сливной трубы z, при которой опорожнение цилиндрического бака будет происходить в 2 раза быстрее, чем через отверстие такого же диаметра. Начальное заполнение бака $H_0 = 4$ *м*, диаметр отверстия $d = 60$ *мм*, его коэффициент расхода $\mu = 0{,}6$.

Коэффициент сопротивления трения в трубе принять $\lambda = 0{,}03$.

Ответ. $z = 1{,}2$ *м.*

Задача 11-4. Призматический бак A со стороной квадратного основания $a = 2$ *м* и высотой $h = 1{,}6$ *м* заполняется бензином из центрального бензохранилища B, уровень в котором постоянен ($H = 5$ *м*). Заполнение происходит через гибкий шланг длиной $l = 7$ *м*, выходное сечение которого находится на середине высоты бака.



К задаче 11-4.

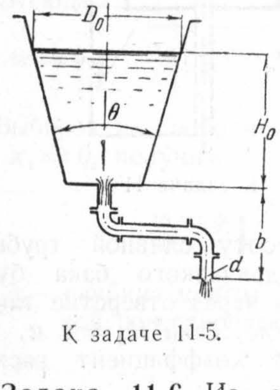
Определить диаметр шланга d, при котором бак будет заполняться в заданное время $T = 15$ *мин*, приняв коэффициент сопротивления трения в шланге равным $\lambda = 0,05$; местными потерями в шланге пренебречь.

Ответ. $d = 50$ *мм.*

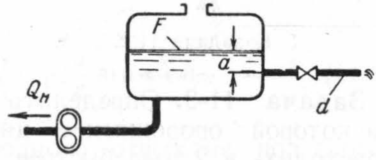
Задача 11-5. Определить время опорожнения конического сосуда ($\theta = 30°$), если опорожнение происходит через трубу, диаметр которой $d = 15$ *мм* и суммарный коэффициент сопротивления $\zeta = 2,5$.

Начальный уровень жидкости $H_0 = 0,85$ *м*; $D_0 = 1$ *м*; вертикальное расстояние от выходного отверстия трубы до дна сосуда $b = 0,6$ *м*.

Ответ. $T = 21$ *мин* 50 *сек.*



К задаче 11-5.



К задаче 11-6.

Задача 11-6. Из емкости, имеющей постоянное по высоте сечение, площадью $F = 20$ *м*^{2} жидкость откачивается насосом с постоянным расходом $Q_н = 4$ *л/сек*, а также вытекает в атмосферу по горизонтальной трубе диаметром $d = 50$ *мм*, суммарный коэффициент сопротивления которой $\zeta = 5$.

Определить время понижения уровня на величину $a = 1$ *м*.

Ответ. $$T = \frac{F}{\mu f\sqrt{2g}}\left[2\sqrt{a} - \sqrt{H_0}\cdot\ln\left(1 + \sqrt{\frac{a}{H_0}}\right)^2\right] = 52 \text{ мин},$$

$$\text{где } \sqrt{H_0} = \frac{Q_н}{\mu f\sqrt{2g}} \text{ и } f = \frac{\pi d^2}{4}.$$

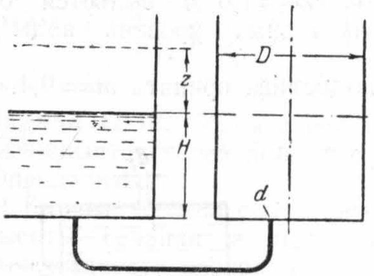
Задача 11-7. Бак диаметром $D = 600$ *мм* заполняется водой из резервуара с неизменным уровнем $H = 1,2$ *м*. Заполнение происходит через трубу диаметром $d = 25$ *мм*, суммарный коэффициент сопротивления которой равен $\zeta = 8$.

Определить:

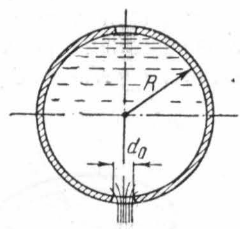
1) Время заполнения бака до уровня в резервуаре.

2) На какую высоту z следует поднять уровень в резервуаре, чтобы заполнение бака на ту же высоту H происходило в два раза быстрее.

Ответ. $T = 14$ *мин* 15 *сек*; $z = \frac{9}{16} H$.



К задаче 11-7.



К задаче 11-8.

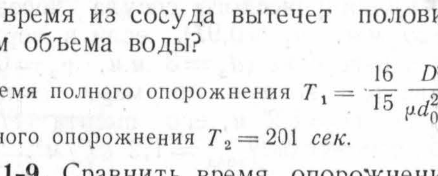
Задача 11-8. Определить время опорожнения целиком заполненного шарового сосуда радиусом $R = 0{,}8$ через отверстие, диаметр которого $d_0 = 50$ *мм* (коэффициент расхода $\mu = 0{,}62$). Давление на свободной поверхности жидкости во время опорожнения считать атмосферным.

За какое время из сосуда вытечет половина содержащегося в нем объема воды?

Ответ. Время полного опорожнения $T_1 = \frac{16}{15} \frac{D^2 \sqrt{D}}{\mu d_0^2 \sqrt{2g}} = 503$ *сек*, время половинного опорожнения $T_2 = 201$ *сек*.

Задача 11-9. Сравнить время опорожнения полушарового сосуда, расположенного сферой вверх (I) со временем

К задаче 11-9.



опорожнения полушарового сосуда того же радиуса R, расположенного сферой вниз (II). В обоих случаях истечение происходит через одинаковое отверстие d_0. Давление на свободной поверхности жидкости при истечении считать атмосферным.

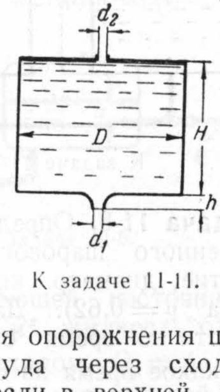
Ответ. $\frac{T_I}{T_{II}} = \frac{12}{7}$.

Задача 11-10. Определить, за какое время из резервуара площадью $F_0 = 300$ *м²* через прямоугольный вырез в боковой стенке шириной $B = 1{,}6$ *м* выльется объем воды $W = 330$ *м³*, если начальный уровень воды над порогом равен $h_0 = 1{,}2$ *м*.

Коэффициент расхода водослива принять $m = 0{,}4$.

Ответ. $T = 7{,}9$ *мин.*

К задаче 11-10.



К задаче 11-11.

Задача 11-11. Определить время опорожнения целиком заполненного цилиндрического сосуда через сходящееся сопло ($d_1 = 25$ *мм*; $\mu_1 = 0{,}97$), если в верхней крышке сосуда имеется отверстие ($d_2 = 3$ *мм*, $\mu_2 = 0{,}6$), через которое засасывается воздух по мере вытекания воды. Диаметр сосуда $D = 1{,}2$ *м*, его высота $H = 1{,}5$ *м*, вес единицы объема воздуха $\gamma_{\text{возд}} = 1{,}2$ *кГ/м³*.

Задачу решать, исходя из равенства объемных расходов воды и воздуха, пренебрегая сжимаемостью последнего. Высотой сопла h пренебречь.

Указание. Дифференциальное уравнение процесса истечения

$$dt = -\frac{F}{Q_{\text{воды}}}\,dz,$$

в котором расход воды

$$Q_{\text{воды}} = \mu_1 f_1 \sqrt{2g\left(z - \frac{p_{\text{ат}} - p_x}{\gamma_{\text{воды}}}\right)},$$

где $p_{ат}$ — атмосферное давление;

p_x — абсолютное давление воздуха в сосуде.

Условие равенства в каждый момент времени объемных расходов воды и воздуха дает:

$$\mu_1 f_1 \sqrt{2g\left(z - \frac{p_{ат} - p_x}{\gamma_{воды}}\right)} = \mu_2 f_2 \sqrt{2g \frac{p_{ат} - p_x}{\gamma_{возд}}}.$$

Ответ. $T = 2\frac{1}{\mu_1\sqrt{2g}}\left(\frac{D}{d_1}\right)^2 \cdot \sqrt{1 + \frac{\mu_1^2 d_1^4 \gamma_{возд}}{\mu_2^2 d_2^4 \gamma_{воды}}} \cdot \sqrt{H} =$ $= 1$ *час* 27 *мин*.

Задача 11-12. Сосуд с переменным по высоте сечением опоражнивается через донный сходящийся насадок.

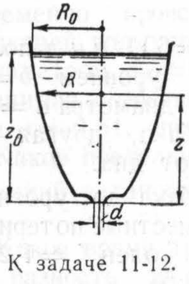
Определить:

1) Какова должна быть зависимость радиуса сосуда R от высоты сечения z над насадком, чтобы опускание уровня жидкости происходило равномерно?

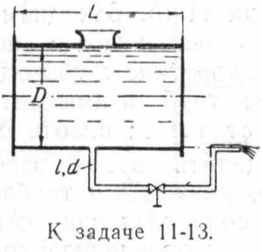
2) Диаметр d насадка, при котором постоянная скорость опускания уровня при опорожнении сосуда такой формы будет равняться $v = 1$ *мм/сек*, если начальные значения радиуса и заполнения сосуда равны $R_0 = 125$ *мм* и $z_0 = 310$ *мм*.

Коэффициент расхода насадка принимать постоянным и равным $\mu = 0{,}95$.

Ответ. $R = A\sqrt[4]{z}$, где $A = \sqrt[4]{\frac{\mu^2 d^4 g}{8v^2}}$; $d = 5{,}15$ *мм*.



К задаче 11-12.



К задаче 11-13.

Задача 11-13. Открытая цистерна диаметром $D = 2{,}4$ *м* и длиной $L = 6$ *м*, целиком заполненная бензином, опоражнивается через сливную трубу, диаметр и длина которой равны $d = 50$ *мм* и $l = 7$ *м*, а выходное сечение находится на уровне нижней точки сечения цистерны. Суммарный коэффициент местных сопротивлений в трубе $\zeta = 8$, коэффициент сопротивления трения принять $\lambda = 0{,}025$.

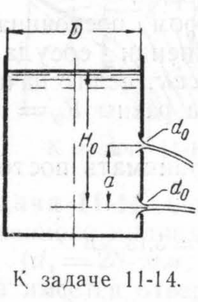
Определить время опорожнения цистерны.

Ответ. $T = \dfrac{4LD\sqrt{D}}{3\mu f\sqrt{2g}} = 202$ *мин*, где $f = \dfrac{\pi d^2}{4}$.

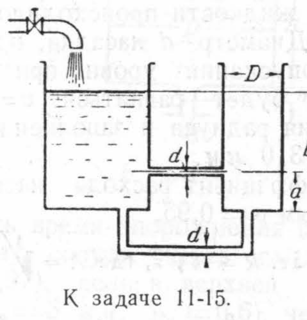
Задача 11-14. Определить время опорожнения цилиндрического резервуара, диаметр которого $D = 0{,}8$ *м*, через два круглых отверстия каждое диаметром $d_0 = 10$ *мм*, расположенные на расстоянии $a = 0{,}5$ *м* по высоте друг от друга. Начальное положение уровня $H_0 = 1{,}5$ *м*.

Коэффициент расхода каждого из отверстий $\mu = 0{,}62$.

Ответ. $T = 1$ *ч* 20 *мин*.



К задаче 11-14.



К задаче 11-15.

Задача 11-15. Бак диаметром $D = 600$ *мм* заполняется водой из резервуара с постоянным уровнем $b = 1{,}5$ *м* через две короткие трубы одинакового диаметра $d = 25$ *мм*. Одна из труб примыкает к дну бака, другая — к его боковой стенке на высоте $a = 0{,}6$ *м* от дна.

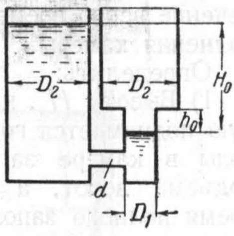
Определить время заполнения бака до уровня в резервуаре, учитывая в трубах только местные потери (коэффициент сопротивления каждого из колен $\zeta = 1{,}2$; коэффициент сопротивления входа $\zeta_{вх} = 0{,}5$).

Ответ. $T = 245$ *сек*.

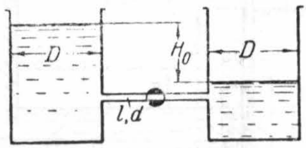
Задача 11-16. Определить время выравнивания уровней в двух резервуарах при начальном напоре $H_0 = 4$ *м*.

Диаметры резервуаров равны $D_1 = 1{,}6$ *м* и $D_2 = 3{,}2$ *м*; $h_0 = 1{,}5$ *м*. Перетекание происходит через цилиндрический насадок диаметром $d = 100$ *мм* с коэффициентом расхода $\mu = 0{,}82$.

Ответ. $T = 7{,}9$ *мин.*



К задаче 11-16.



К задаче 11-17.

Задача 11-17. Два резервуара с одинаковыми диаметрами $D = 0{,}8$ *м*, заполненные маслом ($\nu = 1{,}4$ *см²/сек*) с начальной разностью уровней $H_0 = 1{,}2$ *м*, соединены трубкой диаметром $d = 12$ *мм* и длиной $l = 6$ *м*.

Найти время, потребное для того, чтобы разность уровней уменьшилась до $H = 0{,}1$ *м*, учитывая в трубке только потери трения.

Указание. Предварительно выяснить режим течения в трубке (см. введение гл. 9).

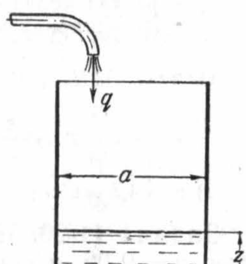
Ответ. $T = 29{,}2$ *ч.*

Задача 11-18. В первоначально пустой бак квадратного сечения ($a = 800$ *мм*) подается постоянное количество воды $q = 2$ *л/сек*. Одновременно происходит вытекание поступающей воды через донное отверстие диаметром $d_0 = 30$ *мм*.

Принимая коэффициент расхода отверстия $\mu = 0{,}61$, определить:

1) Каков предельный уровень $z_{\text{макс}}$, отвечающий установившейся работе системы?

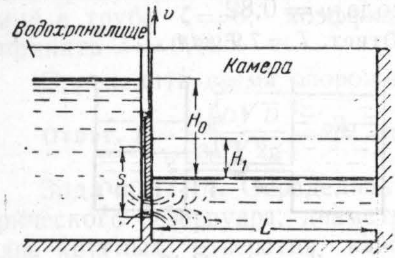
2) Какое время требуется для того, чтобы разность между $z_{\text{макс}}$ и текущим уровнем z стала равной $\Delta z = 0{,}1$ *м*?



К задаче 11-18.

Ответ. 1) $z_{\text{макс}} = 1{,}1$ *м*. 2) $t = 36$ *мин* 20 *сек.*

Задача 11-19. Шлюзовая камера заполняется из водохранилища с неизменным уровнем путем подъема ворот на высоту $s = 2,0$ *м*, производимого с постоянной скоростью $v = 10$ *мм/сек* в течение всего времени заполнения камеры.



К задаче 11-19.

Определить:

1) Высоту H_1, на которую поднимается горизонт воды в камере за время подъема ворот, а также время полного заполнения камеры, если длина камеры $L = 180$ *м* и начальная разность уровней $H_0 = 10$ *м*.

2) Какова должна быть скорость подъема ворот, чтобы камера заполнилась целиком к моменту их подъема на заданную высоту s?

Коэффициент расхода отверстия под нижней кромкой ворот считать постоянным и равным $\mu = 0,6$.

Указание. Для первого этапа заполнения камеры (во время подъема ворот) дифференциальное уравнение процесса имеет вид:

$$-F\,dz = Q\,dt,$$

где F — площадь камеры ($F = B \cdot L$);

z — разность уровней в водохранилище и камере;

Q — расход через отверстие под щитом, равный $Q = \mu B v t \sqrt{2gz}$ (B — ширина камеры).

Ответ. 1) $H_1 = H_0 - \left(\sqrt{H_0} - \dfrac{\mu s^2 \sqrt{2g}}{4Lv}\right)^2 = 7,15$ *м*;

$$T = \frac{s}{v} + \frac{2L\sqrt{H_0 - H_1}}{\mu s \sqrt{2g}} = 5,2 \text{ мин.}$$

2) $v = 4,7$ *мм/сек*.

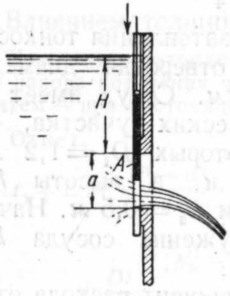
Задача 11-20. Шит A, опускаясь с постоянной скоростью $v = 0,05$ *м/сек*, перекрывает квадратное отверстие ($a = 1$ *м*) в вертикальной стенке.

Считая уровень воды постоянным ($H = 3$ *м*), определить, сколько воды вытечет за время закрытия отверстия. Коэффициент расхода отверстия принять в процессе закрытия постоянным и равным $\mu = 0,59$.

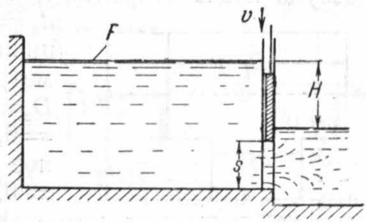
Указание. Расход через отверстие в момент времени t от начала закрытия, равен:

$$Q = \mu a(a - vt)\cdot\sqrt{2g\left(H + \frac{a + vt}{2}\right)}.$$

Ответ. $V = 50$ $м^3$.



К задаче 11-20.



К задаче 11-21.

Задача 11-21. Шлюзовая камера площадью $F = 800$ $м^2$ имеет перепускное прямоугольное отверстие высотой $s = 2$ *м* и шириной $B = 4$ *м*, которое начинает закрываться щитом, движущимся с постоянной скоростью $v = 0{,}05$ *м/сек*.

Определить понижение y уровня в шлюзовой камере за время закрытия отверстия, истечение через которое происходит под постоянный уровень.

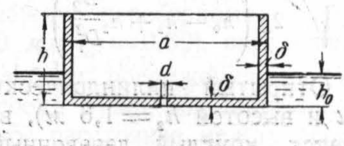
Начальный напор $H = 5$ *м*.

Коэффициент расхода отверстия принять постоянным и равным $\mu = 0{,}65$.

Ответ. $y = 1{,}2$ *м*.

Задача 11-22. Квадратный ящик со стороной основания $a = 3$ *м*, высотой $h = 1{,}2$ *м* и толщиной стенок $\delta = 150$ *мм* плавает, погруженный в воду на глубину $h_0 = 0{,}6$ *м*.

Определить время затопления ящика с момента откры-



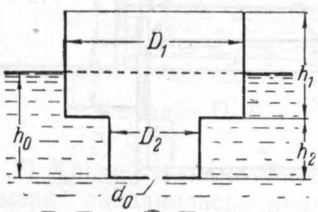
К задаче 11-22.

тия донного отверстия диаметром $d=30$ *мм* (коэффициент расхода $\mu=0{,}82$).

Ответ. $T=\frac{F_0 F}{F_0-F}\frac{2}{\mu f\sqrt{2g}}\left[\sqrt{h_0-\delta}-\sqrt{h-\delta-(h-h_0)\frac{F_0}{F}}\right]=$

$=57$ *мин*, где $F_0=a^2$; $F=(a-2\delta)^2$ и $f=\frac{\pi d^2}{4}$.

Задача 11-23. Определить время затопления тонкостенного сосуда после открытия донного отверстия диаметром $d_0=25$ *мм*. Сосуд имеет два цилиндрических участка, диаметры которых $D_1=1{,}2$ *м* и $D_2=0{,}6$ *м*, а высоты $h_1=0{,}8$ *м* и $h_2=0{,}5$ *м*. Начальное погружение сосуда $h_0=0{,}85$ *м*.



К задаче 11-23.

Коэффициент расхода отверстия принять $\mu=0{,}6$.

Указание. Затопление сосуда происходит в два этапа:

1) погружение при переменном напоре истечения через отверстие до момента времени, когда сосуд заполнится водой на высоту h_2;

2) погружение при постоянном напоре истечения $\left(\text{равном } z=h_0-h_2+h_2\frac{D_2^2}{D_1^2}\right)$ до момента полного затопления сосуда.

Ответ.

$$T=t_1+t_2=\frac{D_1^2}{D_1^2-D_2^2}\cdot\frac{D_2^2}{d_0^2}\cdot\frac{2}{\mu\sqrt{2g}}\left[\sqrt{h_0}-\sqrt{h_0-h_2+h_2\frac{D_2^2}{D_1^2}}\right]+$$

$$+\frac{D_1^2}{d_0^2}\cdot\frac{h_1+h_2-h_0-h_2\frac{D_2^2}{D_1^2}}{\mu\sqrt{2g\left(h_0-h_2+h_2\frac{D_2^2}{D_1^2}\right)}}=9\ \textit{мин}.$$

Задача 11-24. Открытый цилиндрический сосуд (диаметром $D=1{,}5$ *м* и высотой $h_2=1{,}6$ *м*), внутри которого свободно помещается круглый деревянный брус, плавает, будучи погружен в воду на глубину $h_0 = 0{,}6$ *м*. Диаметр бруса $d = 0{,}8$ *м*, его высота $h_1 = 0{,}8$ *м* и относительный удельный вес $\delta = 0{,}75$.

Определить время затопления сосуда с момента открытия донного отверстия диаметром $d_0 = 30$ *мм*, коэффициент расхода которого равен $\mu = 0{,}62$.

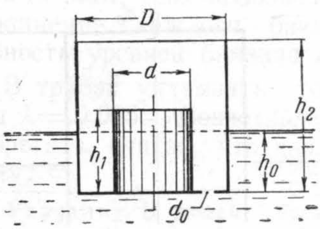
Влиянием толщины стенок сосуда пренебрегать.

Указание. Затопление сосуда будет происходить при переменном напоре истечения через отверстие до момента всплытия бруса, а затем — при постоянном напоре истечения.

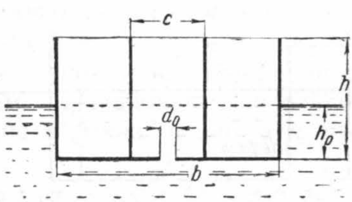
Ответ.

$$T = t_1 + t_2 = \frac{D^2 - d^2}{d^2} \cdot \frac{D^2}{d_0^2} \cdot \frac{2}{\mu\sqrt{2g}} \left[\sqrt{h_0} - \sqrt{h_0 - \delta h_1 \left(\frac{d}{D}\right)^2}\right] +$$

$$+ \frac{D^2}{d_0^2} \cdot \frac{h_2 - h_0 - \delta h_1 \left(1 - \dfrac{d^2}{D^2}\right)}{\mu \sqrt{2g\left[h_0 - \delta h_1 \left(\dfrac{d}{D}\right)^2\right]}} = 22{,}4 \text{ мин.}$$



К задаче 11-24.



К задаче 11-25.

Задача 11-25. Тонкостенный открытый призматический сосуд (шириной $a = 2$ *м*, длиной $b = 5$ *м* и высотой $h = 1{,}8$ *м*), плавает в воде, погруженный на глубину $h_0 = 0{,}8$ *м*. Сосуд снабжен двумя вертикальными тонкостенными переборками, расстояние между которыми $c = 1{,}5$ *м*.

Рассмотреть процесс погружения сосуда после открытия в отсеке между переборками донного отверстия диаметром $d_0 = 40$ *мм* ($\mu = 0{,}62$), определив:

1) новую глубину погружения сосуда и время, в течение которого сосуд будет дополнительно погружаться;

2) предельное расстояние между переборками $c_{\text{макс}}$, при

котором сосуд с открытым донным отверстием может еще сохранять плавучесть.

Ответ. 1) Новая глубина погружения $y = \frac{b}{b-c} h_0 = 1{,}14$ *м.*

2) Время дополнительного погружения, $\left(f = \frac{\pi d_0^2}{4}\right)$;

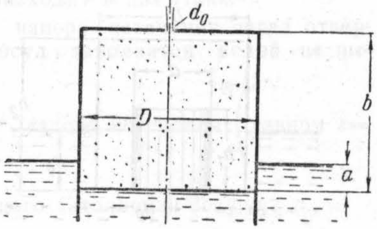
$$T = \frac{abc}{b-c} \cdot \frac{2\sqrt{h_0}}{\mu f \sqrt{2g}} = 37 \text{ мин.}$$

3) $c_{\text{макс}} = b\left(1 - \frac{h_0}{h}\right) = 2{,}77$ *м.*

Задача 11-26. Определить время затопления баржи, заполненной нефтью относительного удельного веса $\delta = 0{,}85$ на высоту $H_0 = 2$ *м* после получения ею донной пробойны (диаметр отверстия $d_0 = 50$ *мм*, $\mu = 0{,}61$). Размеры баржи: высота $h = 3$ *м*, площадь $F = 120$ *м²*, ее начальное погружение $a = 2$ *м*.

Ответ. $T = \frac{(h-a)F}{\mu f \sqrt{2g(a - \delta H_0)}} = 11{,}5$ *ч.*

К задаче 11-26.



К задаче 11-27.

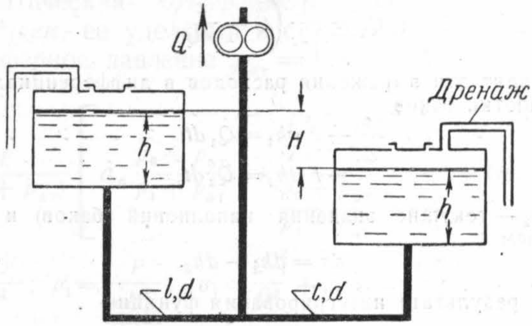
Задача 11-27. Тонкостенный колокол начинает погружаться в воду из показанного на чертеже начального положения вследствие того, что в верхней его части образовалось отверстие, через которое сжатый воздух выходит наружу.

Определить без учета сжимаемости воздуха время полного погружения колокола при следующих данных: $D = 1{,}5$ *м*; $a = 0{,}2$ *м*; $b = 2$ *м*.

Диаметр отверстия $d_0 = 6$ *мм*, его коэффициент расхода $\mu = 0{,}6$. Удельный вес воздуха $\gamma = 1{,}2$ *кГ/м³*.

Ответ. $T = 55$ *мин.*

Задача 11-28. Шестеренный насос откачивает бензин из двух баков одинаковой площади $F = 8$ *м²* по трубам одинакового диаметра $d = 50$ *мм* и длины (до точки их смыкания) $l = 13$ *м*.



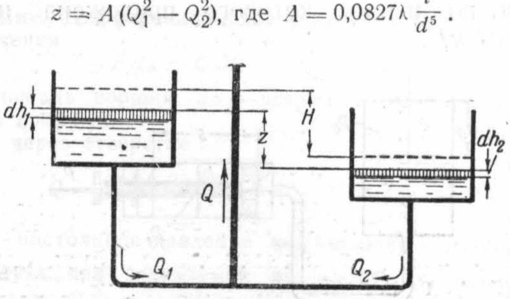
К задаче 11-28.

Определить выработку из каждого бака за время $T = 10$ *мин*, если производительность насоса $Q = 4$ *л/сек*, заполнение каждого бака равно $h = 1{,}5$ *м* и начальная разность уровней бензина $H = 1{,}0$ *м*.

В трубах учитывать только потери на трение, принимая $\lambda = 0{,}025$. Сопротивлением дренажных трубок пренебрегать, считая, что давление в баках равно атмосферному.

Указание. В момент времени t расходы Q_1 и Q_2 в трубах и разность z уровней в баках (см. рис. к решению задачи) связаны соотношением

$$z = A(Q_1^2 - Q_2^2), \text{ где } A = 0{,}0827\lambda \frac{l}{d^5}.$$



К решению задачи 11-28.

Так как $Q_1 + Q_2 = Q$, то получаем:

$$Q_1 = \frac{1}{2}\left(Q + \frac{z}{AQ}\right);$$

$$Q_2 = \frac{1}{2}\left(Q - \frac{z}{AQ}\right).$$

Подставляя эти выражения расходов в дифференциальные уравнения выработки баков

$$-F\,dh_1 = Q_1\,dt;$$

$$-F\,dh_2 = Q_2\,dt,$$

(где h_1 и h_2 — текущие значения наполнений баков) и пользуясь соотношением

$$dz = dh_1 - dh_2,$$

получаем в результате интегрирования функцию

$$z = f(t)$$

и после ее подстановки в выражения расходов функции

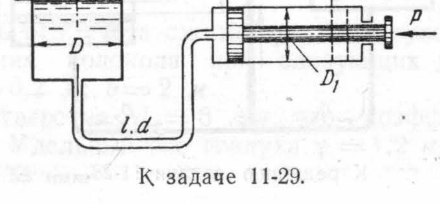
$$Q_1 = f(t) \text{ и } Q_2 = f(t).$$

Ответ.

$$V_1 = \frac{1}{2}\left[QT + HF\left(1 - e^{-\frac{T}{AFQ}}\right)\right] = 2 \text{ м}^3;$$

$$V_2 = \frac{1}{2}\left[QT - HF\left(1 - e^{-\frac{T}{AFQ}}\right)\right] = 0{,}4 \text{ м}^3.$$

Задача 11-29. Пневматический аккумулятор диаметром $D = 100$ *мм*, заряженный избыточным давлением воздуха $p_0 = 50$ *ати*, подключен к гидроцилиндру диаметром $D_1 = 60$ *мм*, по штоку которого приложена постоянная сила $P = 710$ *кГ*.



К задаче 11-29.

Определить время полного хода поршня цилиндра $s=150$ *мм*, предполагая режим движения в трубопроводе ($l=10$ *м*, $d=6$ *мм*) ламинарным и расширение воздуха в аккумуляторе изотермическим ($a_0=120$ *мм*).

Кинематический коэффициент вязкости жидкости $\nu = 0{,}6$ *см²/сек*, ее удельный вес $\gamma=900$ *кГ/м³*.

Атмосферное давление $p_{ат}=1$ *кГ/см²*.

Ответ.

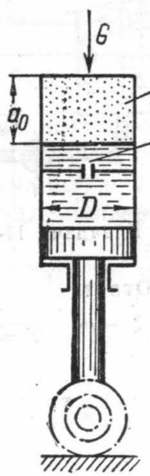
$$T=\frac{\gamma F}{k(p_1+p_{ат})}\left[a_0\frac{p_0+p_{ат}}{p_1+p_{ат}}\ln\frac{\dfrac{p_0+p_{ат}}{p_1+p_{ат}}-1}{\dfrac{p_0+p_{ат}}{p_1+p_{ат}}-\dfrac{a_1}{a_0}}-(a_1-a_0)\right],$$

где $F=\dfrac{\pi D^2}{4}$; $p_1=\dfrac{P}{\dfrac{\pi D_1^2}{4}}$; $a_1=\dfrac{sD_1^2}{D^2}+a_0$; $k=\dfrac{\pi d^4 g}{128\nu l}$; $T=4{,}9$ *сек*.

Задача 11-30. Пневматический амортизатор шасси с диаметром цилиндра $D=120$ *мм* в начальном положении заряжен воздухом под давлением $p_0=32$ *ати*, который занимает часть высоты цилиндра $a_0=150$ *мм*.

Определить время и величину осадки цилиндра под действием постоянной нагрузки $G=5\,000$ *кГ*, внезапно приложенной к амортизатору, если перетекание жидкости происходит через отверстие диаметром $d=3$ *мм* (коэффициент расхода $\mu=0{,}8$).

Удельный вес жидкости (спирто-глицериновая смесь) $\gamma=1\,100$ *кГ/м³*.



К задаче 11-30.

Указание. Дифференциальное уравнение процесса истечения

$$-F\,dx=Q\,dt,$$

где F — площадь поршня; dx — осадка цилиндра за время dt.

Расход через отверстие

$$Q=\mu f\sqrt{2g\frac{p_1-p}{\gamma}},$$

где $p_1=\dfrac{G}{F}$ — постоянное давление над поршнем и p — переменное давление воздуха при занимаемой им высоте x, равное $p=(p_0+p_{ат})\dfrac{a_0}{x}-p_{ат}$ ($p_{ат}=1$ *кГ/см²* — атмосферное давление).

Подставляя в уравнение процесса истечения выражения для Q и p, получаем после преобразований:

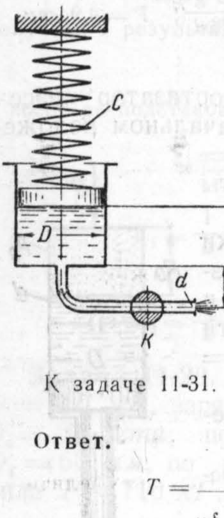
$$dt = -\frac{F}{\mu f \sqrt{\dfrac{2g}{\gamma}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{p_1 + p_{ат}}} \cdot \sqrt{\frac{x}{x - a_1}}\, dx,$$

где a_1 — высота объема воздуха в конце процесса, равная:

$$a_1 = \frac{p_0 + p_{ат}}{p_1 + p_{ат}}\, a_0.$$

Ответ. $T = 4{,}5$ *сек.* Осадка цилиндра $a_0 - a_1 = 40$ *мм.*

Задача 11-31. Вода, заполняющая цилиндр аккумулятора, находится под давлением, создаваемым предварительно сжатой пружиной, жесткость которой равна $C = 2$ $кГ/см$.



К задаче 11-31.

Открытием крана K аккумулятор включается и жидкость благодаря действию пружины начинает вытекать через трубку, диаметр которой $d = 10$ *мм* и суммарный коэффициент сопротивления $\zeta = 4$.

Определить время выработки (опорожнения) цилиндра аккумулятора, если его диаметр $D = 110$ *мм* и предварительное сжатие пружины в начальном положении поршня $z_0 = 60$ *мм*. Высоты: $a = 70$ *мм*, $b = 30$ *мм*.

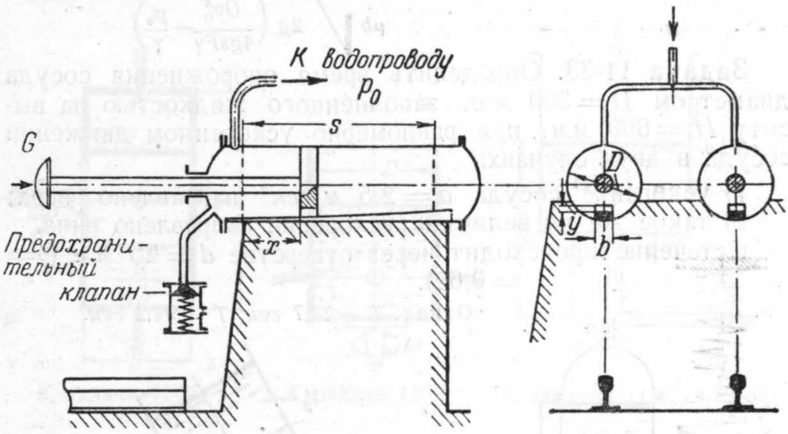
Ответ.

$$T = \frac{2F}{\mu f \sqrt{2g}\left(1 + \dfrac{C}{F\gamma}\right)} \left[\sqrt{\frac{C}{F\gamma} z_0 + a} - \sqrt{\frac{C}{F\gamma}(z_0 - H_0) + b} \right] = 2{,}7 \text{ сек}$$

$$\left(H_0 = a - b;\ F = \frac{\pi D^2}{4};\ f = \frac{\pi d^2}{4}\right).$$

Задача 11-32. Для аварийной остановки поездов в тупиках применяют двухцилиндровый гидравлический тормоз, в котором кинетическая энергия поезда поглощается работой гидравлического трения при перетекании воды через малое отверстие в поршне.

Найти уравнение $y=f(x)$ профиля клина, перекрывающего дросселирующее прямоугольное отверстие шириной $b=52$ *мм*, если торможение поезда весом $G=500$ *т*,



К задаче 11-32.

подходящего со скоростью $v_0=7{,}2$ *км/ч*, должно происходить на пути $s=0{,}8$ *м* и процесс торможения желают осуществить равнозамедленным. Диаметр цилиндра $D=300$ *мм*. Давление в левой полости поддерживается равным $p_0=3$ *ати*.

Коэффициент расхода дросселирующего отверстия принять постоянным и равным $\mu=0{,}60$.

Указание. При равнозамедленном движении поршня величина его замедления

$$a=\frac{v_0^2}{2s}$$

и скорость его движения в функции пути

$$v=\sqrt{v_0^2-2ax}.$$

Расход, вытесняемый поршнем,

$$Q=vF=\mu f\sqrt{2g\frac{p-p_0}{\gamma}},$$

где F — площадь поршня, $f = by$ — переменная площадь отверстия и p — давление в рабочей полости каждого цилиндра, равное

$$p = \frac{Ga}{2gF}.$$

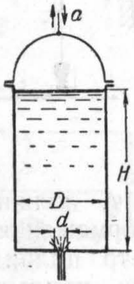
Ответ. $y = A\sqrt{s - x}$, где $A = \dfrac{F\sqrt{2a}}{\mu b\sqrt{2g\left(\dfrac{Gv_0^2}{4gsF\gamma} - \dfrac{p_0}{\gamma}\right)}} = 0{,}038\ м^{1/2}$.

Задача 11-33. Определить время опорожнения сосуда диаметром $D = 300$ *мм*, заполненного жидкостью на высоту $H = 600$ *мм*, при равномерно ускоренном движении сосуда в двух случаях:

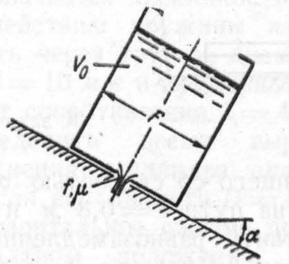
1) ускорение сосуда $a = 2{,}5$ *м/сек*^{2} направлено вверх;
2) такое же по величине ускорение направлено вниз.

Истечение происходит через отверстие $d = 25$ *мм* ($\mu = 0{,}62$).

Ответ. $T = 72{,}7$ *сек*; $T = 94{,}2$ *сек*.



К задаче 11-33.



К задаче 11-34.

Задача 11-34. Цилиндрический бак площадью $F = 0{,}5\ м^2$ свободно скользит без трения по наклонной плоскости под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. В начальный момент бак содержит $V_0 = 0{,}6\ м^3$ жидкости, которая вытекает при движении бака через донное отверстие площадью $f = 5\ см^2$ (коэффициент расхода $\mu = 0{,}6$).

Какой объем выльется из бака за время $t = 60$ *сек*?

Ответ. $V = 80$ *л*.

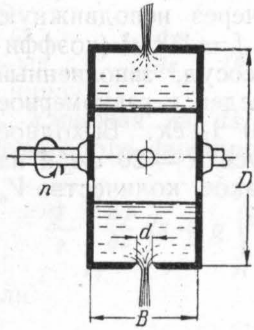
Задача 11-35. Цилиндрический сосуд, диаметр которого $D = 1$ *м* и ширина $B = 0{,}4$ *м*, вращается вокруг горизонтальной оси с числом оборотов $n = 1\,000$ *об/мин*.

В сосуде содержится $V = 0{,}25\ м^3$ жидкости.

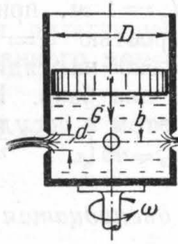
Определить время опорожнения сосуда через четыре отверстия диаметром $d = 10$ *мм*, расположенные на боковой поверхности сосуда.

Коэффициент расхода отверстий принять $\mu = 0{,}65$.

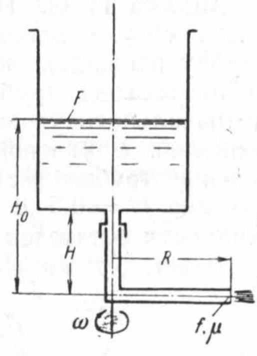
Ответ. $T = 52{,}5$ *сек*.



К задаче 11-35.



К задаче 11-36.



К задачам 11-37 и 11-38.

Задача 11-36. Из сосуда диаметром $D = 0{,}6$ *м*, который вращается вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\omega = 10$ $1/сек$ и закрыт сверху поршнем весом $G = 282$ *кГ*, вытекает вода через четыре боковых отверстия ($d = 10$ *мм*; $\mu = 0{,}6$).

Определить, в течение какого времени будет продолжаться истечение, если в начальный момент отверстия расположены на глубине $b = 0{,}3$ *м* под поршнем. Трением поршня пренебрегать.

Ответ. $T = \dfrac{F}{2\mu f \sqrt{2g}} \left[\sqrt{b + A} - \sqrt{A}\right] = 90$ *сек*, где $A = \dfrac{G}{F\gamma} + \dfrac{\omega^2 D^2}{16g}$; $F = \dfrac{\pi D^2}{4}$; $f = \dfrac{\pi d^2}{4}$.

Задача 11-37. Неподвижный призматический бак площадью $F = 0{,}1$ *м*^{2}, заполненный жидкостью до уровня $H_0 = 1$ *м*, опоражнивается через вращающуюся трубку сечением $f = 1$ *см*^{2}, выходное отверстие которой удалено от оси вращения на расстояние $R = 20$ *см* и расположено ниже дна бака на $H = 0{,}5$ *м*.

Найти время опорожнения бака при неподвижной трубке и число ее оборотов, которое уменьшит время опорожнения в два раза.

Коэффициент расхода трубки принимать независящим от числа ее оборотов и равным $\mu = 0{,}4$.

Ответ. $T = 5{,}5$ *мин*; $n = 305$ *об/мин.*

Задача 11-38. Найти время опорожнения цилиндрического сосуда площадью $F = 0{,}1$ *м*^{2} через неподвижную трубку площадью поперечного сечения $f = 1$ *см*^{2} (коэффициент расхода трубки $\mu = 0{,}4$), если сосуд, заполненный до начального уровня $H_0 = 1$ *м*, приведен в равномерное вращение с угловой скоростью $\omega = 10$ 1/*сек*. Выходное сечение трубки расположено на радиусе $R = 20$ *см* и на глубине $H = 0{,}5$ *м* ниже дна бака. Какое количество V_0 жидкости останется при этом в сосуде?

Ответ. 1) $T = 9$ *мин.* 2) $V_0 = 10$ *л.*

Глава двенадцатая

НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ

ВВЕДЕНИЕ

1. Движение жидкости называется неустановившимся если давление и скорость в каждой точке потока зависят не только от координат, но и от времени. Для одномерного движения, следовательно, $v = v(s, t)$ и $p = p(s, t)$.

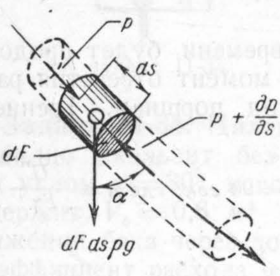


Рис. 12-1.

Дифференциальное уравнение неустановившегося движения получим, применяя закон Ньютона (сила = массе, умноженная на ускорение) к элементу трубки тока с размерами $dF \times ds$ (рис. 12-1).

Проектируя силы давления и силу веса на направление касательной к линии тока и пренебрегая силой сопротивления, получим:

$$p\,dF - \left(p + \frac{\partial p}{\partial s}ds\right)dF + g\rho\,dF\,ds\cos\alpha = dF\,ds\rho\frac{dv}{dt}$$

или

$$-\frac{\partial p}{\partial s}+\rho g\cos\alpha=\rho\frac{dv}{dt}.$$

Так как

$$\cos\alpha=-\frac{\partial z}{\partial s}\quad\text{и}\quad\frac{dv}{dt}=\frac{\partial v}{\partial t}+v\frac{\partial v}{\partial s},$$

то

$$\frac{\partial p}{\partial s}+\rho g\frac{\partial z}{\partial s}+\rho\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{v^2}{2}\right)+\rho\frac{\partial v}{\partial t}=0.$$

Умножая на ds и интегрируя вдоль линий тока для некоторого фиксированного момента времени, получим:

$$\frac{1}{\rho}\int_{p_1}^{p_2}\frac{\partial p}{\partial s}ds+g\int_{z_1}^{z_2}\frac{\partial z}{\partial s}ds+\int_{v_1}^{v_2}\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{v^2}{2}\right)ds+\int_{s_1}^{s_2}\frac{\partial v}{\partial t}ds=0$$

или

$$\frac{1}{\rho}(p_2-p_1)+g(z_2-z_1)+\frac{v_2^2-v_1^2}{2}+\int_{s_1}^{s_2}\frac{\partial v}{\partial t}\cdot ds=0.$$

Деля все члены уравнения на g и производя перегруппировку членов, будем иметь:

$$\frac{p_1}{\gamma}+z_1+\frac{v_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\gamma}+z_2+\frac{v_2^2}{2g}+\frac{1}{g}\int_{s_1}^{s_2}\frac{\partial v}{\partial t}ds. \qquad (12\text{-}1)$$

Полученное уравнение является уравнением Бернулли для неустановившегося движения идеальной несжимаемой жидкости. Выражение

$$h_{\text{ин}}=\frac{1}{g}\int_{s_1}^{s_2}\frac{dv}{dt}ds$$

представляет собой изменение в единицу времени кинетической энергии жидкости в объеме между сечениями *1—1* и *2—2*, отнесенное к весовому расходу; это выражение называется инерционным напором.

Для неустановившегося движения несжимаемой жидкости в трубе постоянного сечения (F=const) ускорение

$\frac{\partial v}{\partial t}=j$ в любой рассматриваемый момент времени t будет одинаково для всех сечений потока, и инерционный напор будет поэтому равен:

$$h_{\text{ин}}=\frac{1}{g}\frac{\partial v}{\partial t}\int\limits_{s_1}^{s_2} ds=\frac{j}{g}(s_2-s_1)=\frac{j}{g}l,$$

где $l=s_2-s_1$ — длина трубы.

Таким образом, уравнение Бернулли для неустановившегося движения идеальной жидкости в трубах с неизменным поперечным сечением и неупругими стенками для данного момента времени имеет вид:

$$\frac{p_1}{\gamma}+z_1+\frac{v^2}{2g}=\frac{p_2}{\gamma}+z_2+\frac{v^2}{2g}+h_{\text{ин}}, \tag{12-2}$$

где $h_{\text{ин}}=l\frac{j}{g}$.

При неустановившемся движении реальной жидкости уравнение Бернулли будет включать в себя еще член, учитывающий потери напора на рассматриваемом участке потока. Таким образом,

$$\frac{p_1}{\gamma}+z_1+\alpha\frac{v^2}{2g}=z_2+\frac{p_2}{\gamma}+\alpha\frac{v^2}{2g}+h_{\text{п}}+h_{\text{ин}}, \tag{12-3}$$

где $h_{\text{п}}$ — потери напора, которые подсчитываются приближенно по соотношениям, полученным для установившегося движения;

v — средняя скорость течения;

α — коэффициент кинетической энергии, учитывающий неравномерность распределения скоростей по сечению.

Рассмотрим пример вычисления давлений и построения пьезометрической линии (рис. 12-2).

Поршень, приводимый в движение с постоянным ускорением j, перемещает жидкость в трубе диаметра d, подключенной к резервуару, где уровень жидкости равен H_0.

Определить давление у поршня в тот момент, когда

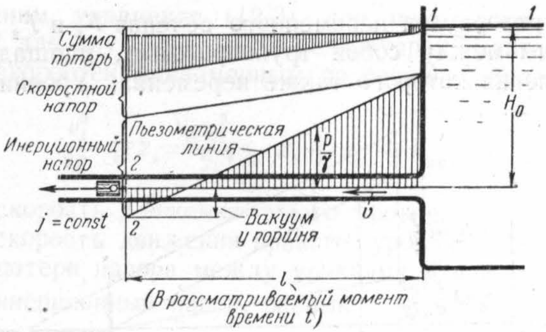


Рис. 12-2.

он достиг скорости v, находясь на расстоянии l от резервуара.

Построить пьезометрическую линию для этого момента времени.

Для заданного момента времени составим уравнение Бернулли для сечений $1-1$ (уровень в баке) и $2-2$ (у поршня).

Согласно (12-3) имеем:

$$\frac{p_1}{\gamma}+\alpha\frac{v_1^2}{2g}+H_0=\frac{p_2}{\gamma}+\alpha\frac{v_2^2}{2g}+\lambda\frac{l}{d}\frac{v_2^2}{2g}+l\frac{j}{g}.$$

Так как $p_1=p_{ат}$, $v_1=0$ и $\alpha\approx 1{,}0$ (где $p_{ат}$ — атмосферное давление), то вакуум у поршня равен:

$$V_2=\frac{p_{ат}-p_2}{\gamma}=\left(1+\lambda\frac{l}{d}\right)\frac{v_2^2}{2g}+\frac{l}{g}j-H_0.$$

Пьезометрическая линия построена на рис. 12-2. В рассмотренном случае инерция жидкого столба приводит к увеличению вакуума. Если ускорение поршня будет направлено в противоположную сторону, т. е. к баку, то инерция столба жидкости приведет к увеличению давления. Пьезометрическая линия для такого случая движения показана на рис. 12-3.

2. Распространенным примером неустановившегося течения является колебательное движение жидкости. Рассмотрим следующую задачу.

Два резервуара переменного сечения F_1 и F_2 (рис. 12-4) соединены между собой трубопроводом, площадь поперечного сечения которого также переменна. Уровни жидкости

Рис. 12-3.

в резервуарах выведены из положения равновесия так, что уровень в левом резервуаре находится на расстоянии z_1 от положения равновесия, а в правом — на расстоянии z_2.

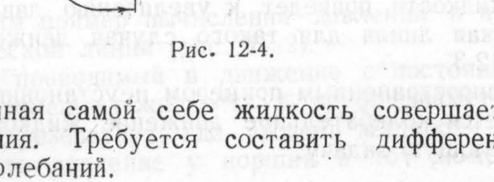


Рис. 12-4.

Предоставленная самой себе жидкость совершает свободные колебания. Требуется составить дифференциальное уравнение колебаний.

Применим уравнение (12-3) для некоторого момента времени t для двух уровней в резервуарах. Считая распределение скоростей равномерным по сечению, будем иметь:

$$\frac{v_1^2}{2g}+z_1=\frac{v_2^2}{2g}-z_2+h_{\text{п}}+h_{\text{ин}}, \qquad (12\text{-}4)$$

где v_1 — скорость движения левого уровня;

v_2 — скорость движения правого уровня;

$h_{\text{п}}$ — потери напора между уравнями *1* и *2*;

$h_{\text{ин}}$ — инерционный напор, равный

$$h_{\text{ин}}=\frac{1}{g}\int\limits_1^2\frac{\partial v_s}{\partial t}ds,$$

где v_s — скорость в поперечном сечении трубы, находящемся на расстоянии s от положения равновесия.

Так как

$$z_1+z_2=z$$

и

$$\frac{dz_1}{dt}+\frac{dz_2}{dt}=\frac{dz}{dt},$$

а по уравнению постоянства расхода

$$F_1v_1=F_2v_2$$

или

$$F_1\frac{dz_1}{dt}=F_2\frac{dz_2}{dt},$$

то

$$\frac{dz_1}{dt}=\frac{F_2}{F_1+F_2}\cdot\frac{dz}{dt}$$

и

$$\frac{dz_2}{dt}=\frac{F_1}{F_1+F_2}\cdot\frac{dz}{dt}.$$

Поэтому уравнение (12-4) переходит в следующее:

$$-\frac{F_1-F_2}{F_1+F_2}\cdot\frac{1}{2g}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2+z=h_{\text{п}}+\frac{1}{g}\int\limits_1^2\frac{\partial v_s}{\partial t}ds. \qquad (12\text{-}5)$$

Скорость v_s в рассматриваемом сечении трубопровода можно также выразить через $\frac{dz}{dt}$. По уравнению расхода имеем:

$$v_s f_s = v_1 F_1$$

или, так как

$$v_1 = \frac{dz_1}{dt},$$

$$v_s = -\frac{F_1}{f_s} \cdot \frac{dz_1}{dt} = -\frac{F_1 F_2}{f_s (F_1 + F_2)} \cdot \frac{dz}{dt},$$

следовательно, в рассматриваемый момент времени t

$$h_{\text{ин}} = \frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial v_s}{\partial t} ds = -\frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2} \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} \int_1^2 \frac{ds}{f_s}.$$

Подставляя полученное выражение инерционного напора в уравнение (12-5), получим дифференциальное уравнение колебаний в таком виде:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} \cdot \frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2} \int_1^2 \frac{ds}{f_s} - \frac{1}{2} \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 \frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2} + gz = gh_{\text{п}}. \qquad (12\text{-}6)$$

Для интегрирования этого уравнения необходимо прежде всего знать зависимость площади поперечного сечения трубопровода f_s от величины s.

Если в частном случае резервуары соединены трубой постоянного сечения f и длиной l, то интеграл, распространенный по всему занятому жидкостью пространству, можно положить равным

$$\int_1^2 \frac{ds}{f_s} = \frac{l}{f}$$

и тогда дифференциальное уравнение (12-6) упрощается, принимая следующий вид:

$$\frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2} \cdot \frac{l}{f} \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} - \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + gz = gh_{\text{п}}. \qquad (12\text{-}7)$$

Площади резервуаров F_1 и F_2 должны быть заданы как функции z. Однако для случая колебаний с малой амплитудой площади F_1 и F_2 можно полагать постоянными.

Интегрирование уравнения (12-7) для некоторых частных случаев колебаний приведено в задачах этой главы.

3. Другим примером неустановившегося движения является разгон жидкости после открытия трубопровода от состояния покоя до состояния установившегося движения. Время нарастания скорости от $v=0$ до $v=v_0$, где v_0 — скорость установившегося движения, называется временем стабилизации.

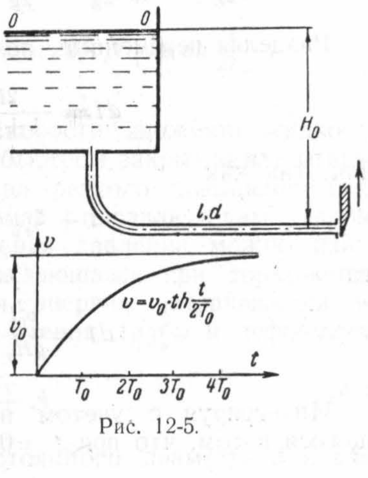


Рис. 12-5.

Рассмотрим следующую задачу.

Пусть задан трубопровод (рис. 12-5) длиной l и диаметром d, закрытый и подключенный к резервуару так, что в его конечном сечении напор равен H_0. Пусть затем, трубопровод мгновенно открывается.

Определим закон нарастания скорости истечения во времени и вычислим время стабилизации, предполагая режим движения турбулентным в течение всего процесса разгона и коэффициент трения λ постоянным. Потерями на входе в трубу для простоты рассуждений будем пренебрегать. Рассмотрим процесс истечения в некоторый произвольно выбранный момент времени t после открытия трубы.

Составим для этого момента времени уравнение Бернулли для сечений $0-0$ (уровень в баке) и выходного сечения потока:

$$H_0 = \frac{v^2}{2g} + \zeta_{тр}\frac{v^2}{2g} + \frac{l}{g}\cdot\frac{dv}{dt},$$

где v — скорость в трубе в рассматриваемый момент времени;

$\zeta_{тр}$ — коэффициент сопротивления трубы.

Но при установившемся движении

$$H_0 = \frac{v_0^2}{2g} + \zeta_{тр} \frac{v_0^2}{2g},$$

следовательно,

$$\frac{v_0^2}{2g} + \zeta_{тр} \cdot \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} + \zeta_{тр} \frac{v^2}{2g} + \frac{l}{g} \frac{dv}{dt}.$$

Разделяя переменные, получаем:

$$dt = \frac{2l}{1 + \zeta_{тр}} \frac{dv}{v_0^2 - v^2}$$

или, так как

$$1 + \zeta_{тр} = \frac{2gH_0}{v_0^2},$$

то

$$dt = \frac{v_0^2 l}{gH_0} \cdot \frac{dv}{v_0^2 - v^2}.$$

Интегрируя с учетом начального условия, заключающегося в том, что при $t = 0$ $v = 0$, получаем:

$$t = \frac{lv_0}{2gH_0} \ln \frac{v_0 + v}{v_0 - v}$$

или, обозначая $\frac{lv_0}{2gH_0} = T_0$, имеем: $t = T_0 \ln \frac{v_0 + v}{v_0 - v}$.

Решая последнее уравнение относительно v, получим:

$$v = v_0 \frac{e^{t/T_0} - 1}{e^{t/T_0} + 1}$$

или

$$v = v_0 \operatorname{th} \frac{t}{2T_0}.$$

Таким образом, средняя скорость жидкости в трубе стремится к установившейся скорости v_0 асимптотически по закону гиперболического тангенса (рис. 12-5).

Практически можно считать, что скорость достигает значения установившейся скорости при $t=4T_0$, так как для этого момента времени

$$v=0{,}96v_0.$$

Количество жидкости, вытекшее из трубы за время с момента ее открытия, равно:

$$W=\int_0^T Q\,dt=fv_0\int_0^T \operatorname{th}\frac{t}{2T_0}\,dt=2fv_0T_0\ln\operatorname{ch}\frac{t}{2T_0}.$$

4. При резком изменении скорости движения жидкости в трубопроводе (например, при быстром закрытии или открытии задвижки) возникает волна резкого повышения (или понижения) давления, называемая гидравлическим ударом.

Величину ударного повышения давления можно найти из того условия, что освобождающаяся при торможении жидкого столба кинетическая энергия затрачивается на работу деформации растяжения стенок трубы и деформации сжатия жидкости:

$$K=A_{\text{стен}}+A_{\text{жидк}}. \tag{12-8}$$

В случае трубопровода постоянного диаметра d и длины l

$$K=\frac{\pi d^2}{4}\cdot\rho l\frac{v^2}{2};$$

$$A_{\text{стен}}=\frac{p_{\text{уд}}^2}{4\delta^2}\cdot\frac{d^2}{2E}\pi dl\delta;$$

$$A_{\text{жидк}}=\frac{p_{\text{уд}}^2}{2K}\cdot\frac{\pi d^2}{4}\,l,$$

где $p_{\text{уд}}$ — ударное повышение давления в трубе;
v — уменьшение средней скорости в трубе при закрытии задвижки;
δ — толщина стенок трубы;
ρ — плотность жидкости;
K — объемый модуль упругости жидкости;
E — линейный модуль упругости металла стенок трубы.

После подстановки в (12-8) и простых преобразований, получим формулу Н. Е. Жуковского:

$$p_{уд} = v\rho a, \tag{12-9}$$

где a — скорость распространения ударной волны вдоль трубопровода, равная:

$$a = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{Kd}{E\delta}}}.$$

Формула (12-9) справедлива в том случае, когда закрытие задвижки происходит достаточно быстро, а именно, когда время закрытия $t_{закр} < \frac{2l}{a}$.

Необходимые для вычисления скорости a значения модулей упругости приведены в табл. 12-1.

Таблица 12-1

Материал стенок трубы	E, $кГ/см^2$	Жидкость	K, $кГ/см^2$	Примечание
Сталь	$2{,}1 \cdot 10^6$	Вода	$2{,}1 \cdot 10^4$	Температура 10° С, давление до 100 *ат*
Чугун	$0{,}9 \cdot 10^6$	Масло минеральное	$1{,}65 \cdot 10^4$	
Медь	$1{,}2 \cdot 10^6$	Глицерин	$4{,}55 \cdot 10^4$	
Железобетон .	$0{,}21 \cdot 10^6$	—	—	
Дюралюминий	$0{,}75 \cdot 10^6$	—	—	

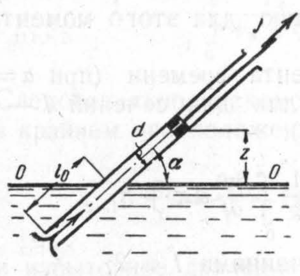
ЗАДАЧИ

Задача 12-1. В наклонной трубе ($\alpha = 45°$), диаметр которой $d = 60$ *мм*, движется, увлекая за собой воду, поршень с постоянным ускорением $j = м/сек^2$. Длина погруженной части трубы $l_0 = 2$ *м*.

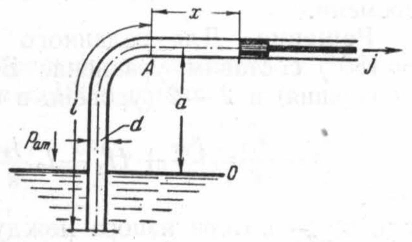
Определить, на какой высоте $z_{макс}$ над уровнем произойдет отрыв воды от поршня, если в начальный момент движения (при $t = 0$ и $z = 0$) скорость поршня $v = 0$ и если наибольший допустимый при заданной температуре вакуум $V_{макс} = 8$ *м вод. ст.*

Коэффициент сопротивления входа в трубу $\zeta_{вх} = 1{,}0$; коэффициент сопротивления трения в трубе принять равным $\lambda = 0{,}03$.

Ответ. $z_{макс} = 4{,}1$ *м.*



К задаче 12-1.



К задаче 12-2.

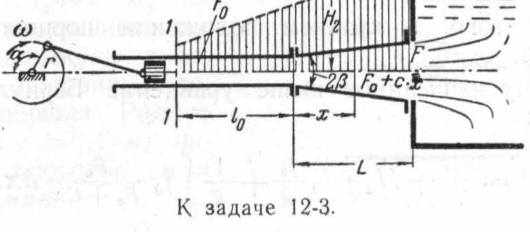
Задача 12-2. Поршень, двигаясь в трубе вправо от сечения A, увлекает за собой жидкость с постоянным ускорением $j = 1{,}5$ *м/сек*^{2}. В начальном положении при $x = 0$ скорость $v = 0$.

Определить место отрыва $x_{макс}$ жидкости от поршня, если относительный удельный вес жидкости $\delta = 0{,}8$, упругость ее насыщенных паров $p_{н.п} = 0{,}2$ *кГ/см*^{2} и атмосферное давление $p_{ат} = 1$ *кГ/см*^{2}. Диаметр трубы $d = 90$ *мм*, ее длина до сечения A равна $l = 5$ *м* и высота $a = 1$ *м*.

Коэффициент сопротивления трения $\lambda = 0{,}03$, коэффициент сопротивления входа в трубу $\zeta_{вх} = 1$.

Ответ. $x_{макс} = 7{,}5$ *м.*

Задача 12-3. Поршень, приводимый в движение кривошипно-шатунным механизмом, перемещает жидкость в трубе, заканчивающейся расходящимся коническим насад-



К задаче 12-3.

ком, подключенным к резервуару, где уровень жидкости постоянен.

Определить давление у поршня в тот момент, когда он находится в крайнем правом положении ($\alpha = 180^\circ$), и построить пьезометрическую линию для этого момента времени.

Решение. Для заданного момента времени (при $\alpha = 180^\circ$) составим уравнение Бернулли для сечений *1 — 1* (у поршня) и *2 — 2* (уровень в баке):

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_{\text{ат}}}{\gamma} + H_2 + l_0 \frac{j_0}{g} + \frac{1}{g} \int_0^L \frac{\partial v}{\partial t}\, dx + h_{1-2},$$

где h_{1-2} — потери напора между сечениями *1* и *2*;

j_0 — ускорение поршня (а, следовательно, и жидкости в трубе);

$\frac{\partial v}{\partial t}$ — переменное по длине конуса ускорение, равное:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = j_0 \frac{F_0}{F_\text{к}},$$

где $F_\text{к}$ — площадь поперечного сечения конуса на расстоянии x от входа;

F_0 — площадь поперечного сечения трубы.

Выражая площадь $F_\text{к}$ через координату x, имеем:

$$F_\text{к} = \frac{\pi}{4}(D_0 + kx)^2 = \frac{\pi D_0^2}{4} + \frac{\pi D_0}{2} kx + \frac{\pi k^2 \cdot x^2}{4},$$

где D_0 — диаметр трубы и $k = 2\,\mathrm{tg}\,\beta$. Считая угол конуса β малым, последний член можно отбросить, тогда

$$F_\text{к} = F_0 + Cx,$$

где

$$C = \frac{\pi D_0}{2} k.$$

Кроме того, в крайнем положении поршня скорость $v_1 = 0$ и $h_{1-2} = 0$.

Поэтому написанное выше уравнение Бернулли принимает вид:

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_{\text{ат}}}{\gamma} + H_2 + l_0 \frac{j_0}{g} + \frac{1}{g} \int_0^L j_0 \frac{F_0}{F_0 + Cx}\, dx,$$

где ускорение поршня равно $j_0 = -\omega^2 \cdot r$ (r — радиус кривошипа и ω — его угловая скорость).

Имеем:

$$\int_0^L \frac{F_0}{F_0 + Cx} = \frac{F_0}{C} \ln \frac{F_0 + CL}{F_0}.$$

Следовательно, искомое абсолютное давление у поршня в крайнем его положении ($\alpha = 180°$) равно:

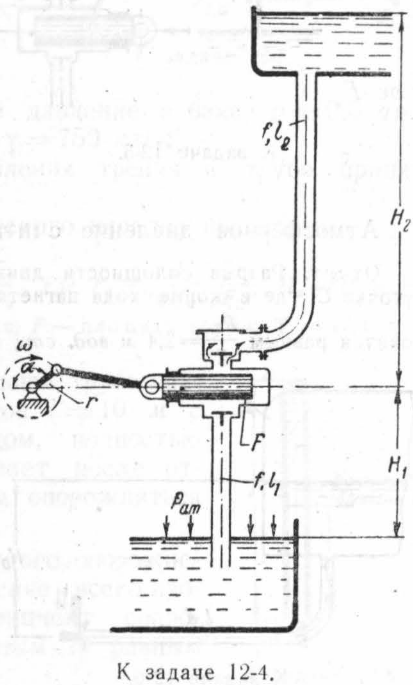
$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{p_{ат}}{\gamma} + H_2 - \frac{\omega^2 rl}{g} - \frac{\omega^2 rF_0}{gC} \ln \frac{F_0 + CL}{F_0}$$

и избыточное давление

$$\frac{p_{изб}}{\gamma} = \frac{p_1 - p_{аг}}{\gamma} = H_2 - \frac{\omega^2 r}{g} \left[l + \frac{F_0}{C} \ln \frac{F_0 + CL}{F_0} \right].$$

Пьезометрическая линия для этого положения поршня построена на рисунке к задаче 2-3.

Задача 12-4. Поршневой насос простого действия без воздушных колпаков перекачивает воду из нижнего бака в верхний, будучи расположен на высоте $H_1 = 2$ *м* над нижним уровнем. Уровень воды в верхнем баке выше оси насоса на $H_2 = 6{,}5$ *м*. Длина всасывающей трубы $l_1 = 3$ *м*, длина нагнетательной $l_2 = 7$ *м*, их площади поперечного сечения f одинаковы и составляют половину площади F поршня Радиус кривошипа $r = 0{,}1$ *м*, число его оборотов $n = 100$ *об/мин*.



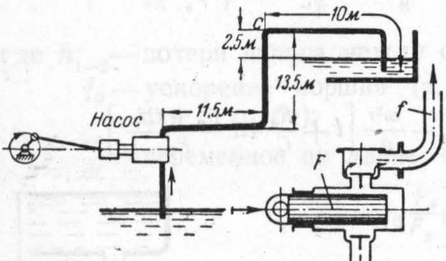
К задаче 12-4.

Требуется определить абсолютное давление p_x в рабочем цилиндре в начале хода всасывания и в конце хода нагнетания.

Ускорение поршня считать подчиняющимся закону косинусоиды: $j = \omega^2 r \cos\alpha$. Атмосферное давление принять равным 10 *м вод. ст.*

Ответ. $p_x = 0{,}132$ *кГ/см²* и $p_x = 0{,}1$ *кГ/см²*.

Задача 12-5. Однодействующий поршневой насос без воздушных колпаков присоединен к напорному трубопроводу длиной 35 *м*. В мертвой точке ускорение плунжера насоса $j = 2{,}5$ *м/сек²*.

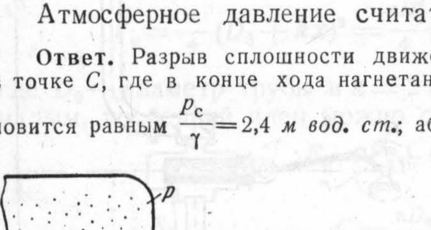


К задаче 12-5.

Указать место разрыва сплошности движения воды в напорном трубопроводе, сечение которого равно $\frac{1}{2}$ площади плунжера, считая, что разрыв наступает при снижении абсолютного давления до 2,6 *м вод. ст.*

Атмосферное давление считать равным 10 *м вод. ст.*

Ответ. Разрыв сплошности движения воды будет иметь место в точке *C*, где в конце хода нагнетания абсолютное давление становится равным $\frac{p_C}{\gamma} = 2{,}4$ *м вод. ст.*; абсолютное давление у поршня равно $\frac{p}{\gamma} = 3{,}2$ *м вод. ст.*



К задаче 12-6.

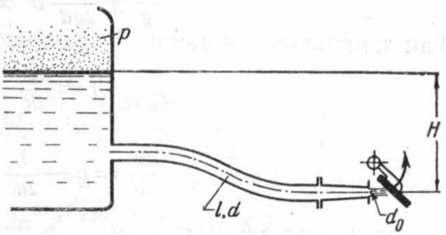
Задача 12-6. Дозирующее устройство практически мгновенно открывает трубу ($l = 50$ *м*, $d = 60$ *мм*) и затем также мгновенно вновь ее закрывает.

Определить избыточное давление, которое должно быть создано в резервуаре, чтобы за время $T=2$ *сек*, в течение которого труба остается открытой, вытекшее количество жидкости составляло $W=12$ *л*. Высота уровня в резервуаре $H_0=1$ *м*.

Коэффициент сопротивления трения в трубе принять $\lambda=0{,}03$, потерей входа пренебречь.

Ответ. $p=1{,}45$ *ати*.

Задача 12-7. Открытие бензинопровода длины $l=50$ *м* и диаметра $d=60$ *мм*, снабженного коническим насадком выходного диаметра $d_0=45$ *мм*, производится при помощи быстродействующего затвора.



К задаче 12-7.

Определить, какое количество бензина поступит из бака за время $T=5$ *сек* с момента открытия затвора, если уровень бензина в баке $H=1{,}5$ *м*, а избыточное давление в баке $p=0{,}5$ *ати*.

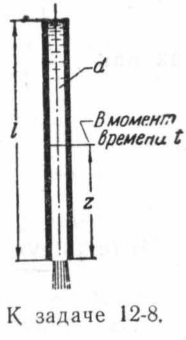
Удельный вес бензина $\gamma=750$ *кг/м*^{3}.

Коэффициент сопротивления трения в трубе принять $\lambda=0{,}03$.

Сопротивлением конического насадка пренебречь.

Ответ. $W=2fv_0T_0\ln\operatorname{ch}\frac{T}{T_0}$, где $T_0=\frac{v_0 l}{2gH_0}\cdot\frac{f}{F}$; $H_0=H+\frac{p}{\gamma}$; f — площадь выхода из насадка; F — площадь трубы; $W=17{,}3$ *л*.

Задача 12-8. Вертикальная труба диаметром $d=50$ *мм* длиной $l=10$ *м* с открытым верхним концом, полностью заполненная водой, начинает после открытия нижнего ее конца опорожняться в атмосферу.



К задаче 12-8.

Определить время полного опорожнения трубы, приняв в течение всего процесса опорожнения коэффициент сопротивления трения постоянным и равным $\lambda=0{,}025$.

Решение. Поместив начало координат у нижнего конца трубы и направив ось z вверх, составим для произвольного момента времени уравнение Бернулли с инерционным членом:

$$\frac{p_0}{\gamma}+\frac{v^2}{2g}+z=\frac{p_0}{\gamma}+\frac{v^2}{2g}+\lambda\frac{z}{d}\frac{v^2}{2g}+z\frac{j}{g},$$

откуда

$$z=\lambda\frac{z}{d}\frac{v^2}{2g}+z\frac{j}{g},$$

или

$$\frac{j}{g}+\frac{\lambda}{2gd}v^2=1.$$

Так как

$$j=\frac{dv}{dt},$$

то

$$\frac{dv}{dt}=g-\frac{\lambda}{2d}v^2.$$

Обозначая $\frac{\lambda}{2d}=k$ и $\frac{g}{k}=a^2$,

получаем:

$$\frac{dv}{a^2-v^2}=k\,dt.$$

Интеграл этого уравнения с учетом начального условия (при $t=0$, $v=0$) равен:

$$\frac{1}{2a}\ln\frac{a+v}{a-v}=kt$$

или

$$v=a\frac{e^{2akt}-1}{e^{2akt}+1}.$$

Так как

$$v=-\frac{dz}{dt},$$

то

$$\frac{dz}{dt}=-a\frac{e^{2akt}-1}{e^{2akt}+1}.$$

Интегрируя еще раз, получаем:

$$z=at-\frac{1}{k}\ln\left(1+e^{2akt}\right)+C.$$

Для нахождения постоянной C используем условие: при $t=0$ $z=l$; тогда

$$C=l+\frac{1}{ak}\ln 2.$$

Подставляя C в интеграл уравнения и возвращаясь к исходным обозначениям, получим:

$$z=\sqrt{\frac{g}{k}}\,t-\frac{1}{k}\ln\left(\frac{1+e^{2\sqrt{gkt}}}{2}\right)+l.$$

Время полного опорожнения T найдем, полагая $z=0$. Имеем:

$$\sqrt{gkT}+kl=\ln\left(\frac{e^{2\sqrt{gkT}}+1}{2}\right)$$

или

$$e^{2\sqrt{gkT}}-2e^{kl}e^{\sqrt{gkT}}+1=0,$$

откуда

$$T=\frac{1}{\sqrt{kg}}\ln\left(e^{lk}+\sqrt{e^{2kl}-1}\right).$$

Предполагая трение отсутствующим ($k=0$), получим из последней формулы после раскрытия неопределенности:

$$\lim_{k\to 0}T=\sqrt{\frac{2l}{g}},$$

т. е. T равно времени свободного падения тела в пустоте на пути l.

Подставляя числовые значения, найдем:

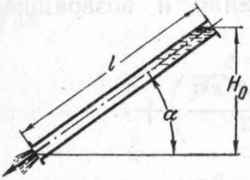
$$k=\frac{0,025}{2\cdot 0,05}=0,25\ 1/м$$

и

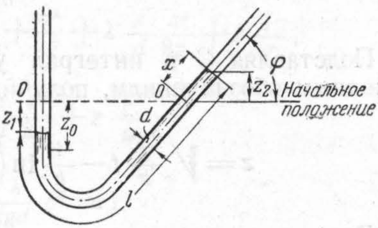
$$T=\frac{1}{\sqrt{0,25\cdot 9,81}}\cdot\ln\left(e^{2,5}+\sqrt{e^{5}-1}\right)=2\ сек.$$

Задача 12-9. Определить время полного опорожнения трубы с момента открытия ее нижнего конца, если ее длина $l = 10$ *м* и угол наклона к горизонту $\alpha = 45°$. Гидравлическим сопротивлением трубы пренебрегать.

Ответ. $T_0 = 1{,}7$ *сек.*



К задаче 12-9.



К задаче 12-10.

Задача 12-10. Жидкость, находящаяся в изогнутой трубке, будучи выведена из начального положения равновесия на величину z_0 (начальная амплитуда), совершает затем колебательное движение около этого положения.

Определить период колебания жидкого столба, предполагая трение отсутствующим.

Решение. Пусть в некоторый момент времени вертикальное отклонение левого столба от начального положения равно z_1, а правого z_2, причем $z_2 = x\sin\varphi$, где x — отклонение, измеренное вдоль трубки.

Тогда, применяя для обоих концов жидкого столба уравнение (12-2), будем иметь:

$$\frac{p_0}{\gamma} - z_1 = \frac{p_0}{\gamma} + x\sin\varphi + \frac{l}{g}\frac{d^2x}{dt^2};$$

но $z_1 = x$, следовательно,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + g\frac{1+\sin\varphi}{l}x = 0.$$

Мы получили дифференциальное уравнение, имеющее вид дифференциального уравнения упругих колебаний.

Решение этого уравнения имеет вид:

$$x = x_0\cos kt,$$

где

$$k = \sqrt{\frac{g(1+\sin\varphi)}{l}}$$

и

$$x_0 = z_0$$

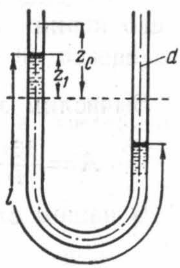
— начальная амплитуда.

Следовательно, период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g(1+\sin\varphi)}}.$$

Заметим, что для U-образной трубки ($\varphi = 90°$) $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$, т. е. период колебаний жидкого столба равен периоду колебаний маятника, длина которого равна половине длины столба жидкости.

Задача 12-11. Заполняющая U-образную трубку жидкость, будучи выведена из положения равновесия (начальная амплитуда $z_0 = 10$ *см*), совершает затем колебательное движение.



К задаче 12-11.

Определить период колебания, а также амплитуду z' в конце первого периода, если диаметр трубки $d = 1$ *см*, длина жидкого столба $l = 60$ *см* и кинематический коэффициент вязкости жидкости $\nu = 0{,}1$ *см²/сек*.

Закон сопротивления считать ламинарным.

Решение. Воспользуемся уравнением (12-7).

Полагая $F_1 = F_2 = f$, имеем:

$$\frac{l}{2}\frac{d^2z}{dt^2} + gz = gh_п,$$

где f — площадь трубки и $h_п$ — потери напора.

Так как течение принимается ламинарным, то

$$h_п = 32\frac{\nu l v}{gd^2},$$

где скорость

$$v = -\frac{dz_1}{dt} = -\frac{1}{2}\frac{dz}{dt}$$

(z_1 — координата, отсчитываемая по вертикали от положения равновесия, а $z = 2z_1$ — вертикальное расстояние между уровнями), а потому дифференциальное уравнение имеет вид:

$$\frac{d^2z}{dt^2}+32\frac{\nu}{d^2}\frac{dz}{dt}+\frac{2g}{l}z=0.$$

Введем обозначения:

$$\frac{32\nu}{d^2}=2A \text{ и } \frac{2g}{l}=B^2.$$

Тогда получаем линейное однородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами:

$$\frac{d^2z}{dt^2}+2A\frac{dz}{dt}+B^2=0. \qquad (*)$$

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$r^2+2Ar+B^2=0,$$

а его корни

$$r_1, r_2=-A\pm\sqrt{A^2-B^2}.$$

Вычислим значения коэффициентов A и B:

$$A=\frac{16\nu}{d^2}=1{,}6\ ^1/сек; \quad B=\sqrt{\frac{2g}{l}}=5{,}71\ ^1/сек.$$

В нашем случае

$$A<B \text{ и } A^2-B^2<0.$$

Обозначим для краткости

$$\sqrt{B^2-A^2}=C.$$

Тогда решение дифференциального уравнения (*) будет иметь вид:

$$z=z_0e^{-At}\left(\cos Ct-\frac{A}{C}\sin Ct\right).$$

Мы получили затухающие колебания с периодом колебания

$$T=\frac{2\pi}{C}=\frac{2\pi}{\sqrt{B^2-A^2}}.$$

Амплитуда колебаний из-за множителя e^{-At} с течением времени убывает. В конце первого периода при $t=T$ амплитуда равна:

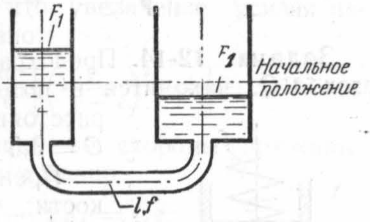
$$z'=z_0e^{-At}.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$C = 5{,}4\ 1/сек;\quad T = 1{,}16\ сек;\quad e^{-At} = 0{,}155 \text{ и } z' = 0{,}15 z_0,$$

т. е. колебания будут весьма интенсивно затухать.

Задача 12-12. Жидкость, заполняющая два соединенных между собой резервуара, будучи выведена из положения равновесия, начинает совершать свободные колебания около этого положения. Пренебрегая сопротивлением, определить период колебания жидкости, если резервуары имеют поперечные сечения F_1 и F_2 и соединены трубой, длина которой l, а площадь поперечного сечения f во много раз меньше площади каждого из резервуаров.



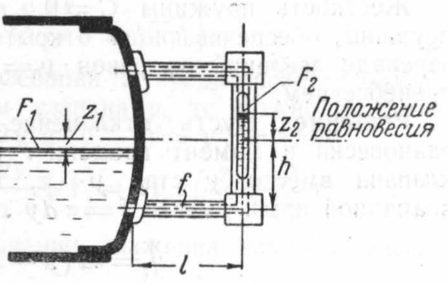
К задаче 12-12.

Указание. Воспользоваться уравнением (12-7) и пренебречь членом, содержащим $\left(\frac{dz}{dt}\right)^2$.

Ответ. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{lF_1F_2}{gf(F_1+F_2)}}$

Задача 12-13. К паровому котлу с площадью зеркала F_1 подключено водомерное стекло с площадью поперечного сечения F_2. Соединительная трубка длиной l имеет площадь поперечного сечения f.

Пренебрегая сопротивлениями и считая амплитуду колебаний малой, определить период колебания жидкости в водомерном стекле.

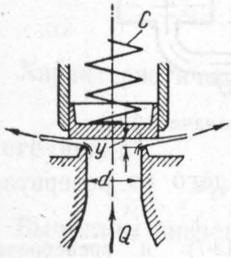


К задаче 12-13.

Указание. Воспользоваться уравнением (12-6), пренебречь членом, содержащим $\left(\frac{dz}{dt}\right)^2$, а также учитывая, что $F_1 \gg F_2$ и что амплитуда колебаний мала, пренебречь в интеграле $\int\limits_1^2 \frac{ds}{f}$ величиной z_2 по сравнению с h.

Ответ. $T = 2\pi \sqrt{\dfrac{h + \dfrac{F_2}{f} l}{g}}$.

Задача 12-14. Предохранительный клапан, пропуская расход Q, находится в потоке жидкости в равновесии на расстоянии y от седла. Вес клапана $G = 0{,}5$ *кг*.



К задаче 12-14.

Пренебрегая сжимаемостью жидкости, составить дифференциальное уравнение колебаний выведенного из положения равновесия клапана и определить частоту его колебаний, считая, что сила трения, действующая на клапан, линейно зависит от его скорости

$$T = \vartheta\, u(t),$$

где $u(t)$ — переменная во времени скорость колеблющегося клапана;

ϑ — коэффициент демпфирования, равный $\vartheta = 0{,}05$ *кГ·сек/см*.

Жесткость пружины $C = 0{,}5$ *кГ/см*; начальный натяг пружины, обеспечивающий открытие клапана при заданном перепаде давлений p_0, равен $y_0 = 50$ *мм*. Массой пружины пренебрегаем.

Решение. Пусть отклонение клапана от положения равновесия в момент времени t равно z, так что подъем клапана вместо y стал $y - z$. Тогда проходное сечение клапанной щели вместо $f = \pi dy$ стало

$$f_t = \pi d\,(y - z).$$

Полагая коэффициент сжатия струи при истечении из-под клапана неизменным, получим, что скорость истечения выросла в $\frac{y}{y-z}$ раз, а давление под клапаном возросло в $\left(\frac{y}{y-z}\right)^2$ раз. Таким образом, если давление под клапаном в положении его равновесия было равно p, то при отклонении на величину z от этого положения оно стало:

$$p_t = p\left(\frac{y}{y-z}\right)^2.$$

Можно приближенно считать, что увеличение усилия на клапан со стороны жидкости равно:

$$\Delta P_{\text{ж}} = (p_t - p)\frac{\pi d^2}{4} = p\frac{\pi d^2}{4}\left[\left(\frac{y}{y-z}\right)^2 - 1\right].$$

Уменьшение усилия на клапан со стороны пружины при уменьшении его подъема на z равно:

$$\Delta P_{\text{пруж}} = (y_0 + z)\cdot C - y_0 C = Cz.$$

Восстанавливающая сила, которая возникает на клапане при отклонении от положения равновесия, равна:

$$\Delta P = \Delta P_{\text{ж}} + \Delta P_{\text{пруж}} = p\frac{\pi d^2}{4}\left[\left(\frac{y}{y-z}\right)^2 - 1\right] + Cz,$$

но

$$p\frac{\pi d^2}{4} = C(y_0 + z),$$

следовательно,

$$\Delta P = C(y_0 + y)\left[\left(\frac{y}{y-z}\right)^2 - 1\right] + Cz = Cz\left[(y_0 + y)\frac{2y - z}{(y-z)^2} + 1\right].$$

Так как амплитуда колебаний z предполагается малой по сравнению с подъемом клапана y, то можно приближенно полагать $2y - z \approx 2y$ и $(y-z)^2 \approx y^2$; поэтому

$$\Delta P \approx Cz\left[\frac{(y_0 + y)\,2y}{y^2} + 1\right] = Cy_0 z\left(\frac{2}{y} + \frac{3}{y_0}\right).$$

Дифференциальное уравнение движения клапана, масса которого m, имеет вид:

$$m\frac{d^2 z}{dt^2} = -T - \Delta P;$$

$$m\frac{d^2 z}{dt^2} + \vartheta\frac{dz}{dt} + Cy_0 z\left(\frac{2}{y} + \frac{3}{y_0}\right) = 0.$$

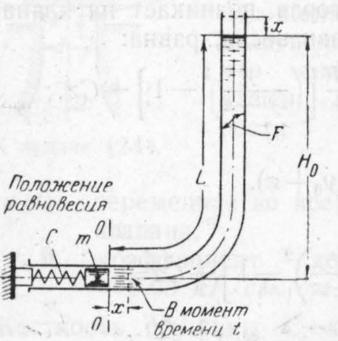
или
$$\frac{d^2z}{dt^2}+2A\frac{dz}{dt}+B^2z=0,$$

где для краткости положено:
$$A=\frac{\vartheta}{2m} \text{ и } B^2=\frac{Cy_0}{m}\left(\frac{2}{y}+\frac{3}{y_0}\right).$$

Вычисляя, имеем:
$$A=49 \ 1/сек;\ B^2=2\,800 \ 1/сек^2;\ B^2-A^2=400 \ 1/сек^2.$$

Период колебания
$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{B^2-A^2}}=0{,}314 \ сек.$$

Задача 12-15. Система, состоящая из пружины, поршня и жидкого столба длиной L, выведена из состояния покоя и затем совершает свободные колебания.



К задаче 12-15.

Определить закон движения жидкости и вычислить период колебания, если масса поршня m и площадь поперечного сечения трубки f. Режим течения считать ламинарным; плотность и вязкость жидкости ρ и ν.

Сравнить с периодом колебаний, вычисленным в предположении отсутствия трения.

Решение. Пусть в некоторый момент времени t, выведенный из положения равновесия поршень, масса которого m, двигаясь вправо, находится на расстоянии x от положения равновесия и пусть избыточное давление жидкости на поршень в этот момент равно p. Тогда дифференциальное уравнение движения поршня будет иметь вид:
$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-Cx-pF,$$

или
$$m\frac{d^2x}{dt^2}+pF+Cx=0, \qquad (1)$$

где C — жесткость пружины.

Давление p на поршень найдем, применяя уравнение (12-3) для сечения у поршня и свободной поверхности в трубке:

$$\frac{p}{\gamma}=H_0+x+h_{п}+h_{ин},$$

где $h_{п}$ — потеря напора в трубке, равная для ламинарного движения:

$$h_{п}=8\frac{\pi\nu L}{gF}\cdot\frac{dx}{dt}$$

и $h_{ин}$ — инерционный напор, равный

$$h_{ин}=\frac{L}{g}\frac{d^2x}{dt^2}.$$

Подставляя значения потерь и инерционного напора в уравнение Бернулли, получаем:

$$\frac{p}{\gamma}=H_0+x+8\frac{\pi\nu L}{gF}\cdot\frac{dx}{dt}+\frac{L}{g}\cdot\frac{d^2x}{dt^2}. \qquad (2)$$

Внося теперь уравнение (2) в (1), получим дифференциальное уравнение движения системы:

$$(m+\rho LF)\frac{d^2x}{dt^2}+8\frac{\pi\mu L}{F}\cdot\frac{dx}{dt}+(C+\gamma F)x+\gamma FH_0=0.$$

Разделив все члены уравнения на $m+\rho LF$, будем иметь:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+8\frac{\pi\mu L}{(m+\rho LF)F}\cdot\frac{dx}{dt}+\left(\frac{C+\gamma F}{m+\rho LF}\right)x+\frac{\gamma FH_0}{m+\rho LF}=0. \qquad (3)$$

Удобно ввести новое переменное

$$s=x+\frac{\gamma FH_0}{m+\rho LF},$$

тогда уравнение (3) превращается в однородное линейное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2s}{dt^2}+2A\frac{ds}{dt}+B^2s=0,$$

где обозначено:

$$2A=8\frac{\pi\mu L}{(m+\rho LF)F}$$

и

$$B^2 = \frac{C + \gamma F}{m + \rho LF}.$$

Если $B^2 > A$, то период колебаний (см. задачу 12-11), равен:

$$T = 2\pi \frac{1}{\sqrt{\frac{C+\gamma}{m+\rho LF} - \left[\frac{4\pi\mu L}{(m+\rho LF)F}\right]^2}}.$$

При отсутствии сопротивления период колебания равен:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m+\rho LF}{C+\gamma F}}.$$

Составим отношение периодов колебания:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{16\pi^2\mu^2L^2}{(m+\rho LF)F^2(C+\gamma F)}}}.$$

Эту задачу можно решить короче, используя аналогию с задачей механики о колебаниях груза массой M_0, подвешенного на пружине жесткостью C_0. Период собственных колебаний груза при отсутствии сопротивления, как известно, равен:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M_0}{C_0}}.$$

В нашем случае масса груза есть масса поршня (массой пружины пренебрегаем) плюс масса водяного столба ρLF.

Что же касается жесткости C_0, то она равна жесткости нашей пружины C плюс отнесенное к единице перемещения водяного столба изменение усилия на поршень вследствие изменения напора H_0 при колебаниях:

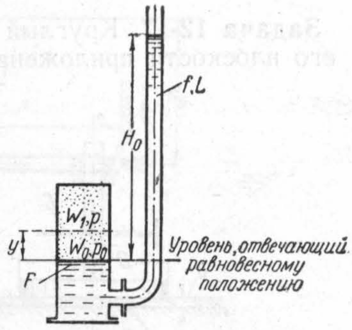
$$C_0 = C + \frac{xF\gamma}{x} = C + F\gamma.$$

Следовательно, имеем:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m+\rho LF}{C+\gamma F}}.$$

Задача 12-16. Жидкость в трубе, подключенной к воздушному колпаку поршневого насоса, выведена из положения равновесия. Пренебрегая сопротивлением, определить частоту собственных колебаний жидкости, если длина трубы, заполненной жидкостью, равна L, площадь ее поперечного сечения f, площадь сечения колпака равна F и объем воздуха в колпаке при равновесном положении уровней равен W_0.

Высота столба жидкости, соответствующая давлению в колпаке в положении равновесия, равна H_0. Инерцией жидкости в колпаке пренебречь, считая площадь поперечного сечения колпака значительно большей, чем площадь поперечного сечения трубы.



К задаче 12-16.

Решение. Задачу решим, представив находящийся в колпаке воздух как пружину. Вычислим жесткость C_0 такой „пневматической пружины“.

В положении равновесия объем воздуха в колпаке W_0 и абсолютное давление p_0.

Пусть при отклонении уровня воды вверх на величину y от положения равновесия объем воздуха станет W и давление будет p.

Тогда, принимая процесс сжатия газа изотермическим, можем записать:

$$pW_1 = p_0 W_0,$$

откуда

$$p = p_0 \frac{W_0}{W_1} = p_0 \frac{W_0}{W_0 - Fy} = p_0 \frac{1}{1 - \frac{F_0}{W_0} y} \approx p_0 \left(1 + \frac{F}{W_0} y\right).$$

Следовательно, увеличение давления равно:

$$p - p_0 = \frac{F p_0}{W_0} y,$$

Поэтому жесткость „пневматической пружины“, пересчитанная на перемещение s воды в трубке, равна:

$$C_0 = \frac{(p - p_0) F y}{s^2} = \frac{\gamma H_0}{W_0} f^2,$$

где

$$s = y \frac{F}{f}.$$

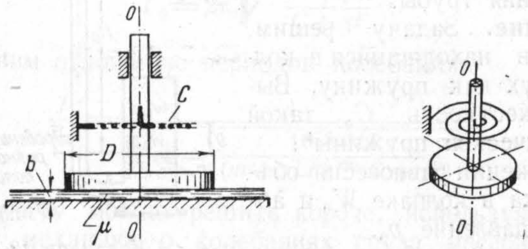
Масса колеблющегося на этой „пружине“ груза

$$M_0 = Lf\frac{\gamma}{g},$$

поэтому частота собственных колебаний жидкости равна:

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C_0}{M_0}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{H_0 f g}{W_0 L}}.$$

Задача 12-17. Круглый диск ($D = 150$ *мм*), к которому в его плоскости приложена и внезапно удалена пара сил,



К задаче 12-17.

совершает крутильные колебания относительно оси $O—O$. Затухание колебаний происходит благодаря трению в вязком слое жидкости по торцу диска.

Пренебрегая массой стержня, определить частоту крутильных колебаний, если вес диска $G = 1$ *кг*, вязкость жидкости $\mu = 0{,}01$ *кГ·сек/м²* и толщина жидкого слоя $b = 0{,}5$ *мм*. Жесткость пружины $C = 0{,}01$ *кГ·м/рад*.

Течение в вязком слое считать ламинарным.

При какой вязкости движение диска станет апериодическим?

Решение. Дифференциальное уравнение колебаний имеет вид:

$$I\cdot\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \vartheta\frac{d\varphi}{dt} + C\varphi = 0,$$

где φ — угол закручивания диска;

I — момент инерции диска относительно оси $O—O$;

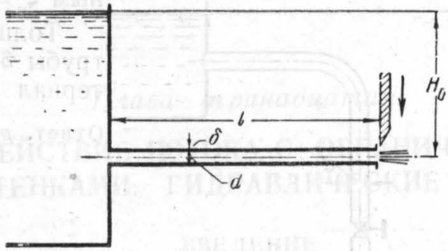
ϑ — фактор демпфирования: $\vartheta = \frac{\pi}{16}\mu\frac{D^4}{b}$;

C — жесткость пружины.

Частота колебаний

$$n=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{C}{I}-\frac{\vartheta^2}{4I^2}}=0{,}77\ 1/сек.$$

Задача 12-18. Трубопровод, имеющий размеры $l=20$ *м* и $d=50$ *мм* и подключенный к баку под напором $H_0=4$ *м*, мгновенно закрывается.



К задаче 12-18.

Определить скорость распространения ударной волны и величину ударного повышения давления, если толщина стенок трубы $\delta=6$ *мм* и материал ее—сталь.

Как изменяется ударное давление, если стальная труба будет заменена чугунной тех же размеров? Коэффициент сопротивления трения принять равным $\lambda=0{,}03$.

Ответ. Для стальной трубы $a=1\,365$ *м/сек* и $p_{уд}=35{,}6$ *ати*.

Задача 12-19. Центробежный насос подает воду на высоту $H_0=16$ *м* по трубопроводу, имеющему общую длину $l=105$ *м* и внутренний диаметр $d=75$ *мм*.

Внезапно двигатель насоса отключается от сети.

Некоторое время столб воды в трубопроводе продолжает двигаться за счет инерции в прежнем направлении, но затем скорость движения уменьшается до нуля, после чего движение жидкости происходит в обратном направлении под действием напора H_0. В этот момент происходит закрытие обратного клапана, установленного в нижнем конце трубы, и возникает гидравлический удар.

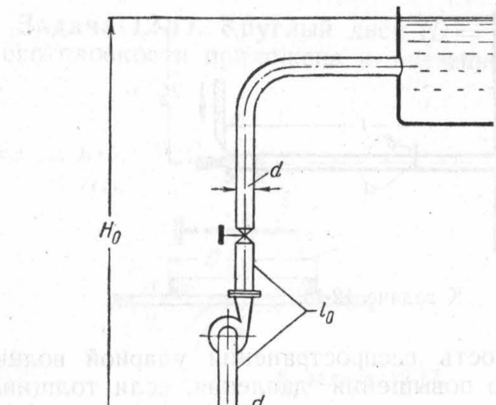
Требуется определить величину ударного повышения давления, если обратный клапан закрылся через $T=1$ *сек* после начала движения жидкости в обратном направлении.

При движении жидкости через насос последний следует рассматривать как местное сопротивление с коэффициентом сопротивления $\zeta = 10$.

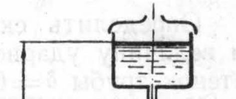
Коэффициет сопротивления задвижки $\zeta_з = 4$, коэффициент трения в трубе принять равным $\lambda = 0{,}025$. Коэффициент сопротивления обратного клапана, проходное сечение которого равно площади сечения трубы, принять равным $\zeta_к = 2$.

Толщина стенок трубы $\delta = 4$ *мм*, материал ее — сталь.

Ответ. $p_{уд} = 17{,}8$ *ати*.



К задаче 12-19.



К задаче 12-20.

Задача 12-20. Смазка параллелей ползуна производится из масленки самотеком по трубке диаметром $d = 6$ *мм* и длиной $l = 1$ *м* через отверстие, периодически открываемое ползуном.

Определить количество поступающего из масленки смазочного масла, если в течение одного оборота коленчатого вала, приводящего ползун в движение, отверстие остается открытым в течение $T = 1$ *сек*.

Вязкость масла $\nu = 0{,}5$ *см²/сек*, напор $H_0 = 0{,}8$ *м*. Движение жидкости полагать ламинарным, пренебрегая кинетической энергией выхода из трубки.

Ответ. $W = fv_0\left[T - \dfrac{d^2}{32\nu} + \dfrac{d^2}{32\nu e^{\frac{32\nu T}{d^2}}}\right] = 4{,}6\ см^3,$

где v_0 — скорость установившегося течения, и $f = \dfrac{\pi d^2}{4}$.

Глава тринадцатая

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОТОКА С ОГРАНИЧИВАЮЩИМИ ЕГО СТЕНКАМИ. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ МАШИНЫ

ВВЕДЕНИЕ

1. Результирующая сила R действия потока на стенки неподвижного канала (реакция потока) при установившемся движении жидкости определяется по теореме количеств движения векторным уравнением (рис. 13-1)

$$\overline{R} = \rho Q\overline{v}_1 - \rho Q\overline{v}_2 + \overline{P}_1 + \overline{P}_2 + \overline{G}, \qquad (13\text{-}1)$$

где $\rho Q\overline{v}_1$ и $\rho Q\overline{v}_2$ — векторы секундных количеств движения потока, т. е. количеств движения массы жидкости, протекающей в единицу времени через входное и выходное сечения канала (Q расход и ρ — плотность жидкости; v_1 и v_2 — средние скорости в этих сечениях);

$\overline{P}_1$ и $\overline{P}_2$ — силы давления, действующие во входном и выходном сечениях канала на заполняющую его жидкость ($P_1 = p_1F_1$ и $P_2 = p_2F_2$, где F — площадь соответствующего сечения и p — давление в центре тяжести этой площади);

$\overline{G}$ — сила веса жидкости, заполняющей канал.

В этом уравнении вектор $\overline{R}_д = \rho Q\overline{v}_1 - \rho Q\overline{v}_2$ — динамическая слагающая реакции потока на стенки канала, определяемая изменением секундного количества движения потока при протекании жидкости по каналу. Вектор $\overline{R}_{ст}=\overline{P}_1+$ $+\overline{P}_2+\overline{G}_2$ — статическая слагающая реакции потока.

Уравнение применимо к потоку, удовлетворяющему во входном и выходном сечениях условию плавной изменяемости (малая кривизна линий тока и малые углы между ними) с достаточно равномерным распределением скоростей в этих сечениях.

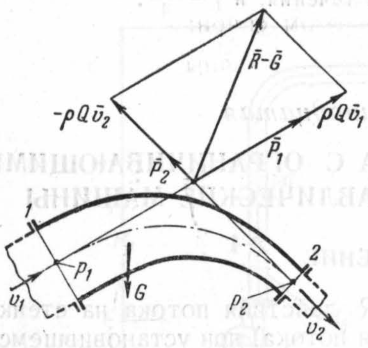


Рис. 13-1.

Для определения суммарной силы, воспринимаемой стенками канала, на несмоченную поверхность которых действует атмосферное давление $p_{ат}$, в формуле (13-1) силы давления P_1 и P_2 следует определять по избыточным давлениям $p_{и1}=p_1-p_{ат}$ и $p_{и2}=p_2-p_{ат}$. Если в центре одного из сечений имеется вакуум ($p_и<0$), сила избыточного давления в этом сечении имеет направление, противоположное указанным на рис. 13-1.

Силу R можно определять непосредственно геометрическим суммированием слагающих ее векторов по уравнению (13-1) или пользуясь методом проекций на координатные оси. В зависимости от величины и ориентации слагающих векторов суммарное воздействие потока и внешнего давления на стенки может сводиться к силе, моменту или динаме.

Если в канале происходит слияние или разделение потоков, сила R определяется из векторного соотношения

$$\overline{R}=\sum_1^k \rho Q_{1i}\overline{v}_{1i}-\sum_1^n \rho Q_{2i}\overline{v}_{2i}+\sum_1^k \overline{P}_{1i}+\sum_1^n \overline{P}_{2i}+\overline{G}, \quad (13\text{-}2)$$

где k — число входных;

n — число выходных сечений канала.

2. Рассмотрим некоторые примеры определения реакции потока на стенки каналов:

1) Сходящийся насадок с выходом в атмосферу (рис. 13-2). Применяя уравнение (13-1) в проекциях на горизонтальную ось насадка, получим величину осевой силы, действующей на его стенки:

$$R = p_и F_1 - \rho Q (v_2 - v_1),$$

где F_1 — площадь входного сечения насадка;

$p_и$ — избыточное давление в этом сечении.

Величины, входящие в формулу, связаны уравнением Бернулли:

$$\frac{p_и}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g}(1+\zeta),$$

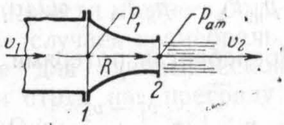


Рис. 13-2.

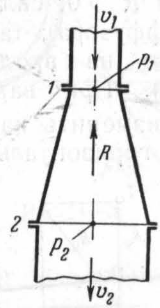


Рис. 13-3.

где ζ — коэффициент сопротивления насадка, и уравнением расхода

$$Q = v_1 F_1 = v_2 F_2.$$

Пренебрегая незначительным сопротивлением насадка, получим после преобразований:

$$R = \rho \frac{v_2^2}{2} \frac{(F_1 - F_2)^2}{F_1},$$

где F_2 — площадь выходного сечения насадка.

Можно видеть, что результат справедлив при любом соотношении F_1 и F_2, в частности, также и для расходящихся насадков ($F_2 > F_1$); во всех случаях сила R направлена к выходному сечению.

2) Диффузор в трубопроводе (рис. 13-3). Сила, воспри нимаемая вертикальным диффузором, действует вдоль ег-

Для стенки, перпендикулярной к струе,

$$R = \rho Q v = \rho F v^2. \qquad (13\text{-}6)$$

Сила действия струи на симметричную криволинейную стенку, которая делит струю на две части, отклоняемые на

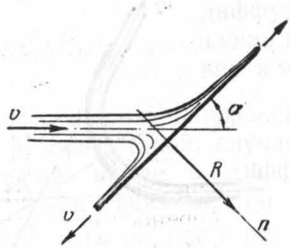


Рис. 13-6.

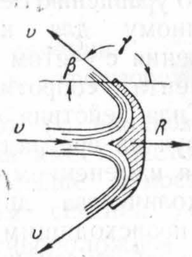


Рис. 13-7.

одинаковые углы γ ($\gamma = 180^\circ - \beta$, где β — дополнительный угол выходного элемента стенки, рис. 13-7), равна:

$$R = \rho Q v (1 - \cos\gamma) = \rho Q v (1 + \cos\beta). \qquad (13\text{-}7)$$

Сила получается наибольшей при отклонении струи на угол $\gamma = 180^\circ$:

$$R = 2\rho Q v.$$

4. При установившемся движении жидкости в канале, перемещающемся прямолинейно и поступательно с постоянной скоростью u, сила R определяется из уравнения (13-1), в котором динамическая реакция потока равна изменению его секундного количества движения, вычисляемого по отношению к подвижным стенкам:

$$R = \rho Q_w \overline{w}_1 - \rho Q_w \overline{w}_2 + \overline{P}_1 + \overline{P}_2 + \overline{G}. \qquad (13\text{-}8)$$

Здесь $\overline{w}_1$ и $\overline{w}_2$ — векторы относительных скоростей во входном и выходном сечениях канала,

Q_w — расход жидкости в канале:

$$Q_w = w_1 F_1 = w_2 F_2.$$

Уравнение Бернулли для рассматриваемого случая относительного движения жидкости имеет вид:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} + h_п, \qquad (13\text{-}9)$$

где потеря напора $h_п = \zeta \frac{w^2}{2g}$ (ζ — коэффициент сопротивления и w — характерная скорость).

Сила действия свободной струи на симметричную криволинейную стенку, которая поступательно перемещается в направлении движения струи с постоянной переносной скоростью u (рис. 13-8), равна:

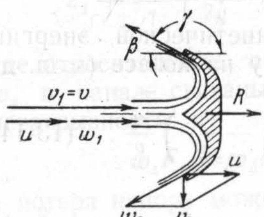


Рис. 13-8.

$$R = \rho Q_w (w_1 + w_2 \cos \beta), \qquad (13\text{-}10)$$

где относительная скорость натекания струи на стенку $w_1 = v - u$ и расход струи по отношению к стенке $Q_w = w_1 F = (v - u) F$. Пренебрегая гидравлическими сопротивлениями при обтекании стенки, получим относительную скорость отклоненной струи $w_2 = w_1$ и силу действия струи на стенку

$$R = \rho F (1 + \cos \beta)(v - u)^2.$$

Учитывая потерю напора $h_п = \zeta \frac{w_2^2}{2g}$, найдем из уравнения Бернулли для относительного движения жидкости:

$$w_1^2 = w_2^2 (1 + \zeta),$$

при этом сила действия струи

$$R = \rho F \left(1 + \frac{\cos \beta}{\sqrt{1+\zeta}}\right)(v - u)^2. \qquad (13\text{-}11)$$

Развиваемая струей полезная механическая мощность равна $N = R \cdot u$ и к. п. д. процесса, представляющий отношение полезной мощности к затрачиваемой мощности струи, дается выражением:

$$\eta = \frac{Ru}{\rho Q \frac{v^2}{2}} = 2\left(1 + \frac{\cos\beta}{\sqrt{1+\zeta}}\right)\left(1 - \frac{u}{v}\right)^2 \frac{u}{v}. \qquad (13\text{-}12)$$

Если весь расход струи $Q = Fv$ используется применением ряда следующих друг за другом лопастей (рабочее колесо активной турбины), то суммарная сила действия струи на лопасти равна:

$$R = \rho Q (w_1 + w_2 \cos\beta) = \rho F \left(1 + \frac{\cos\beta}{\sqrt{1+\zeta}}\right)\cdot(v - u)\, v \qquad (13\text{-}13)$$

и к. п. д. процесса преобразования кинетической энергии струи в полезную механическую работу на колесе (к. п. д. колеса)

$$\eta = \frac{Ru}{\rho Q \frac{v^2}{2}} = 2\left(1 + \frac{\cos\beta}{\sqrt{1+\zeta}}\right)\left(1 - \frac{u}{v}\right)\frac{u}{v}. \qquad (13\text{-}14)$$

Максимальное значение к. п. д. достигается при $\frac{u}{v} = \frac{1}{2}$ и равно:

$$\eta_{\text{макс}} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\cos\beta}{\sqrt{1+\zeta}}\right).$$

Считая процесс идеальным ($\zeta = 0$), получим для теоретического к. п. д. $\eta_{\text{т}}$, учитывающего только потерю выходной кинетической энергии $\frac{v_2^2}{2g}$:

$$\eta_{\text{т}} = 2(1 + \cos\beta)\left(1 - \frac{u}{v}\right)\frac{u}{v}; \quad \eta_{\text{т.макс}} = \frac{1 + \cos\beta}{2}.$$

При $\beta = 0$ (струя отклоняется в относительном движении на угол 180°), получим $\eta_{\text{т.макс}} = 1$.

5. При установившемся движении жидкости в равномерно вращающемся канале динамический реактивный момент действия потока на стенки канала относительно оси его вращения определяется изменением секундного момента количества движения потока и равен (рис. 13-9):

$$M = \rho Q (r_1 v_{u1} - r_2 v_{u2}), \qquad (13\text{-}15)$$

где r_1 и r_2 — радиусы вращения входного и выходного сечений канала;

$v_{u1} = v_1 \cos\alpha_1$ и $v_{u2} = v_2 \cos\alpha_2$ — окружные слагающие абсолютных скоростей потока v_1 и v_2 на входе и выходе из канала.

При $M > 0$ момент действия потока на стенки направлен в сторону вращения канала (турбина), при $M < 0$ — против вращения (насос). Уравнение Бернулли для относительного движения жидкости в рассматриваемом случае имеет форму:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{w_1^2}{2g} - \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{w_2^2}{2g} - \frac{u_2^2}{2g} + h_п, \quad (13\text{-}16)$$

где относительные скорости w_1 и w_2 в канале связаны уравнением неразрывности:

$$w_1 F_1 = w_2 F_2,$$

а потеря напора может быть выражена как $h_п = \zeta \frac{w^2}{2g}$.

Вектор абсолютной скорости жидкости $\bar{v}$ равен геометрической сумме ее относительной скорости $\bar{w}$ и переносной скорости канала $\bar{u}$, являясь замыкающей стороной треугольника скоростей:

$$\bar{v} = \bar{w} + \bar{u}.$$

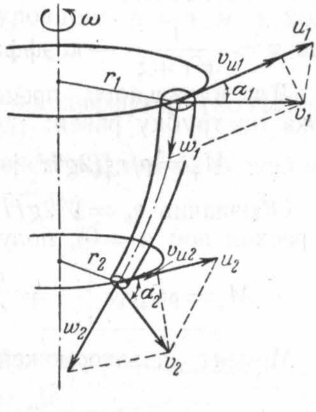


Рис. 13-9.

6. В качестве примера определим момент действия потока на равномерно вращающуюся трубку (для которой заданы выходной радиус r и выходной угол β при постоянном статическом напоре истечения H (сегнерово колесо, рис. 13-10).

По формуле (13-15), учитывая, что начальный момент количества движения потока в баке равен нулю, получим (величины в выходном течении 2 трубки обозначены без индекса):

$$M = -\rho Q r v_u.$$

Если $v_u < 0$, реактивный момент является движущим (направлен в сторону вращения трубки). Так как из плана скоростей

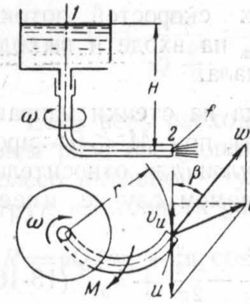


Рис. 13-10.

$$v_u = u - w\cos\beta,$$

то

$$M = \rho Q r(w\cos\beta - u),$$

где расход в трубке $Q = wf$ (f — площадь сечения трубки).

По формуле (13-16) имеем:

$$H = \frac{w^2(1+\zeta) - u^2}{2g}$$

и $w = \varphi\sqrt{2gH + u^2}$, (13-17)

где $\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{1+\zeta}}$ — коэффициент скорости трубки.

Для идеального процесса ($\zeta = 0$) момент действия потока на трубку равен:

$$M_т = \rho f r\left[(2gH + u^2)\cos\beta - u\sqrt{2gH + u^2}\right].$$

Обозначив $v_0 = \sqrt{2gH}$ и $Q_0 = v_0 f$ (v_0 и Q_0 — скорость и расход при $u = 0$), получим:

$$M_т = \rho Q_0 v_0 r\left[\left(1 + \frac{u^2}{v_0^2}\right)\cos\beta - \frac{u}{v_0}\sqrt{1 + \frac{u^2}{v_0^2}}\right]. \quad (13\text{-}18)$$

Момент на заторможенной трубке

$$M_{т0} = \rho Q_0 v_0 r\cos\beta. \quad (13\text{-}19)$$

Полезная механическая мощность, развиваемая потоком на вращающейся трубке, равна $N_т = M_т\omega$ и теоретический к. п. д. процесса

$$\eta_т = \frac{M_т\omega}{Q\gamma H} = 2\frac{u}{v_0}\left(\cos\beta\sqrt{1 + \frac{u^2}{v_0^2}} - \frac{u}{v_0}\right). \quad (13\text{-}20)$$

Исследование полученного выражения показывает, что максимальное значение теоретического к. п. д. достигается при соотношении скоростей

$$\frac{u}{v_0} = \sqrt{\frac{1 - \sin\beta}{2\sin\beta}}$$

и равно

$$\eta_{\text{т.макс}} = 1 - \sin\beta.$$

Можно видеть, что движущий реактивный момент на трубке (которому отвечают турбинные режимы — получение полезной работы за счет уменьшения энергии потока) возникает только при углах выхода $\beta < 90^\circ$. Значениям $\beta \geqslant 90^\circ$ отвечают насосные режимы — реактивный момент потока направлен противоположно угловой скорости трубки ($M < 0$) и для ее вращения затрачивается внешняя работа, идущая на увеличение энергии жидкости.

ЗАДАЧИ

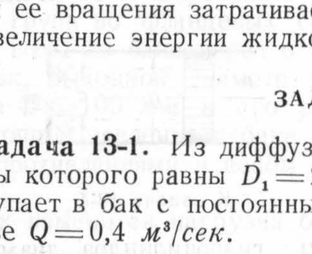
Задача 13-1. Из диффузора, входной и выходной диаметры которого равны $D_1 = 250$ *мм* и $D_2 = 500$ *мм*, вода поступает в бак с постоянным уровнем $h = 4$ *м* в количестве $Q = 0{,}4$ *м³/сек*.

Определить:

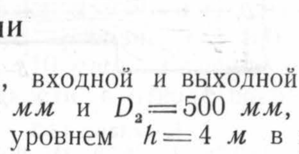
1) Осевую силу, действующую на диффузор (коэффициент потерь в диффузоре $\varphi_д = 0{,}25$).

2) При каком вакууме над уровнем воды в баке искомая сила будет равна нулю.

Ответ. $R = 470$ *кГ*; $p_в = 0{,}32$ *ат*.



К задаче 13-1.



К задаче 13-2.

Задача 13-2. Диаметр трубопровода на участке его заделки в опору меняется от $D_1 = 1{,}5$ *м* до $D_2 = 1$ *м*.

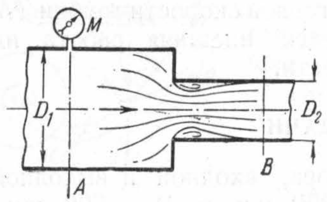
Определить осевую силу, воспринимаемую опорой на переходном участке, при давлении перед опорой $p = 4$ *ати* и расходе воды $Q = 1{,}8$ *м³/сек*.

Потерями в конусе пренебречь.

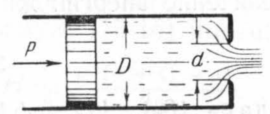
Ответ. $R = 39{,}25$ *т*.

Задача 13-3. Определить осевую силу, приложенную к трубопроводу на участке AB внезапного сужения от $D_1 = 300$ *мм* до $D_2 = 200$ *мм*. Показание манометра перед сужением $M = 1{,}5$ *ати*, расход воды $Q = 0{,}28$ *м³/сек*. Сопротивление участка определить по формуле (7-5) введения гл. 7.

Ответ. $R = 590$ *кГ*.



К задаче 13-3.



К задаче 13-4.

Задача 13-4. На поршень гидроцилиндра диаметром $D = 60$ *мм* действует сила $P = 300$ *кГ*, вызывающая истечение масла из цилиндра через торцовое отверстие с острой кромкой, диаметр которого $d = 20$ *мм*.

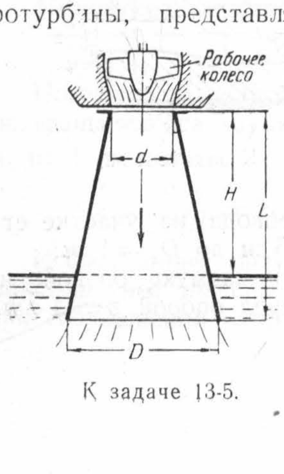
Пренебрегая трением поршня, определить, какая сила действует на цилиндр.

Коэффициенты истечения для отверстия принять $\varphi = 0{,}97$ и $\mu = 0{,}63$; относительный вес масла $\delta = 0{,}9$.

Ответ. $R = 262$ *кГ*.

Задача 13-5. Расход воды в отсасывающей трубе гидротурбины, представляющей вертикальный тонкостенный конический диффузор с диаметрами $d = 1\,000$ *мм* и $D = 2\,000$ *мм* и длиной $L = 4\,000$ *мм*, равен $Q = 5{,}5$ *м³/сек*. Входное сечение трубы расположено выше уровня, под который из нее вытекает вода, на $H = 3$ *м*. Коэффициент потерь в диффузоре $\varphi_д = 0{,}25$.

Определить гидравлическую осевую силу, действующую на трубу.



К задаче 13-5.

Указание. Принимать, что: 1) давление в выходном сечении трубы равно статическому давлению в окружающей неподвижной жидкости и скоростной напор потока, выходящего из трубы, целиком теряется; 2) на внешней поверхности трубы, погруженной под уровень, давление распределено по статическому закону.

Ответ. $R = \rho Q(v_1 - v_2) - p_в F + G$,

где $p_в$ — вакуум на входе в трубу;

G — вес воды в трубе над свободной поверхностью;

$R = 3{,}56$ *т*.

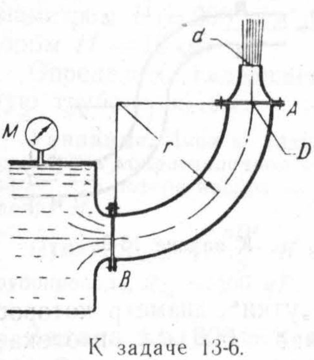
Задача 13-6. Определить гидравлические нагрузки болтовых групп во фланцевых соединениях A и B при истечении воды из бака через отвод и присоединенный к нему насадок. Выходной диаметр насадка $d = 50$ *мм*, диаметр отвода $D = 100$ *мм* и его радиус кривизны $r = 400$ *мм*. Избыточное давление в баке $M = 10$ *ати*. Гидравлическими сопротивлениями и весом жидкости в отводе пренебрегать.

Как изменится нагрузка болтов B, если удалить насадок?

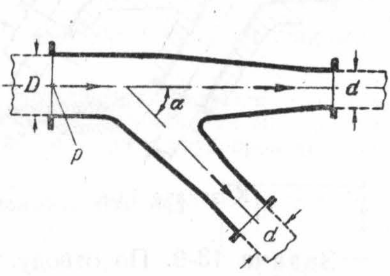
Ответ. Соединение A: отрывающая сила $P_A = 445$ *кГ*.

Соединение B: отрывающая сила $P_B = 835$ *кГ*; срезывающая сила $T_B = 393$ *кГ*; изгибающий момент $M_B = 157$ *кГ·м*.

При удалении насадка $P_B = T_B = 1\,570$ *кГ*; $M_B = 628$ *кГ·м*.



К задаче 13-6.



К задаче 13-7.

Задача 13-7. Трубопровод ГЭС, имеющий диаметр $D = 1{,}2$ *м*, разветвляется в горизонтальной плоскости на две линии, каждая диаметром $d = 0{,}85$ *м*, подводящие воду к двухколесной гидротурбине.

Определить горизонтальную силу, воспринимаемую тройником, если боковая ветвь образует с осью трубопровода угол $\alpha = 45°$, давление перед тройником $p = 50$ *ати* и суммарный расход $Q = 6$ $м^3/сек$ делится поровну между отходящими ветвями. Гидравлическими сопротивлениями в тройнике пренебречь.

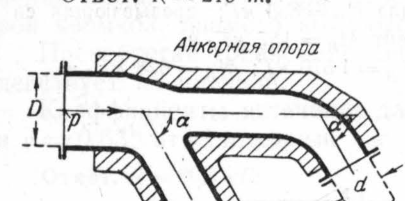
Как изменится эта сила, если при выключении турбины расход станет равным нулю, а давление в тройнике возрастет до $p = 70$ *ати*?

Ответ. $R = 218$ *т*; $R = 302$ *т*.

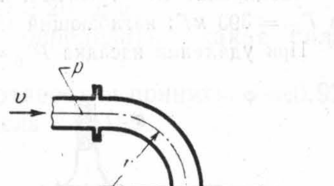
Задача 13-8. Определить усилие, передающееся на трубопровод ГЭС в пределах анкерной опоры, расположенной перед машинным зданием. Диаметр трубопровода $D = 3$ *м*, а патрубков, подводящих воду к турбинам, $d = 2$ *м*; угол патрубков с осью трубопровода $d = 60°$. Давление перед опорой $p_и = 30$ *м вод. ст.* и расход $Q = 35$ $м^3/сек$ (делится между патрубками поровну).

Потерями напора в пределах опоры пренебрегать.

Ответ. $R = 219$ *т*.



К задаче 13-8.



К задаче 13-9.

Задача 13-9. По отводу типа „утки“, диаметр которого $d = 200$ *мм* и радиус закругления $r = 600$ *мм*, протекает вода в количестве $Q = 125$ *л/сек* под давлением $p = 2$ *ати*.

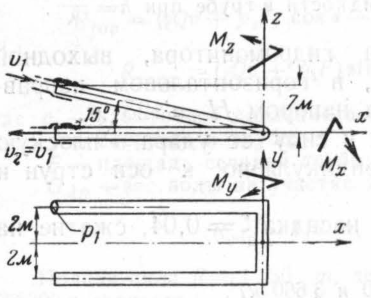
Пренебрегая потерей напора и весом воды, определить момент сил действия потока, воспринимаемый отводом.

При каком давлении этот момент окажется равным нулю?

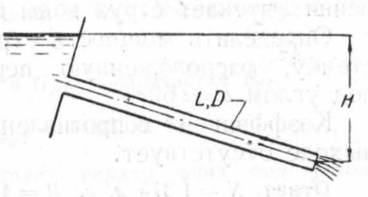
Ответ. $M = 815$ $кГ \cdot м$; вакуум $p_в = 0{,}162$ *ат*.

Задача 13-10. Определить результирующую силу и момент относительно осей x, y и z, развиваемые потоком воды на коленчатой трубе, размеры которой указаны на эскизе (диаметр трубы $d = 400$ *мм*). Средняя скорость воды $v = 3$ *м/сек*, давление при входе в трубу $p_1 = 2$ *ати*. Коэффициент сопротивления трения $\lambda = 0{,}02$, коэффициент сопротивления каждого колена $\zeta = 1{,}3$. Учитывать вес жидкости в трубе.

Ответ. $R = 9\,280$ *кГ*; $M_x = 1\,615$ *кГ·м*; $M_y = 80\,000$ *кГ·м*; $M_z = 1\,320$ *кГ·м.*



К задаче 13-10.



К задаче 13-11.

Задача 13-11. По прямому длинному трубопроводу диаметром $D = 200$ *мм* вода вытекает в атмосферу под напором $H = 16$ *м*.

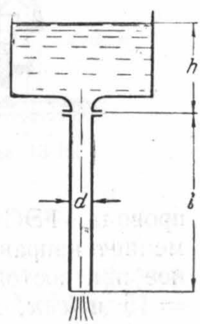
Определить гидравлическую осевую силу, воспринимаемую трубопроводом.

Указание. Имея в виду, что трубопровод является длинным, пренебречь сопротивлением входа и скоростным напором выхода, принимая, что потеря напора на трение по длине трубопровода равна напору H.

Ответ. $R_{\text{ос}} = \gamma \cdot \dfrac{\pi D^2}{4} \cdot H$ независимо от наклона трубопровода; $R_{\text{ос}} = 500$ *кГ*.

Задача 13-12. Из бака, в котором поддерживается заданный уровень, жидкость вытекает в атмосферу по вертикальной трубе диаметром d и длиной l.

Найти зависимость гидравлической осевой силы, действующей на трубу, от уровня h и указать, при каком h эта сила будет равна весу жидкости в трубе.



К задаче 13-12.

Сопротивлением входа в трубу пренебречь, потери трения определять, принимая коэффициент сопротивления трения λ постоянным.

Ответ. $R = \dfrac{\left(\dfrac{\lambda}{d}h - 1\right)l\gamma}{1+\lambda\dfrac{l}{d}} f + G$, где $f = \dfrac{\pi d^2}{4}$ и $G = \gamma f l$.

Осевая сила R равна весу G жидкости в трубе при $h = \dfrac{d}{\lambda}$.

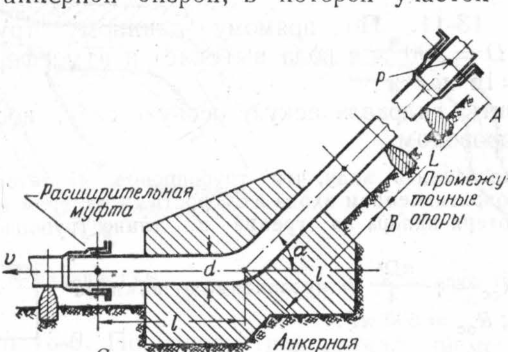
Задача 13-13. Из насадка гидромонитора, выходной диаметр которого $d = 150$ *мм*, в горизонтальном направлении вытекает струя воды под напором $H = 125$ *м*.

Определить мощность струи и силу ее удара о плоскую стенку, расположенную перпендикулярно к оси струи и под углом $\alpha = 60°$.

Коэффициент сопротивления насадка $\zeta = 0{,}04$, сжатие на выходе отсутствует.

Ответ. $N = 1\,375$ *л. с.*; $R = 4\,230$ и $3\,660$ *кГ*.

Задача 13-14. Определить гидравлическую силу, воспринимаемую анкерной опорой, в которой участок AC трубо-



К задаче 13-14.

провода ГЭС между двумя расширительными муфтами меняет направление с наклонного ($\alpha = 45°$) на горизонтальное при постоянном диаметре $d = 2{,}5$ *м*. Расход воды $Q = 15$ *м³/сек*, давление в начале участка $p = 5$ *ати*. Гидравлические потери не учитывать.

Имея в виду, что на длине $L = 260$ *м* между сечениями A и B установлен ряд промежуточных опор, воспринимающих нормальные к оси трубопровода силы, в искомую нагрузку анкерной опоры включать на этой длине только осевую слагающую веса воды. На участке BC ($l = 20$ *м*) в нагрузку опоры вес воды включать целиком.

Ответ. Горизонтальная и вертикальная составляющие силы:

$$R_{\text{гор}} = (\rho Q v + p_1 F)\cos\alpha - (\rho Q v + p_2 F) + G_{AB}\frac{\sin 2\alpha}{2},$$

$$R_{\text{верт}} = (\rho Q v + p_1 F)\sin\alpha + G_{AB}\sin^2\alpha + G_{BC},$$

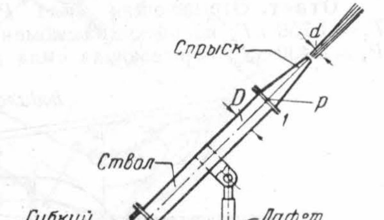
где p_1 — избыточное давление в сечении A, p_2 — в сечении C;
v — скорость в трубе;
F — площадь сечения трубы;
G_{AB} — вес воды на участке AB и G_{BC} — на участке BC.

$$R_{\text{гор}} = 418\ m,\ R_{\text{верт}} = 1\,008\ m.$$

Полная сила $R = 1\,130$ *т*, действует вправо вниз под углом 67°30′ к горизонту.

Задача 13-15. Лафетный пожарный ствол диаметром $D = 75$ *мм*, снабженный спрыском (насадком) с выходным диаметром $d = 38$ *мм*, работает под давлением воды $p = 8$ *ати*.

Определить силу, воспринимаемую лафетом, и разрывающие нагрузки соединения спрыска со стволом *1* и соединения ствола с гибким рукавом *2*. Силами веса жидкости пренебречь, коэффициенты спрыска $\varepsilon = 1$, $\zeta = 0{,}06$.



К задаче 13-15.

Указание. Сила, действующая на спрыск и воспринимаемая соединением *1*, равна:

$$P_1 = \rho Q (v_1 - v_2) + pF,$$

где v_1 и v_2 — скорости в стволе и на выходе из спрыска;
F — площадь ствола.

Сила, воспринимаемая соединением *2*, определяется как реакция потока на конец гибкого рукава, примыкающий к стволу:

$$P_2 = \rho Q v_1 + pF.$$

На лафет передается сила

$$P = P_2 - P_1 = \rho Q v_2,$$

равная динамической реакции струи, вытекающей из спрыска.

Ответ. Усилие на лафете $P = 181$ *кГ*; $P_1 = 218$ *кГ*; $P_2 = 399$ *кГ*.

Задача 13-16. Гидромонитор с входным диаметром $D_1 = 260$ *мм* и насадком $d = 100$ *мм* работает при горизонтальном расположении ствола под давлением $p = 12$ *ати*.

Определить усилия, воспринимаемые горизонтальным шарниром *1*, соединением ствола с коленом *2* и соединением ствола с насадком *3*.

Входной диаметр насадка $D_2 = 150$ *мм*, длины $L_1 = 3\,000$ *мм* и $L_2 = 2\,300$ *мм*, радиус кривизны колена $r = 400$ *мм*.

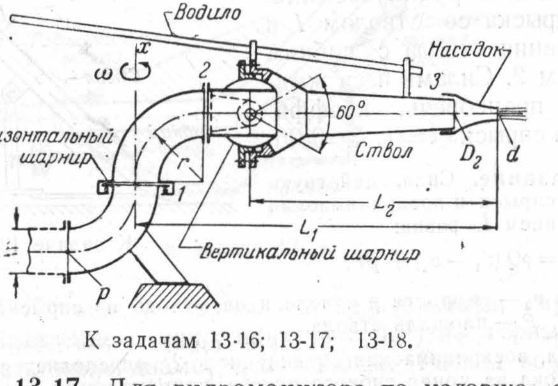
Весовыми нагрузками пренебречь, учитывать потери в насадке, для которого $\zeta = 0{,}1$ (сжатие на выходе отсутствует).

Указание. Горизонтальный шарнир воспринимает вертикальную отрывающую силу $P_1 = \rho Q v_1 + pF$, срезывающую силу $T_1 = \rho Q v_3$ и изгибающий момент $M_1 = T_1 r$ (v_1 и v_3 — скорости в колене и на выходе из насадка, F — площадь колена).

Соединение ствола с коленом воспринимает отрывающую силу

$$P_2 = \rho Q (v_1 - v_3) + pF.$$

Ответ. Отрывающая сила $P_1 = 6\,170$ *кГ*; срезывающая сила $T_1 = 1\,750$ *кГ*; изгибающий момент $M_1 = 700$ *кГ·м*; отрывающая сила $P_2 = 4\,430$ *кГ*; отрывающая сила $P_3 = 810$ *кГ*.



К задачам 13-16; 13-17; 13-18.

Задача 13-17. Для гидромонитора по условию задачи (13-16) определить нагрузки горизонтального шарнира *1* и соединения ствола с коленом *2* при наибольших отклонениях ствола от горизонтали, осуществляемых его вращением вокруг вертикального шарнира (вверх и вниз на угол 30°).

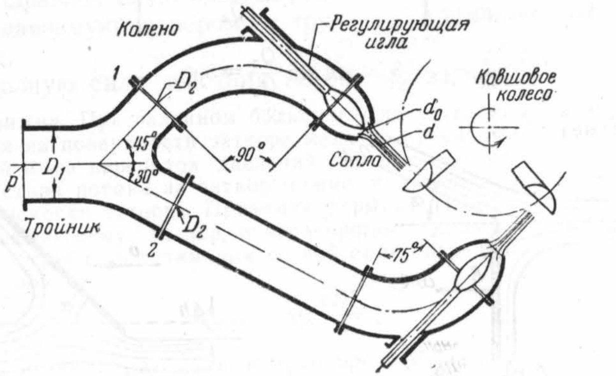
Ответ. При отклонении вверх: отрывающая сила $P_1 = 5\,300$ *кГ*; срезывающая сила $T_1 = 1\,510$ *кГ*; изгибающий момент $M_1 = 0$; $P_2 = 4\,655$ *кГ*; $T_2 = 870$ *кГ*; $M_2 = 260$ *кГ·м*.

При отклонении вниз: $P_1 = 7\,045$ *кГ*; $T_1 = 1\,510$ *кГ*; $M_1 = 1\,220$ *кГ·м*; $P_2 = 4\,655$ *кГ*; $T_2 = -870$ *кГ*; $M_2 = -260$ *кГ·м*.

Задача 13-18. Для гидромонитора по условию задачи (13-16) определить внешний момент, необходимый для вращения ствола (вместе с верхним коленом) вокруг вертикальной оси x, если окружная скорость выходного сечения насадка равна $u = 0{,}1$ *м/сек*. Механические сопротивления не учитывать.

Ответ. $M_{вн} = 11{,}2$ *кГ·м*.

Задача 13-19. Вода подается на колесо активной ковшовой гидротурбины из двух сопел с выходными отвер-



К задаче 13-19.

стиями $d_0 = 120$ *мм*, присоединенных при помощи колен диаметром $D_2 = 275$ *мм* к тройнику. Входной диаметр тройника $D_1 = 400$ *мм*.

Определить гидравлические силы, действующие на тройник, верхнее и нижнее колена с соплами при давлении перед тройником $p = 50$ *ати*. Весом жидкости и гидравлическими сопротивлениями пренебречь, коэффициент сжатия струи на выходе из сопла $\varepsilon = 0{,}8$.

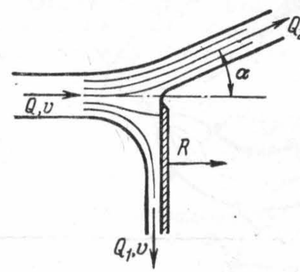
Ответ. Тройник $R = 18\ m$; верхнее колено $R = 32{,}3\ m$; нижнее колено $R = 30\ m$.

Задача 13-20. Пластина, введенная в свободную струю воды перпендикулярно ее оси, отсекает часть расхода струи Q_1 и вызывает отклонение остальной части струи на угол α. Заданы скорость струи $v = 30$ *м/сек* и полный расход $Q = 36$ *л/сек*, а также величина расхода, отсекаемого пластиной $Q_1 = 12$ *л/сек*. Определить реакцию струи на пластину и угол отклонения струи. Весомостью жидкости и трением о пластину пренебрегать.

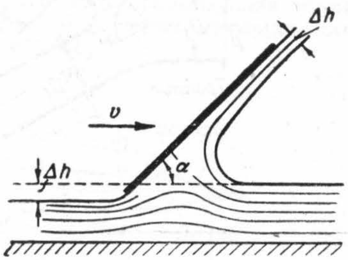
Указание. Применить теорему количеств движения в проекциях на ось струи и перпендикулярное к ней направление.

Ответ. $$R = \rho Q v \left[1 - \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^2}}{1 + \frac{Q_1}{Q_2}}\right] = 46{,}5\ кГ.$$

$$\alpha = \arcsin \frac{Q_1}{Q_2} = 30^\circ,$$



К задаче 13-20.



К задаче 13-21.

Задача 13-21. Пластина, наклоненная к горизонтал под углом $\alpha = 45^\circ$, глиссирует вдоль свободной поверхности неподвижной воды с поступательной скоростью $v = 36$ *км/ч*, вызывая за собой понижение уровня на $\Delta h = 10$ *мм* (на схеме изображено относительное обтекание пластины).

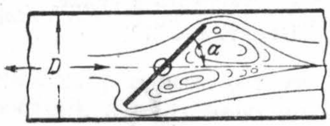
Пренебрегая сопротивлениями и весомостью жидкости и рассматривая поток как плоский, определить в расчете на единицу ширины пластины реакцию потока на пластину и мощность, необходимую для ее перемещения с заданной скоростью.

Указание. Рассматривая поток относительно пластины, применить теорему количеств движения в проекции на горизонтальную ось.

Ответ. $R = \rho v^2 \dfrac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha} \Delta h = 246$ *кГ/м*.

$$N = \frac{Rv \sin\alpha}{75} = 23{,}2 \text{ л.с/м}.$$

Задача 13-22. По трубопроводу диаметром $D = 600$ *мм*, в котором установлен плоский дисковый затвор под углом к оси $\alpha = 60°$ (коэффициент сопротивления затвора при этом $\zeta = 118$), протекает вода в количестве $Q = 140$ *л/сек*.



К задаче 13-22.

Определить:

1) Гидравлическую осевую силу, передаваемую затвором на трубопровод;

2) Полную силу действия потока на затвор.

Указание. При заданном большом угле установки затвора сила трения на поверхности затвора мала по сравнению с силой, возникающей из-за перепадов давлений по обе его стороны; полную силу действия потока на затвор можно поэтому считать нормальной к плоскости затвора. Применяя формулу (13-1) к участку трубы, заключающему затвор, и пренебрегая силами трения на поверхности трубы, получим для осевой силы, передаваемой затвором на трубопровод:

$$R_{\text{труб}} = \Delta p \frac{\pi D^2}{4},$$

где Δp — падение давления в трубопроводе на участке затвора. Полная сила, действующая на затвор $R_{\text{затв}} = \dfrac{R_{\text{труб}}}{\sin\alpha}$.

Ответ. $R_{\text{труб}} = 415$ *кГ*; $R_{\text{затв}} = 480$ *кГ*.

Задача 13-23. Предохранительный клапан с диаметром седла $d = 25$ *мм* пропускает при избыточном давлении в седле $p = 32$ *ати* расход масла (удельного веса $\gamma = 900$ *кГ/м³*), равный $Q = 10$ *л/сек*; при этом открытие клапана $s = 5$ *мм*.

Пренебрегая потерями напора в клапанной щели, определить направление вытекающей из клапана струи (угол α), если известно, что начальное давление открытия клапана равно $p_0 = 25$ *ати*, а жесткость его пружины $C = 2$ *кГ/мм*.

Указание. 1. Начальная сила действия пружины на закрытый клапан равна:

$$P_0 = p_0 \frac{\pi d^2}{4};$$

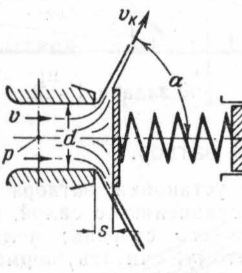
при открытии s сила действия пружины $P = P_0 + Cs$.

2. Для определения угла α воспользуемся уравнением (13-1), пренебрегая весомостью жидкости и выражая скорость струи как

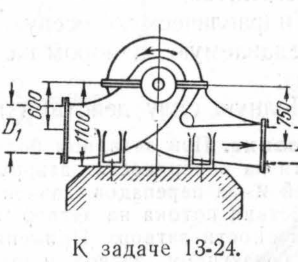
$$v_к = \sqrt{2g\frac{p}{\gamma} + v^2},$$

где v — скорость в седле.

Ответ. $\alpha = 57°$.



К задаче 13-23.



К задаче 13-24.

Задача 13-24. Центробежный насос со всасывающим патрубком $D_1 = 700$ *мм* при вакууме на стороне всасывания $p_1 = 0{,}2$ *атв*, подает $Q = 1\,300$ *л/сек* воды в напорную трубу $D_2 = 500$ *мм* под избыточным давлением $p_2 = 8{,}8$ *ати*. Число оборотов насоса $n = 960$ *об/мин* и потребляемая им мощность электродвигателя $N_{дв} = 1\,250$ *квт*.

При указанных на схеме размерах насоса определить суммарную гидравлическую силу, действующую на насос, и момент внешних сил относительно оси его вращения.

Указание. Определяя силу реакции потока на насос, учитывать, что сила избыточного давления P_1 во входном сечении насоса (где имеется вакуум) направлена в сторону трубопровода. При вычислении суммарного момента принять во внимание, что, кроме момента гидравлических сил, к насосу приложен момент двигателя

$$M_{дв} = \frac{N_{дв}}{\omega},$$

который направлен в сторону вращения вала.

Ответ. $R = 18\,500$ *кГ*; $M = 12\,550$ *кГ·м*.

Задача 13-25. Определить суммарную гидравлическую силу и момент внешних сил, которые действуют на спиральную камеру вертикальной гидротурбины в плоскости, перпендикулярной оси вращения вала.

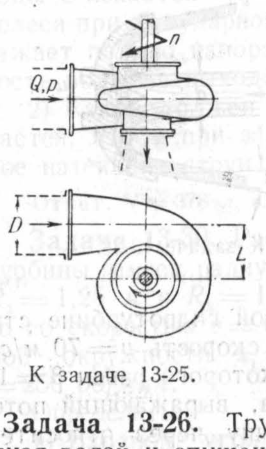
Диаметр входного патрубка спиральной камеры $D = 6{,}5$ *м*, плечо центра входного сечения относительно оси вращения $L = 7{,}2$ *м*.

При избыточном давлении на входе в камеру $p = 3$ *ати* расход воды равен $Q = 180$ *м³/сек*, полезная мощность на валу турбины $N_m = 68\,000$ *л. с.* и число оборотов вала $n = 88{,}2$ *об/мин*.

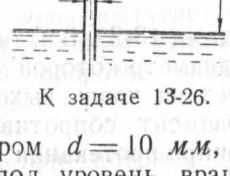
Поток выходит из камеры в осевом направлении (отсутствуют окружные слагающие скоростей), в силу чего момент количества движения потока относительно оси вращения турбины на выходе из камеры равен нулю.

Указание. К валу турбины приложен момент полезного сопротивления $M_т = \frac{N_т}{\omega}$, направленный противоположно вращению вала и передающийся на камеру турбины.

Ответ. $R = 1\,095$ *т*; $M = 7\,330$ *тм*.



К задаче 13-25.



К задаче 13-26.

Задача 13-26. Трубка диаметром $d = 10$ *мм*, заполненная водой и опущенная концом под уровень, вращается вокруг своей вертикальной оси с постоянной угловой скоростью. Другой конец трубки находится выше свободной поверхности воды на $h = 800$ *мм* и имеет радиус вращения $r = 300$ *мм*.

Определить:

1) при какой угловой скорости вода будет находиться в трубке в относительном покое.

2) Какой расход будет откачиваться трубкой при угловой скорости, вдвое большей, чем найденная выше, и каков внешний момент, необходимый для поддержания этой скорости вращения?

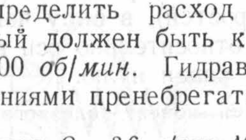
Суммарный коэффициент сопротивления трубки $\zeta = 3$.

Ответ. $\omega = 13{,}21/сек$; при удвоенной угловой скорости $Q = 0{,}27$ *л/сек* и $M_{вн} = 6{,}5$ *кГ·см*.

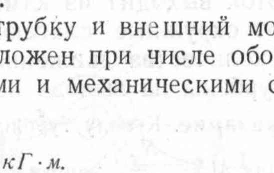
Задача 13-27. Вода вытекает из неподвижного сосуда через вращающуюся трубку с насадком $d = 20$ *мм* под статическим напором $H = 1{,}2$ *м*. Радиус вращения выходного сечения насадка $r = 500$ *мм*.

Определить расход через трубку и внешний момент, который должен быть к ней приложен при числе оборотов $n = 200$ *об/мин*. Гидравлическими и механическими сопротивлениями пренебрегать.

Ответ. $Q = 3{,}6$ *л/сек*; $M_{вн} = 1{,}92$ *кГ·м*.



К задаче 13-27.



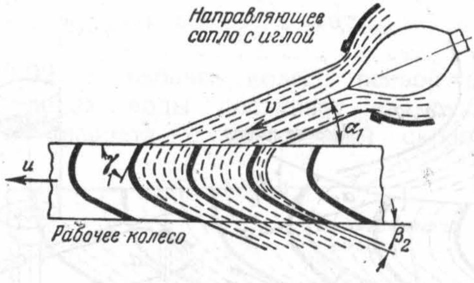
К задаче 13-28.

Задача 13-28. В активной ковшовой гидротурбине струя воды, диаметр которой $d = 50$ *мм* и скорость $v = 70$ *м/сек*, натекает на ковш, выходной угол которого равен $\beta = 10°$. Коэффициент сопротивления ковша, выражающий потери напора при протекании воды по ковшу через относительную скорость выхода, равен $\zeta = 0{,}2$.

Определить силу действия струи на неподвижный ковш и на ковш, перемещающийся поступательно с постоянной скоростью $u = 35$ *м/сек.*

Ответ. $R = 1\,860$ и 465 *кГ.*

Задача 13-29. В активной наклонноструйной гидротурбине струя воды натекает на лопасти рабочего колеса



К задаче 13-29.

под углом $\alpha_1 = 30°$ к направлению их движения. Скорость струи $v = 50$ *м/сек*, расход через сопло $Q = 250$ *л/сек.*

Определить:

1) Полезную мощность и к. п. д. колеса при поступательной скорости лопастей $u = 30$ *м/сек*, если угол схода воды с лопастей $\beta_2 = 20°$ и коэффициент сопротивления колеса при безударном натекании на лопасти $\zeta = 0{,}25$ (выражает потерю напора в колесе через относительную скорость воды на выходе из него.

2) Каков должен быть угол γ_1 входного элемента лопастей, чтобы при заданном режиме имело место безударное натекание струи на лопасти?

Ответ. $N = 378$ *л. с.*; $\eta = 89\%$; $\gamma_1 = 62°$.

Задача 13-30. Рабочее колесо активной центробежной турбины имеет радиусы входной и выходной окружностей $R_1 = 1{,}25$ *м* и $R_2 = 1{,}5$ *м.* Струя воды поступает на колесо со скоростью $v = 60$ *м/сек* под средним углом к входной окружности $\alpha_1 = 25°$; число оборотов колеса $n = 250$ *об/мин.*

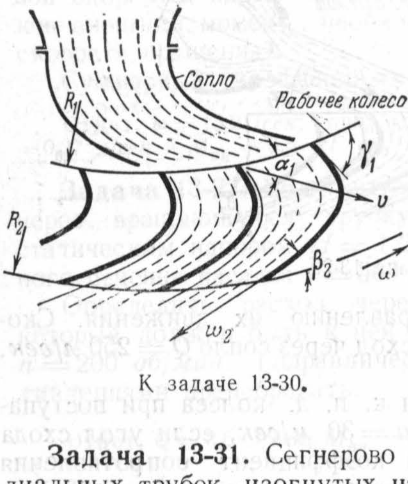
Определить:

1) Входной угол лопастей γ_1, при котором натекание на них струи будет безударным.

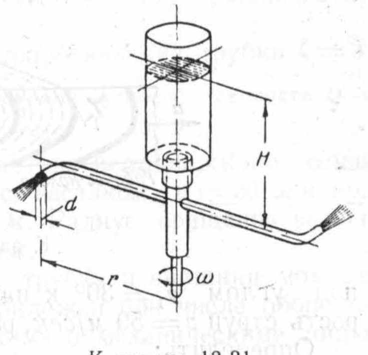
2) Момент, развиваемый потоком на рабочем колесе, если выходной угол лопастей $\beta_2 = 15^\circ$ и расход воды $Q = 160$ *л/сек.*

Коэффициент сопротивления колеса, выражающий потерю напора через относительную скорость выхода из колеса, равен $\zeta = 0{,}25$.

Ответ: $\gamma_1 = 50^\circ$; $M \doteq 985$ *кГ·м.*



К задаче 13-30.



К задаче 13-31.

Задача 13-31. Сегнерово колесо состоит из двух радиальных трубок, изогнутых на концах по окружности радиуса $r = 400$ *мм* и снабженных сходящимися насадками с выходным диаметром $d = 20$ *мм.*

Вытекающая в атмосферу вода поступает в трубки из неподвижного сосуда под статическим напором $H = 2$ *м* над плоскостью вращения трубок.

Установить зависимость момента, развиваемого потоком на колесе, от угловой скорости его вращения, учитывая гидравлическое сопротивление трубок ($\zeta = 0{,}1$), и определить:

1) момент M_0 на заторможенном колесе;

2) разгонную угловую скорость $\omega_{разг}$, при которой момент на колесе становится равным нулю;

3) оптимальную угловую скорость $\omega_{опт}$, при которой гидравлический к. п. д. колеса η достигает максимума, и значение $\eta_{макс}$.

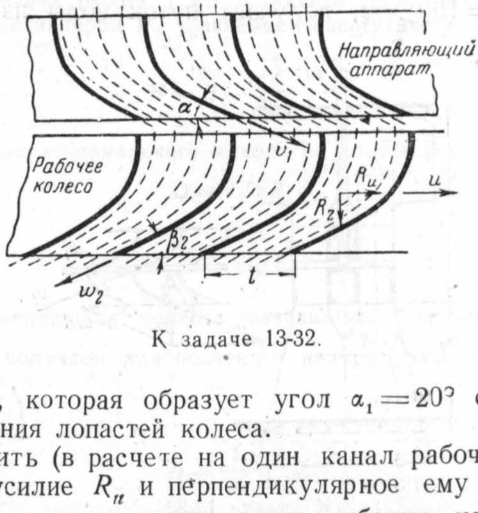
Ответ. $M_0 = 0{,}915$ *кГ·м*;

$$\omega_{\text{разг}} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{1}{\zeta}}\cdot\sqrt{2gH} = 49{,}7\ 1/сек;$$

$$\omega_{\text{опт}} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{1+\zeta}{\zeta}} - 1\right)}\cdot\sqrt{2gH} = 16{,}9\ 1/сек;$$

$$\eta_{\text{макс}} = 1 - \sqrt{\frac{\zeta}{1+\zeta}} = 0{,}7.$$

Задача 13-32. В рабочее колесо осевой реактивной гидротурбины поток воды поступает из неподвижного направляющего аппарата с абсолютной скоростью $v =$



К задаче 13-32.

$= 30$ *м/сек*, которая образует угол $\alpha_1 = 20°$ с направлением движения лопастей колеса.

Определить (в расчете на один канал рабочего колеса) окружное усилие R_u и перпендикулярное ему осевое усилие R_z, развиваемые потоком на рабочем колесе, если последнее движется со средней окружной скоростью $u = 25$ *м/сек*. Шаг лопастей рабочего колеса $t = 60$ *мм*, ширина канала (в направлении, перпендикулярном шагу) постоянна по высоте колеса и равна $b = 40$ *мм*. Выходной угол лопастей $\beta_2 = 25°$, коэффициент сопротивления колеса (выражающий потерю в каналах через относительную скорость выхода) равен $\zeta = 0{,}2$.

Указание. 1. Из формулы (13-8) окружная сила

$$R_u = \rho Q\,(w_{u1} - w_{u2}),$$

где проекции относительных скоростей на направление переносной скорости u равны: $w_{u1}=v_1\cos\alpha_1-u$ и $w_{u2}=-w_2\cos\beta_2$, а расход $Q=v_1\cdot\sin\alpha_1\cdot bt$.

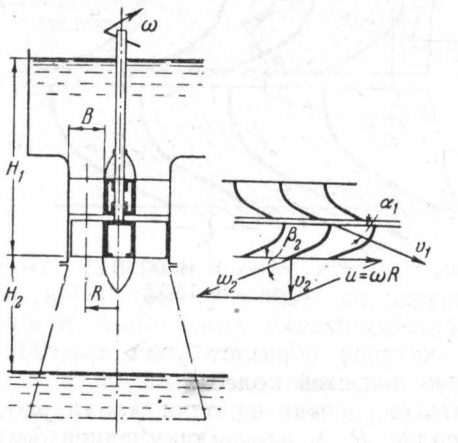
Относительная скорость выхода из колеса w_2 определяется из условия, что осевая скорость потока имеет одинаковые значения на входе и выходе из колеса:

$$v_1\sin\alpha_1=w_2\sin\beta_2.$$

2. Перепад давлений между входным и выходным сечениями рабочего колеса (определяющий осевую силу R_z) вычисляется из уравнения Бернулли для относительного движения в канале.

Ответ. $R_u=63$ *кГ*; $R_z=72$ *кГ*.

Задача 13-33. В реактивной осевой гидротурбине рабочее колесо, средний радиус вращения которого $R=500$ *мм* и ширина $B=100$ *мм*, получает поток воды из неподвиж-



К задаче 13-33.

ного направляющего аппарата под углом $\alpha_1=35^\circ$ к окружной скорости $u=\omega R$. Вода выходит из колеса в атмосферу под располагаемым статическим напором $H_1=12$ *м*, имея направление относительной скорости, заданное выходным углом лопастей $\beta_2=25^\circ$.

Определить, пренебрегая гидравлическими сопротивлениями:

1) Какую полезную мощность будет развивать поток на колесе при режиме „нормального выхода", когда абсо-

лютная скорость выхода из колеса v_2 перпендикулярна переносной скорости u; какое число оборотов должно при этом иметь колесо?

2) Как изменятся результаты, если турбину снабдить отсасывающей трубой, которая выполнена в виде диффузора (пунктир) и опущена под уровень воды, расположенный ниже выхода из колеса на $H_2 = 4$ *м*?

Потерями напора и кинетической энергии выхода из трубы пренебрегать.

Указание. Полезная мощность на колесе равна:

$$N = Q\gamma H,$$

где Q — расход;

H — полезная работа 1 *кг* жидкости (полезный напор), связанная с напором H_1 уравнением энергетического баланса:

$$H = H_1 - \frac{v_2^2}{2g}. \tag{1}$$

При условии нормального выхода из колеса расход равен:

$$Q = v_2 2\pi R \cdot B, \tag{2}$$

где

$$v_2 = \frac{u}{\operatorname{ctg} \beta_2}. \tag{3}$$

Из выражения для момента, развиваемого потоком на колесе, $M = \rho Q v_{u1} R$, получаем для полезного напора $\left(\text{равного по определению } H = \frac{M\omega}{Q\gamma}\right)$:

$$H = \frac{1}{g} v_{u1} u, \tag{4}$$

где

$$v_{u1} = v_2 \operatorname{ctg} \alpha_1. \tag{5}$$

При помощи соотношений (1) ÷ (5) находятся неизвестные N и n. При наличии отсасывающей трубы все эти соотношения сохраняются за исключением уравнения энергетического баланса, для условий задачи принимающего вид:

$$H = H_1 + H_2, \tag{1'}$$

так как при отсутствии потерь все падение статического напора $(H_1 + H_2)$ превращается в полезную механическую работу.

Ответ. $N = 250$ *л. с.* и $n = 235$ *об/мин*; при наличии отсасывающей трубы $N = 480$ *л. с.* и $n = 293$ *об/мин.*

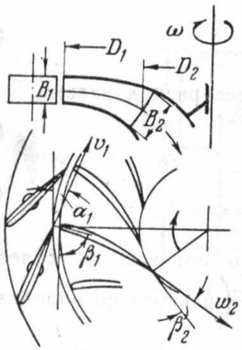
Задача 13-34. В центростремительной реактивной турбине угол открытия лопаток направляющего аппарата (определяющий направление абсолютной скорости потока v_1 перед колесом) равен $\alpha_1 = 12°$. Входной и выходной диаметры рабочего колеса $D_1 = 1\,000$ *мм* и $D_2 = 500$ *мм*, ширина колеса на входе $B_1 = 60$ *мм* и на выходе $B_2 = 120$ *мм*.

Определить: при числе оборотов колеса $n = 1\,000$ *об/мин* и расходе воды через него $Q = 2$ *м³/сек*:

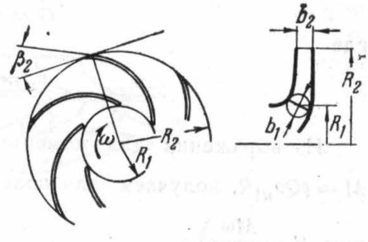
1) Входной β_1 и выходной β_2 углы лопастей рабочего колеса, при которых натекание на лопасти будет безударным и абсолютная скорость потока на выходе из колеса будет перпендикулярна окружной скорости (что обеспечит минимальную кинетическую энергию потока на выходе из колеса).

2) Момент, развиваемый потоком при этих условиях на рабочем колесе.

Ответ. $\beta_1 = 75{,}5°$ и $\beta_2 = 22°$; $M = 5\,080$ *кГ·м*.



К задаче 13-34.



К задаче 13-35.

Задача 13-35. Рабочее колесо центробежного насоса имеет входной и выходной радиусы $R_1 = 100$ *мм*, $R_2 = 200$ *мм*, ширину на входе $b_1 = 100$ *мм* и на выходе $b_2 = 50$ *мм* и выходной угол лопастей $\beta_2 = 20°$.

Исходя из схемы бесконечного числа лопаток, определить момент M действия потока на колесо и напор H (энергию, сообщаемую 1 *кГ* жидкости в колесе) при числе оборотов $n = 2\,135$ *об/мин* и расходе воды $Q = 240$ *л/сек*.

Как изменятся M и H при уменьшении расхода в 2 раза? Зависят ли M и H от удельного веса жидкости.

Перед входом на колесо вращение потока отсутствует.

Указание. По формуле (13-15)

$$M = -\rho Q v_{u2} R_2.$$

Из выходного треугольника скоростей

$$v_{u2} = u_2 - v_{r2} \operatorname{ctg} \beta_2,$$

где радиальная слагающая абсолютной скорости выхода

$$v_{r2} = \frac{Q}{2\pi R_2 b_2}.$$

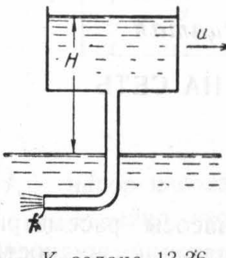
Удельная энергия, сообщаемая потоку в колесе,

$$H = -\frac{M\omega}{Q\gamma}.$$

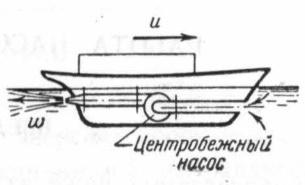
Ответ. $M = -167$ *кГ·м* и $H = 155$ *м;* при уменьшении расхода в два раза $M = -93{,}5$ *кГ·м* и $H = 180$ *м.*

Задача 13-36. Определить реакцию и полезную механическую мощность, развиваемую потоком воды на подвижном сосуде, который перемещается с постоянной поступательной скоростью $u = 15$ *м/сек* и из которого жидкость вытекает через трубку площадью $f = 25$ *см*^{2} под напором $H = 2$ *м*. Гидравлическими сопротивлениями пренебрегать.

Ответ. $R = 10$ *кГ*, $N = 2$ *л. с.*



К задаче 13-36.



К задаче 13-37.

Задача 13-37. Водометный реактивный движитель судна создает тягу за счет струи воды, забираемой центробежным насосом спереди судна и выбрасываемой из кормы с относительной скоростью w.

Определить:

1) Тяговую реактивную силу, создаваемую движителем и развиваемую им полезную мощность.

2) К. п. д. движителя, представляющий отношение полезной мощности движителя к гидравлической мощности, которую сообщает насос перекачиваемой им воде (гидравлическими сопротивлениями в приемной и выкидной трубах насоса пренебрегать).

Известны относительная скорость выбрасываемой струи $w = 7{,}5$ *м/сек*, подача насоса $Q = 750$ *л/сек* и скорость судна $u = 4{,}5$ *м/сек*.

Указание. Рассматривая движение воды относительно судна с начальной скоростью перед судном $w_0 = u$, получим для реактивной силы $R = \rho Q(w - w_0)$ и напора, сообщаемого насосом перекачиваемой им воде:

$$H = \frac{w^2 - w_0^2}{2g}.$$

Мощность насоса

$$N_н = \frac{Q\gamma H}{75} \text{ л. с.}$$

Ответ. $R = 229$ *кГ* и $N = 13{,}75$ *л. с.*; $\eta = 75\%$.

Глава четырнадцатая

РАБОТА НАСОСОВ НА СЕТЬ

ВВЕДЕНИЕ

В предлагаемых ниже задачах насосы рассматриваются как элементы гидросистем, сообщающие жидкости энергию, но не являются самостоятельными объектами изучения. Процессы, происходящие внутри насосов, в задачах не рассматриваются.

1. Исходным соотношением при решении задач о работе насосов на сеть является баланс напоров потока в трубопроводе с включенным в него насосом. При устано-

вившемся движении жидкости в трубопроводе это соотношение имеет вид (рис. 14-1):

$$H_1 + H_н = H_2 + \Sigma h_п, \tag{14-1}$$

где H_1 и H_2 — полные напоры потока в начальном *1* и конечном *2* сечениях трубопровода, равные:

$$H_1 = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g};$$

$$H_2 = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g},$$

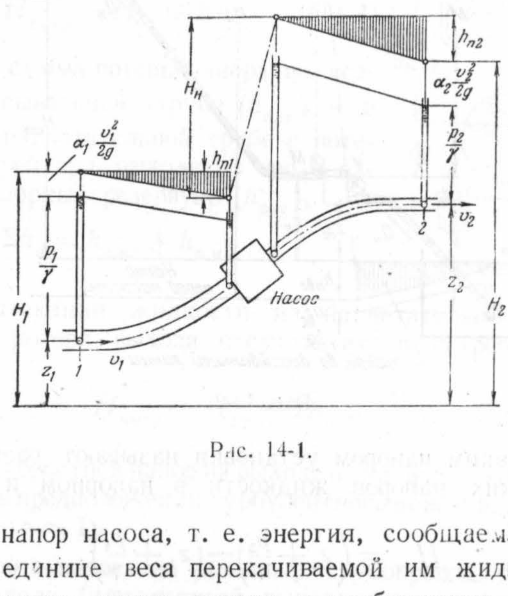


Рис. 14-1.

где $H_н$ — напор насоса, т. е. энергия, сообщаемая насосом единице веса перекачиваемой им жидкости;

$\Sigma h_п$ — сумма потерь напора в трубопроводе между сечениями *1* и *2*.

Отсюда

$$H_н = \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g}\right) - \left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g}\right) + \Sigma h_п, \tag{14-2}$$

т. е. напор насоса затрачивается на увеличение напора потока и преодоление гидравлических сопротивлений в трубопроводе.

2. Схема насосной установки показана на рис. 14-2. Насос перекачивает жидкость из приемного резервуара A в напорный резервуар B по трубопроводу, состоящему из всасывающей и нагнетательной труб.

Рис. 14-2.

Статическим напором установки называют разность гидростатических напоров жидкости в напорном и приемном резервуарах:

$$H_{ст} = \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) - \left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right). \qquad (14\text{-}3)$$

Для установки на рис. 14-2, где давление на свободных поверхностях жидкости в резервуарах равно атмосферному, статический напор установки представляет собой разность уровней жидкости в резервуарах:

$$H_{ст} = z_2 - z_1,$$

т. е. высоту подъема жидкости в установке.

На рис. 14-3 показано в виде примера определение $H_{ст}$ для случая, когда в приемном резервуаре имеется вакуум и в напорном резервуаре—избыточное давление. Статический напор установки равен здесь разности пьезометрических уровней в резервуарах.

Потребным напором установки $H_{потр}$ называется энергия, которую необходимо сообщить единице веса жидкости для ее перемещения по трубопроводу установки при заданном расходе из приемного резервуара в напорный. Пренебрегая малыми скоростными напорами в резервуарах, имеем:

$$H_{потр} = H_{ст} + \Sigma h_{п}, \qquad (14\text{-}4)$$

где $\Sigma h_{п}$ — сумма потерь напора во всасывающей трубе ($h_{п.вс}$) и в нагнетательной трубе с потерей при выходе из нее в напорный резервуар ($h_{п.н}$);

$$\Sigma h_{п} = h_{п.вс} + h_{п.н}.$$

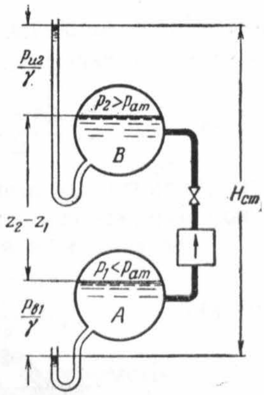


Рис. 14-3.

При вытекании жидкости из нагнетательной трубы в атмосферу потеря выхода отсутствует, а потребный напор равен

$$H_{потр} = H_{ст} + \Sigma h_{п} + \frac{v^2}{2g}, \qquad (14\text{-}5)$$

где $\frac{v^2}{2g}$ — скоростной напор на выходе из нагнетательной трубы (в предположении турбулентного режима, для которого $\alpha \approx 1$).

При работе насоса на длинный трубопровод скоростным напором выхода (или потерей выхода при подаче в напорный резервуар) можно пренебрегать (см. гл. 9). Исключением является случай работы на трубопровод, снабженный концевым сходящимся насадком (рис. 14-4), так как скоростной напор на выходе из насадка сравним здесь с потерями в трубах.

При установившемся режиме работы установки, когда расход в системе трубопроводов не меняется со временем, развиваемый насосом напор равен по уравнению (14-2) потребному напору установки:

$$H_{\text{н}} = H_{\text{потр}}. \tag{14-6}$$

3. Режим работы насоса в установке при данном числе его оборотов характеризуется подачей (объемом жидкости,

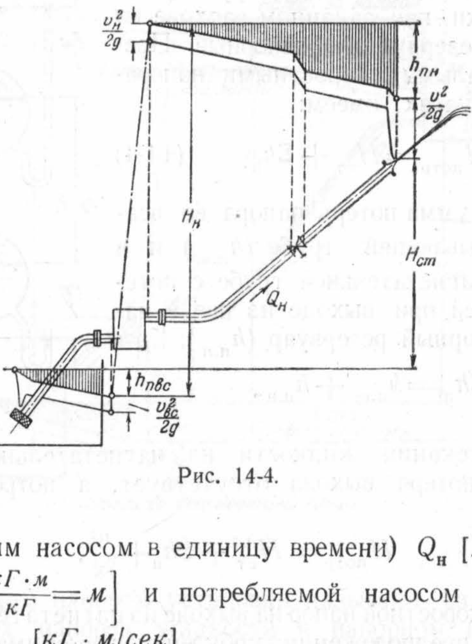


Рис. 14-4.

перемещаемым насосом в единицу времени) $Q_{\text{н}}$ [$м^3/сек$], напором $H_{\text{н}}\left[\frac{кГ \cdot м}{кГ} = м\right]$ и потребляемой насосом мощностью двигателя $N_{\text{дв}}$ [$кГ \cdot м/сек$].

К. п. д. насоса представляет отношение мощности насоса $N_{\text{н}}$ (энергии, сообщаемой в единицу времени жидкости) к потребляемой им мощности двигателя $N_{\text{дв}}$:

$$\eta = \frac{N_{\text{н}}}{N_{\text{дв}}} = \frac{\gamma Q_{\text{н}} H_{\text{н}}}{N_{\text{дв}}}, \tag{14-7}$$

Напор насоса при известной его подаче может быть измерен с помощью манометров, установленных в его выходном и входном сечениях. По определению напор насоса равен разности полных напоров потока при выходе из насоса и при входе в него (рис. 14-2):

$$H_{н}=\left(z_{н}+\frac{p_{н}}{\gamma}+\frac{v_{н}^{2}}{2g}\right)-\left(z_{вс}+\frac{p_{вс}}{\gamma}+\frac{v_{вс}^{2}}{2g}\right). \quad (14\text{-}8)$$

Обозначая здесь $z_{н}-z_{вс}=h_{0}$ и выражая пьезометрические напоры $\frac{p_{н}}{\gamma}$ и $\frac{p_{вс}}{\gamma}$ через показания манометров $M_{н}$ и $M_{вс}$ (в высотах столба жидкости), отнесенные к центрам выходного и входного сечений насоса, получим:

$$H_{н}=M_{н}-M_{вс}+h_{0}+\frac{v_{н}^{2}-v_{вс}^{2}}{2g}. \quad (14\text{-}9)$$

При расположении насоса над приемным уровнем, открытым в атмосферу, во входном сечении насоса возникает вакуум (избыточное давление $p_{вс}<0$); в этом случае

$$H_{н}=M+V+h_{0}+\frac{v_{н}^{2}-v_{вс}^{2}}{2g}, \quad (14\text{-}10)$$

где M и V — показания манометра и вакуумметра, установленных в выходном и входном сечениях насоса (рис. 14-2).

Величина вакуума V на входе в насос равна по уравнению Бернулли для установившегося движения во всасывающей трубе (давление над жидкостью в приемном резервуаре — атмосферное):

$$V=z_{вс}+\frac{v_{вс}^{2}}{2g}+h_{п.вс}. \quad (14\text{-}11)$$

Каждому режиму насоса в данной установке соответствует некоторая допустимая величина вакуума $H_{вак}^{доп}$ (так называемая допустимая вакуумметрическая высота всасывания), которая обеспечивает отсутствие кавитационных явлений в насосе[1]. При эксплуатации насоса должно выполняться условие $V\leqslant H_{вак}^{доп}$, с помощью которого из формулы (14-11) определяется допустимая геометрическая высота всасывания $z_{вс}^{доп}$

[1] Величина $H_{вак}^{доп}$ зависит от упругости паров жидкости и атмосферного давления.

На рис. 14-7 дана схема решения задачи о работе насоса на простой трубопровод, рассмотренная на примере центробежного насоса в трех случаях:

$$1)\ H_{\text{ст}} > 0;\ 2)\ H_{\text{ст}} = 0;\ 3)\ H_{\text{ст}} < 0.$$

Для решения задачи в координатах $Q - H$ строятся в одинаковом масштабе рабочая характеристика насоса $H_{\text{н}} = f(Q_{\text{н}})$ и характеристика установки $H_{\text{потр}} = f(Q)$, пред-

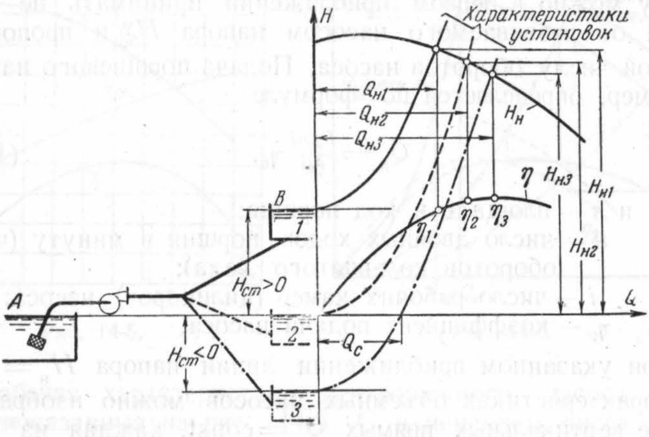


Рис. 14-7.

ставляющая зависимость потребного напора установки от расхода при заданном статическом напоре $H_{\text{ст}}$. Характеристика установки выражается уравнением

$$H_{\text{потр}} = H_{\text{ст}} + \Sigma h_{\text{п}} = H_{\text{ст}} + sQ^2, \qquad (14\text{-}16)$$

где $\Sigma h_{\text{п}} = sQ^2$ — характеристика трубопровода (зависимость суммарных потерь напора в трубопроводе от расхода).

Таким образом, для изображения характеристики установки следует построить характеристику трубопровода, смещенную вдоль оси напоров на величину $H_{\text{ст}}$.

При установившемся режиме работы установки подача насоса $Q_{\text{н}}$ и развиваемый им напор $H_{\text{н}}$ определяются на графике точкой пересечения характеристик насоса и установки, в которой выполняется условие равенства напора насоса и потребного напора установки:

$$H_{н} = H_{ст} + \Sigma h_{п}$$

Для наглядности целесообразно совмещать график со схемой насосной установки, располагая начало координат $Q - H$ на уровне приемного резервуара, который выбирается

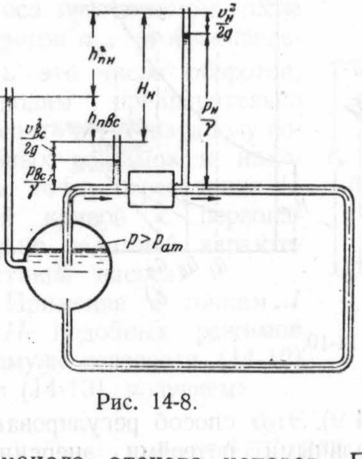


Рис. 14-8.

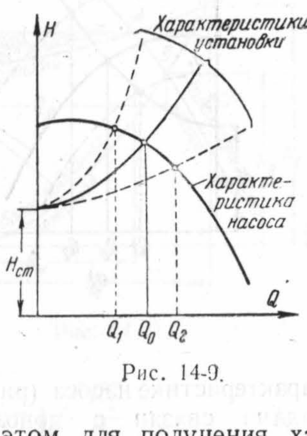


Рис. 14-9.

за начало отсчета напоров. При этом для получения характеристики установки следует построить характеристику трубопровода вверх от уровня в напорном резервуаре.

Если $H_{ст} = 0$, характеристика установки проходит через начало координат характеристики насоса и в рабочей точке имеет место соотношение

$$H_{н} = \Sigma h_{п},$$

т. е. напор насоса целиком затрачивается на преодоление гидравлического сопротивления системы.

К такому случаю относятся циркуляционные установки, где приемный и напорный уровни совпадают (рис. 14-8).

При $H_{ст} < 0$ (напорный уровень ниже приемного) жидкость может перетекать в нижний резервуар самотеком (в количестве $Q_{с}$), и установка насоса вызывается необходимостью получения расхода $Q_{нз} > Q_{с}$ (рис. 14-7).

6. Подачу центробежного (вообще лопастного) насоса можно регулировать методом дросселирования, устанавливая в трубопроводе дроссель с изменяемым сопротивлением (задвижка, вентиль, кран и др.). При изменении открытия дросселя изменяется характеристика установки (крутизна параболы потерь) и рабочая точка перемещается по заданной

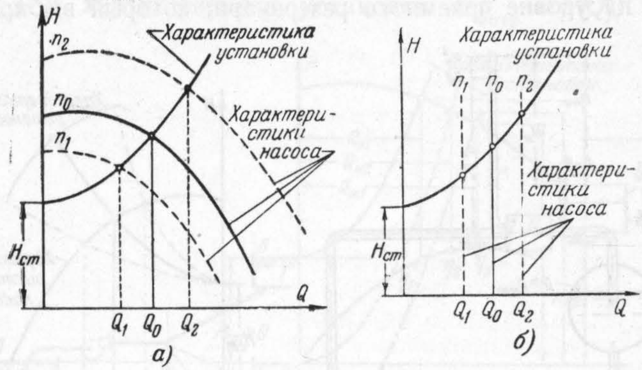


Рис. 14-10.

характеристике насоса (рис. 14-9). Этот способ регулирования подачи связан с дополнительными потерями энергии в дросселе и поэтому неэкономичен.

Регулирование подачи лопастных и объемных насосов можно осуществлять изменением числа оборотов насоса. В этом случае в соответствии с изменением числа оборотов изменяется характеристика насоса и рабочая точка перемещается по заданной неизменной характеристике установки (рис. 14-10: *а* — регулирование подачи центробежного насоса и *б* — объемного насоса).

На рис. 14-11 дана схема решения часто встречающегося в задачах вопроса об определении нового числа оборотов центробежного насоса в связи с желаемым изменением его подачи.

Заданы характеристика насоса при *n об/мин* и характеристика установки. Точка *A* пересечения характеристик является рабочей точкой системы; $Q_н$ и $H_н$ — подача и напор насоса.

Требуется определить новое число оборотов насоса n_x, при котором подача по данному трубопроводу увеличится (или уменьшится) на $m\%$.

По заданному изменению подачи (на $\pm m\%$) находим на характеристике установки при $Q_{\text{I}} = \left(1 \pm \frac{m}{100}\right) \cdot Q_{\text{н}}$ новую рабочую точку системы I.

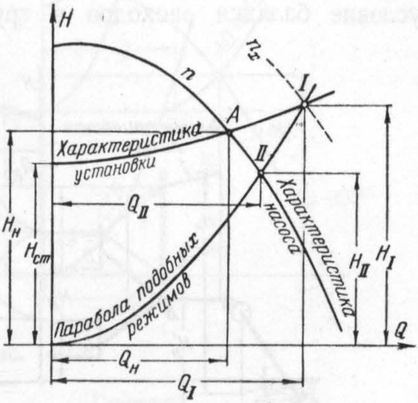


Рис. 14-11.

Через эту точку должна пройти характеристика насоса при искомом числе оборотов n_x. Чтобы определить это число оборотов, проводим предварительно через точку I параболу подобных режимов и находим точку пересечения II этой кривой с первоначально заданной характеристикой насоса.

Применяя к точкам I и II подобных режимов формулы пересчета (14-12) или (14-13), получаем:

$$n_x = n\frac{Q_{\text{I}}}{Q_{\text{II}}} \quad \text{или} \quad n_x = n\sqrt{\frac{H_{\text{I}}}{H_{\text{II}}}}.$$

Подачу объемных и центробежных насосов можно также регулировать перепуском жидкости из напорной линии во всасывающую (или в приемный резервуар) через обводную трубу с регулируемым дросселем (решение таких задач см. ниже).

7. При решении задачи о работе насоса на сложный трубопровод следует различать две типовые схемы: трубопровод с параллельными ветвями и с концевой раздачей (см. гл. 10).

В первом случае задача решается так же, как и при работе на простой трубопровод, с помощью суммарной характеристики сложного трубопровода, включающей сопротивление его разветвленного участка.

В качестве примера второй схемы на рис. 14-12 рассмотрена задача определения режима работы центробежного насоса на два напорных резервуара с разными уровнями жидкости. В зависимости от соотношений элементов установки насос может перекачивать жидкость из приемного резервуара A в оба напорных резервуара C и D или может питать вместе с верхним резервуаром D нижний резервуар C.

Решение задачи основано на определении пьезометрического уровня в узловой точке B, при котором выполняется условие баланса расходов в трубах, примыкающих к этой

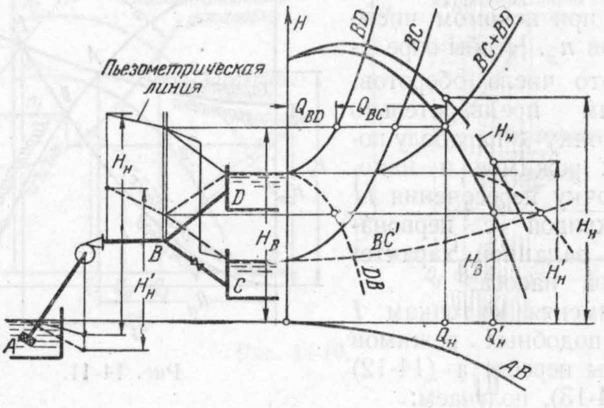


Рис. 14-12.

точке (см. аналогичное решение задачи о трех резервуарах в гл. 10). Прежде всего следует построить график зависимости пьезометрического уровня в узловой точке от подачи насоса, вычитая из ординат напорной характеристики насоса потери напора в трубе AB (кривая H_B). Точка пересечения этой кривой с характеристикой трубы BC, ведущей в нижний напорный резервуар, определяет направление движения в трубе BD, ведущей в верхний резервуар. Если эта точка расположена выше уровня в резервуаре D, насос питает оба напорных резервуара. В этом случае строится кривая зависимости суммарного расхода в трубах BC и BD от пьезометрического уровня в узле B; точка ее пересечения с кривой H_B определяет пьезометрический уровень в узле B, расходы в трубах и режим работы насоса (рабочая точка системы). Если точка пересечения кривой H_B с характеристикой BC расположена ниже уровня в резервуаре D, последний питает совместно с насосом резервуар C. В этом случае (пунктирные кривые на рис. 14-12) строится кривая зависимости суммарного расхода в трубах AB и DB от пьезометрического уровня в узле B (путем суммирования кри-

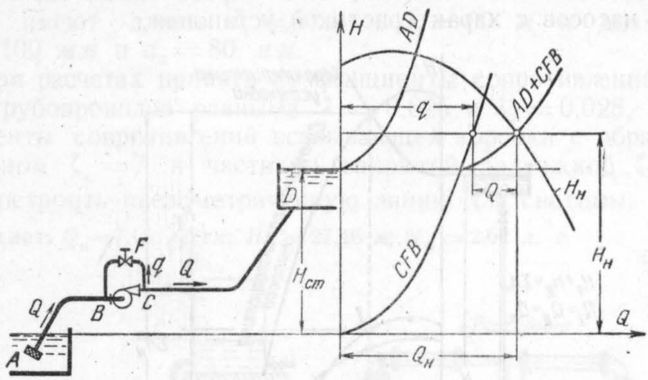


Рис. 14-13.

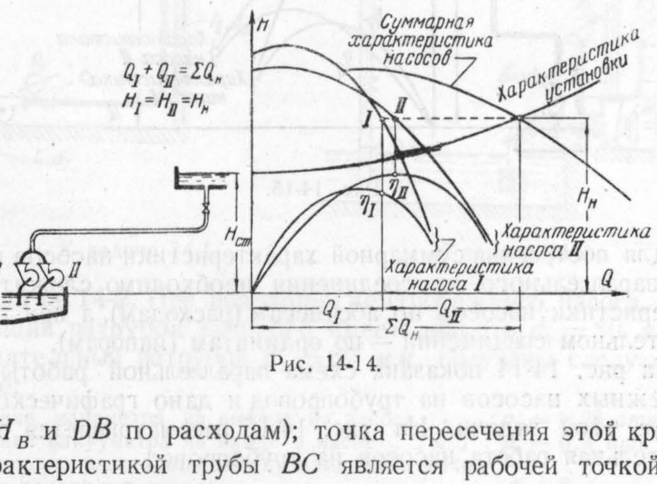


Рис. 14-14.

вых H_B и DB по расходам); точка пересечения этой кривой с характеристикой трубы BC является рабочей точкой системы.

На рис. 14-13 дано решение задачи о работе насоса в установке, снабженной обводной трубой, по которой для регулирования подачи насоса жидкость перепускается из напорной линии во всасывающую.

8. При параллельной или последовательной работе нескольких насосов на трубопровод для определения режима работы системы следует предварительно построить суммарную характеристику насосов, а затем найти рабочую точку системы обычным способом, т. е. пересечением характеристики насосов с характеристикой установки.

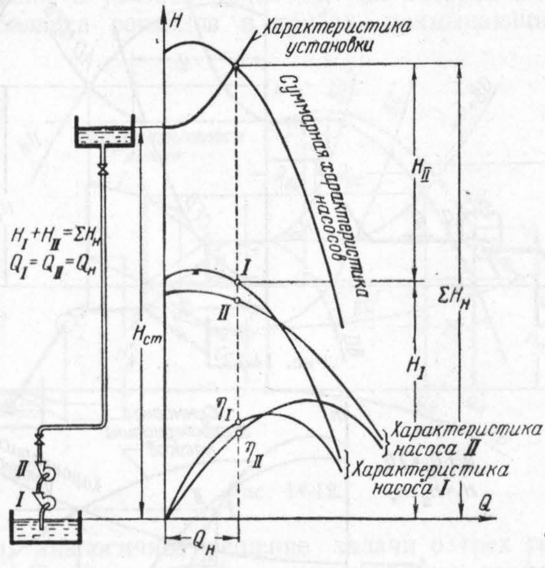


Рис. 14-15.

Для построения суммарной характеристики насосов в случае параллельного их соединения необходимо сложить характеристики насосов по абсциссам (расходам), а при последовательном соединении — по ординатам (напорам).

На рис. 14-14 показана схема параллельной работы центробежных насосов на трубопровод и дано графическое решение этой задачи. На рис. 14-15 рассматривается последовательная работа насосов на трубопровод.

ЗАДАЧИ

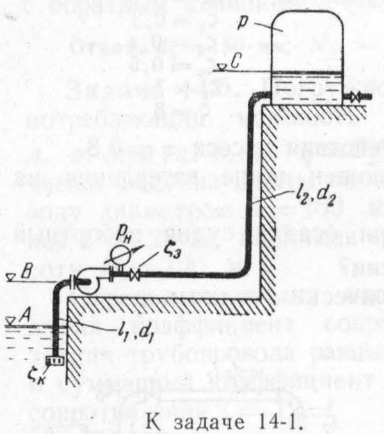
Задача 14-1. Центробежный насос, расположенный на уровне с отметкой $\nabla B = 4$ *м*, перекачивает воду из открытого резервуара с уровнем $\nabla A = 2$ *м* в резервуар с уровнем $\nabla C = 14$ *м* и давлением на поверхности $p = 1{,}2$ *ати*.

Определить подачу, напор и мощность насоса, если манометр, установленный на выходе из насоса, показывает $p_н = 2{,}5$ *ати*, а всасывающий и нагнетательный трубопроводы имеют длины $l_1 = 6$ *м* и $l_2 = 60$ *м* и диаметры $d_1 = 100$ *мм* и $d_2 = 80$ *мм*.

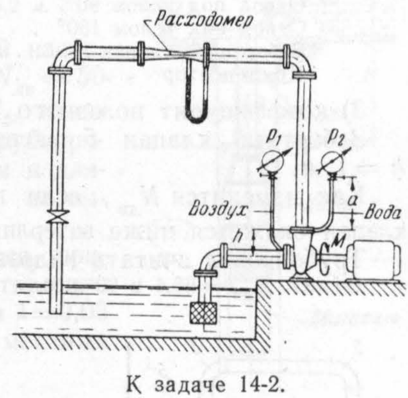
При расчетах принять коэффициенты сопротивления трения трубопроводов равными $\lambda_1 = 0{,}025$ и $\lambda_2 = 0{,}028$, коэффициенты сопротивлений всасывающей коробки с обратным клапаном $\zeta_к = 7$ и частично закрытой задвижкой $\zeta_з = 8$.

Построить пьезометрическую линию для системы.

Ответ. $Q_н = 7{,}15$ *л/сек*; $H_н = 27{,}46$ *м*; $N_н = 2{,}62$ *л. с.*



К задаче 14-1.



К задаче 14-2.

Задача 14-2. При испытании центробежного насоса, всасывающий патрубок которого имеет диаметр $d_1 = 80$ *мм* и нагнетательный патрубок $d_2 = 60$ *мм*, получены следующие данные:

Показание манометра на выходе из насоса . . . $p_2 = 1{,}28$ *ати*
Показание вакуумметра на входе в насос . . . . . $p_1 = 0{,}3$ *атв*
Вертикальное расстояние между входным и выходным сечениями насоса . . . . $h = 8$ *см*
Превышение манометра над выходным сечением насоса . . . . $a = 12$ *см*
Подача насоса . . . . $Q_н = 10$ *л/сек*
Вращающий момент на валу насоса . . . . $M = 1$ *кГ·м*
Число оборотов насоса . . . . $n = 2\,000$ *об/мин*

Определить напор насоса, потребляемую им мощность двигателя и к. п. д. насоса.

Ответ. $H_н = 16{,}44$ *м*; $N_{дв} = 209$ *кГм/сек*; $\eta = 78{,}7\%$.

Задача 14-3. Центробежный насос подает в конденсатор паровой турбины морского судна охлаждающую забортную воду ($\nu = 10^{-6}$ *м²/сек*, $\gamma = 1\,025$ *кГ/м³*) в количестве $1\,800$ *м³/ч*.

Определить необходимую мощность двигателя насоса при следующих данных:

1) общая длина трубопровода, выполненного из меди, $l = 20$ *м*, его диаметр $d = 500$ *мм*;

2) значения коэффициентов местных сопротивлений (отнесены к скорости в трубопроводе):

Донный клапан с приемной решеткой . .	$\zeta_1 = 3$
Задвижка	$\zeta_2 = 0{,}3$
Отвод под углом 90°	$\zeta_3 = 0{,}3$
Отвод под углом 180°	$\zeta_4 = 0{,}5$
Забортный клапан	$\zeta_5 = 7$
Конденсатор	$\zeta = 8$

3) коэффициент полезного действия насоса $\eta = 0{,}8$.

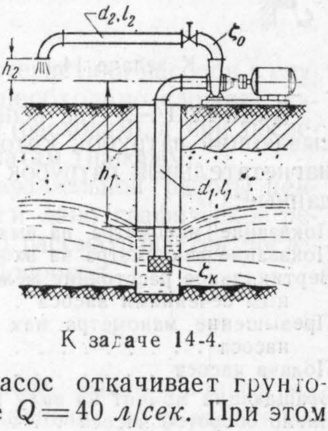
Забортный клапан *5* расположен выше ватерлинии на $h = 1$ *м*.

Как изменится $N_{дв}$, если при осадке судна забортный клапан окажется ниже ватерлинии?

Трубопровод считать гидравлически гладким.

Ответ. $N_{дв} = 68{,}4$ и 60 *л. с.*

К задаче 14-3.



К задаче 14-4.

Задача 14-4. Центробежный насос откачивает грунтовую воду из колодца в количестве $Q = 40$ *л/сек*. При этом горизонт воды в колодце устанавливается на $h_1 = 5$ *м* ниже оси насоса.

Определить: 1) Диаметр d_1 всасывающей трубы насоса, длина которой равна $l_1 = 8$ *м*, если вакуум перед входом в насос не должен превосходить $V = 7$ *м вод. ст.*

2) Потребляемую насосом мощность при полностью открытой задвижке на нагнетательной трубе, имеющей длину $l_2 = 5$ *м* и диаметр $d_2 = 150$ *мм*, если выходное сечение ее расположено на $h_2 = 0{,}6$ *м* выше оси насоса; к. п. д. насоса $\eta = 0{,}7$.

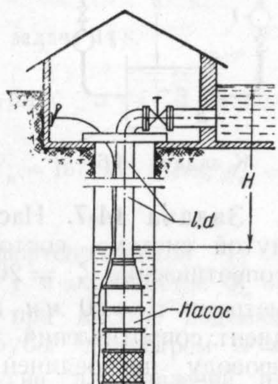
При расчете принять коэффициент сопротивления трения трубопроводов $\lambda = 0{,}03$, коэффициент сопротивления каждого отвода $\zeta_o = 0{,}4$, коэффициент сопротивления всасывающей коробки с обратным клапаном $\zeta_к = 5$.

Ответ. $d_1 = 150$ *мм*; $N_{дв} = 6{,}2$ *л. с.*

Задача 14-5. Погружной насос, потребляющий мощность $N_{дв} = 50$ *л. с.* при к. п. д. $\eta = 80\%$, откачивает воду из шахты по трубопроводу диаметром $d = 150$ *мм* и длиной $l = 120$ *м*, поднимая ее на высоту $H = 100$ *м*.

Определить подачу насоса, принимая коэффициент сопротивления трения трубопровода равным $\lambda = 0{,}03$ и суммарный коэффициент местных сопротивлений $\zeta = 12$.

Ответ. $Q_н = 28{,}6$ *л/сек.*



К задаче 14-5.

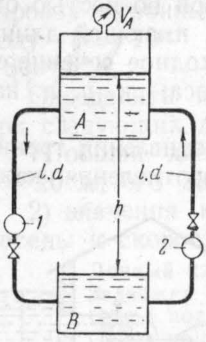
Задача 14-6. В экспериментальной установке вода перекачивается насосом *1* из бака *A*, где поддерживается постоянный вакуум $V_A = 8$ *м вод. ст.*, в расположенный ниже открытый резервуар *B* по трубопроводу общей длиной $l = 10$ *м* и диаметром $d = 50$ *мм*. Из резервуара *B* вода возвращается в бак *A* насосом *2* по такому же трубопроводу.

Определить, какие напоры должны создавать насосы, чтобы в системе циркулировал расход $Q = 6$ *л/сек*, если разность уровней воды $h = 5$ *м*.

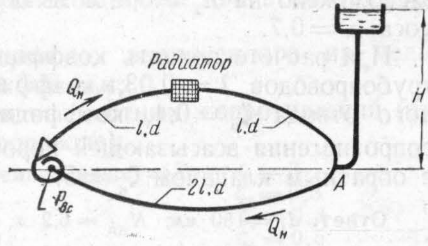
Коэффициент сопротивления трения $\lambda = 0{,}03$, суммарный коэффициент местных сопротивлений в каждом из трубопроводов $\zeta = 6{,}5$.

При каком вакууме V_A в баке насосы должны будут создавать одинаковые напоры?

Ответ. $H_{н1} = 9$ *м* и $H_{н2} = 2{,}95$ *м*. $V_A = h = 5$ *м вод. ст.*



К задаче 14-6.



К задаче 14-7.

Задача 14-7. Насос создает циркуляцию воды в замкнутой системе, состоящей из радиатора с коэффициентом сопротивления $\zeta_R = 20$ и трех участков трубопровода диаметрами $d = 40$ *мм* и общей длиной $4l = 40$ *м* (коэффициент сопротивления трения $\lambda = 0{,}02$). В точке A к трубопроводу присоединен компенсационный бачок с высотой уровня $H = 6$ *м* над осью насоса. Подача насоса $Q_н = 3{,}76$ *л/сек*.

1. Определить напор и мощность насоса.
2. Построить пьезометрическую линию для системы и определить давление перед входом в насос.
3. Определить минимально допустимую высоту H, при которой в системе не будет вакуума.

Ответ. 1) $H_н = 18{,}35$ *м*; $N_н = 0{,}92$ *л. с.* 2) $p_{вс} = 0{,}142$ *ати*. 3) $H_{мин} = 4{,}58$ *м*.

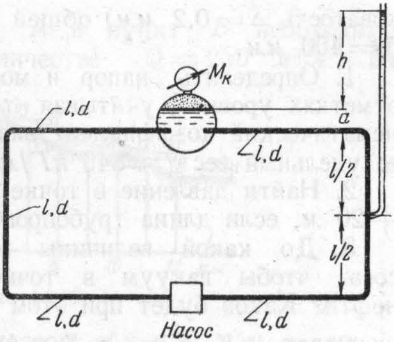
Задача 14-8. Замкнутая циркуляционная система состоит из насоса, котла, давление в котором $M_к = 1{,}1$ *ати*, и шести одинаковых участков трубопровода диаметрами $d = 50$ *мм* и длинами $l = 12{,}5$ *м*.

При работе насоса уровень воды в пьезометре, установленном на середине правого вертикального участка системы, располагается на высоте $h=5$ *м* над уровнем воды в котле.

Указать направление циркуляции воды в системе.

Определить подачу, напор и мощность насоса, пренебрегая местными потерями и принимая $\lambda = 0{,}025$.

Определить давление перед насосом и за ним.



К задаче 14-8.

Построить пьезометрическую линию для системы (верхние трубы расположены на глубине $a=1{,}5$ *м* под уровнем воды в котле).

Ответ. $Q_н = 6{,}95$ *л/сек*; $H_н = 24$ *м*; $N_н = 167$ *кГ·м/сек*; $p_{вс} = 1{,}3$ *ати*; $p_н = 3{,}7$ *ати*.

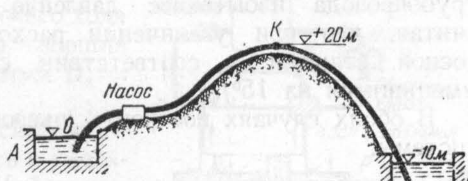
Задача 14-9. При перекачке нефтепродуктов ($\gamma = 900$ *кГ/м³* и $\mu = 0{,}005$ *кГ·сек/м²*) в количестве $Q_н = 56$ *л/сек* на расстояние $l = 16$ *км* при высоте подъема $H_{ст} = 30$ *м* можно использовать трубы диаметром $d = 150$ *мм* или $d = 200$ *мм*, те и другие для давлений, не превышающих $p = 65-70$ *кГ/см²*.

Определить в обоих случаях необходимую для перекачки мощность насосов и число последовательно работающих станций.

Трубопровод считать гидравлически гладким.

Ответ. $N_н = 1\,220$ *л. с.*, 3 станции; $N_н = 324$ *л. с.*, 1 станция.

Задача 14-10. Поршневой насос перекачивает нефть в количестве $Q_н = 0{,}2$ *м³/сек* из резервуара A в резервуар B по стальному сварному трубопроводу (шеро-



К задаче 14-10.

ховатость $\Delta = 0{,}2$ *мм*) общей длиной $l = 8$ *км* и диаметром $d = 400$ *мм*.

1. Определить напор и мощность насоса при заданных отметках уровней, учитывая только потери на трение. Кинематический коэффициент вязкости нефти $\nu = 0{,}8$ *см²/сек*, ее удельный вес $\gamma = 840$ *кГ/м³*.

2. Найти давление в точке K, расположенной на отметке $+20$ *м*, если длина трубопровода до этой точки $l_1 = 4$ *км*.

3. До какой величины можно уменьшить подачу насоса, чтобы вакуум в точке K не превосходил 5 *м* ст. нефти? Каков будет при этом напор насоса?

Ответ. 1) $H_н = 76{,}3$ *м*; $N_н = 171$ *л. с.* 2) $p_K = 1{,}1$ *ати*. 3) $Q_н = 146$ *л/сек*; $H_н = 40$ *м*.

Задача 14-11. Насосная станция перекачивает воду в количестве $Q_н = 0{,}6$ *м³/сек* по горизонтальному трубопроводу длиной $l = 5$ *км* и диаметром $d = 500$ *мм* из бассейна A в резервуар B.

К задаче 14-11.

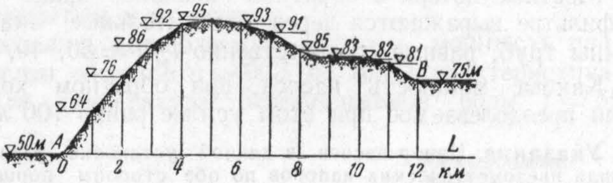
Определить мощность насоса, установленного на насосной станции, учитывая в трубопроводе только потери трения ($\lambda = 0{,}015$).

Определить, где и какой мощности надо установить станцию подкачки, чтобы по тому же трубопроводу увеличить подачу до 0,9 *м³/сек*, обеспечивая по всей длине трубопровода избыточное давление не менее 0,5 *ати* и считая, что при увеличении расхода напор насоса на насосной станции в соответствии с его характеристикой уменьшится на 15%.

В обоих случаях построить пьезометрические линии для системы.

Ответ. $N_н = 537$ *квт*; на расстоянии 2,1 *км* от насосной станции; мощность насоса на станции подкачки $N'_н = 900$ *квт*.

Задача 14-12. Из пункта A в пункт B необходимо перекачивать воду в количестве $Q = 250$ $м^3/ч$ по



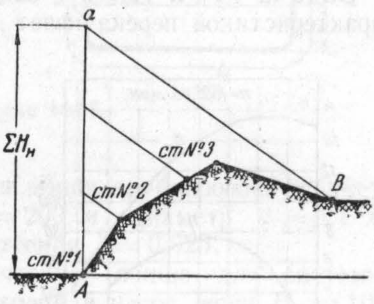
К задаче 14-12.

стальному трубопроводу диаметром $d = 150$ *мм* и длиной $l = 14{,}0$ *км* (шероховатость $\Delta = 0{,}2$ *мм*) при указанном на схеме профиле трассы.

Определить, сколько и в каких пунктах трассы необходимо установить одинаковые насосные станции, чтобы давление в трубах нигде не превышало 50 *ати*.

Указание. Число насосных станций определяется делением потребного суммарного напора насосов $\Sigma H_н$ на предельный по заданию напор одной станции.

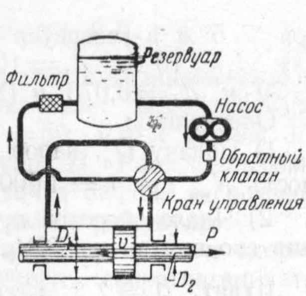
Места расположения станций определяются графически при помощи построения, показанного на схеме.



К решению задачи 14-12.

Задача 14-13. Определить мощность шестеренчатого насоса, используемого в объемной гидропередаче для перемещения поршня гидроцилиндра, если внешняя нагрузка поршня при рабочем ходе (справа налево) $P = 500$ *кГ*, скорость рабочего хода $v = 0{,}15$ *м/сек*, диаметр поршня $D_1 = 50$ *мм*, диаметр штока $D_2 = 20$ *мм*.

Рабочая жидкость в системе — спирто-глицериновая смесь с удельным весом $\gamma = 1\,210$ $кГ/м^3$ и кинематическим коэффициентом вязкости $\nu = 1{,}2$ $см^2/сек$.



К задаче 14-13

27—2199

Общая длина трубопроводов системы $l=11$ *м*, диаметр $d=10$ *мм*.

Местные потери в обратном клапане, кране управления и фильтре выражаются через относительные эквивалентные длины труб, равные соответственно $l_э/d=50$, 40, 60.

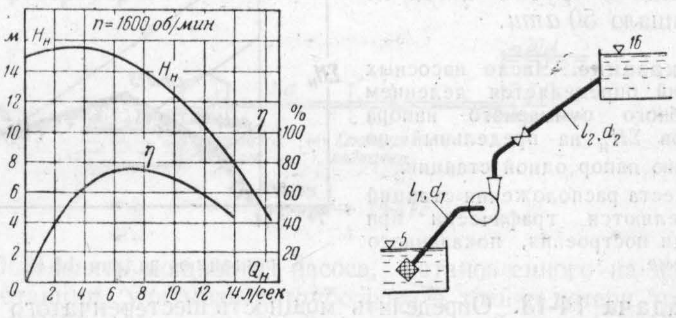
Какова мощность насоса при обратном ходе поршня, если преодолеваемое при этом усилие равно 100 *кГ*?

Указание. Напор насоса в данной установке равен сумме перепада пьезометрических напоров по обе стороны поршня и потерь напора в трубопроводах:

$$H_н=\frac{4P}{\pi(D_1^2-D_2^2)\gamma}+h_п.$$

Ответ. $N_н=1{,}63$ *л. с.*; $N_н=0{,}835$ *л. с.*

Задача 14-14. Насос с заданной при $n=1\,600$ *об/мин* характеристикой перекачивает воду из резервуара с отмет-



К задаче 14-14.

кой ▽ 5 *м* в резервуар с отметкой ▽ 16 *м* по трубопроводам $l_1=10$ *м*, $d_1=100$ *мм* ($\Sigma\zeta=2$, $\lambda_1=0{,}025$) и $l_2=30$ *м*, $d_2=0{,}075$ *м* ($\Sigma\zeta=12$; $\lambda_2=0{,}027$).

Определить:

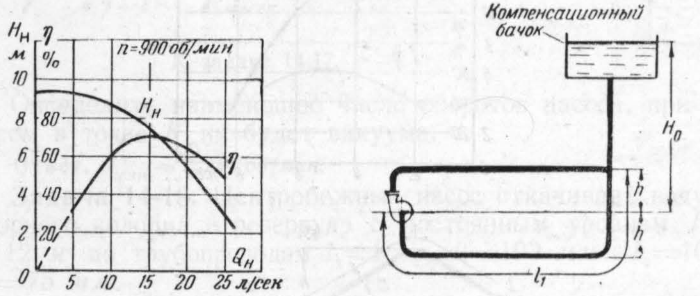
1) Подачу $Q_н$, напор $H_н$ насоса и потребляемую им мощность $N_{дв}$ при $n=1600$ *об/мин*.

2) Число оборотов n_1 насоса, необходимое для увеличения его подачи на 50%.

Ответ. $Q_н=7{,}3$ *л/сек*; $H_н=14{,}4$ *м*; $N_{дв}=1{,}86$ *л. с.*; $n_1=1\,900$ *об/мин*.

Задача 14-15. Центробежный насос осуществляет циркуляцию воды в кольцевом трубопроводе с компенсационным бачком, открытым в атмосферу.

1. Определить потребляемую насосом мощность при работе с числом оборотов $n = 900$ *об/мин* (характеристика задана), если температура перекачиваемой воды $t = 60°$ С



К задаче 14-15.

($\gamma = 983$ *кГ/м*^{3}), приведенная длина трубопровода (с учетом местных сопротивлений) $l = 200$ *м*, диаметр $d = 0,1$ *м* и коэффициент сопротивления трения $\lambda = 0,025$.

2. Построить пьезометрическую линию для системы и определить давление перед входом в насос, если $H_0 = 10$ *м*; $h = 2$ *м*; $l_1 = 100$ *м*.

3. Определить минимально допустимый уровень H_0 в компенсационном бачке, если давление перед входом в насос не должно быть меньше 1 *ата*.

Ответ. 1) $N_{дв} = 2$ *л. с.* 2) $p_{вс} = 0,6$ *ати.* 3) $H_0 = 4$ *м.*

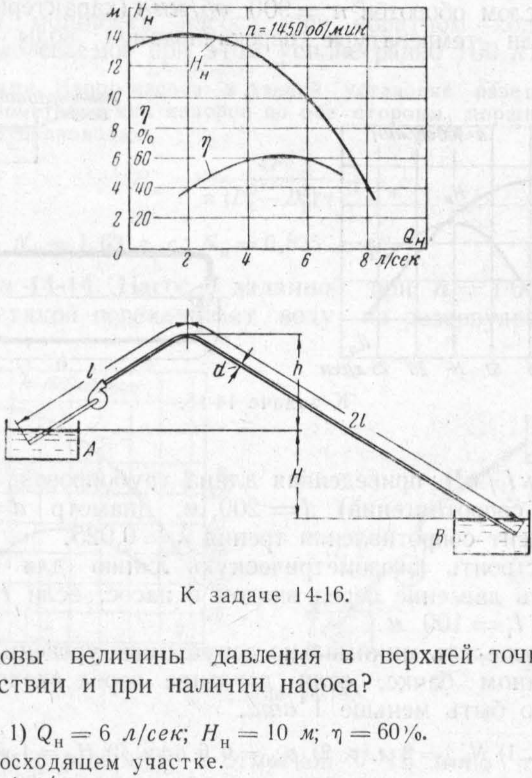
Задача 14-16. Центробежный насос с заданной характеристикой ($n = 1\,450$ *об/мин*) перекачивает воду по сифонному трубопроводу диаметром $d = 50$ *мм* и длиной $3l = 75$ *м* из резервуара A в резервуар B. Разность уровней в резервуарах $H = 8$ *м*; верхняя точка сифона расположена на высоте $h = 5$ *м* от уровня в верхнем резервуаре.

Определить, пренебрегая местными потерями и скоростными напорами и полагая коэффициент сопротивления трения $\lambda = 0,025$:

1) Подачу, напор и к. п. д. насоса;

2) Где следует установить насос (на восходящем или нисходящем участке сифона) и почему?

3) Каков был бы расход $Q_с$ воды по сифону без насоса?



К задаче 14-16.

4) Каковы величины давления в верхней точке сифона при отсутствии и при наличии насоса?

Ответ. 1) $Q_н = 6$ *л/сек*; $H_н = 10$ *м*; $\eta = 60\%$.

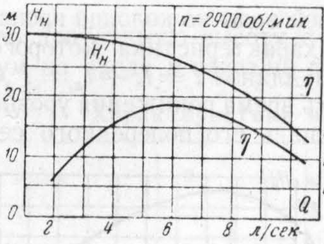
2) На восходящем участке.

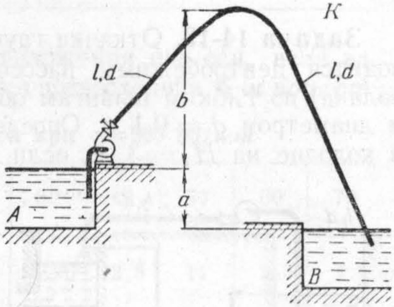
3) $Q_с = 4$ *л/сек*.

4) Вакуум при отсутствии насоса равен 7,65 *м вод. ст.*, при наличии насоса 1 *м вод. ст.*

Задача 14-17. При помощи центробежного насоса, характеристика которого задана при $n = 2\,900$ *об/мин*, необходимо перекачивать воду по сифонному трубопроводу с одинаковыми восходящей и нисходящей ветвями, каждая длиной $l = 10$ *м* и диаметром $d = 40$ *мм* ($\lambda = 0{,}03$).

Разность уровней в баках $a = 2$ *м*, верхняя точка K сифона расположена на высоте $b = 8$ *м*.





К задаче 14-17.

Определить наименьшее число оборотов насоса, при котором в точке K не будет вакуума.

Ответ. $n_{мин} = 2\,500$ *об/мин.*

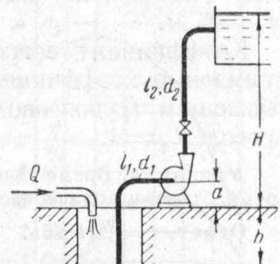
Задача 14-18. Центробежный насос откачивает воду из сборного колодца в резервуар с постоянным уровнем $H = 12$ *м* по трубопроводам $l_1 = 8$ *м*, $d_1 = 100$ *мм* и $l_2 = 16$ *м*, $d_2 = 75$ *мм*.

Определить:

1) На какой глубине h установится уровень воды в колодце, если приток в него $Q = 8$ *л/сек*, а число оборотов насоса $n = 1\,450$ *об/мин*?

2) Наименьшее число оборотов насоса, которое обеспечит отсутствие переполнения колодца при том же притоке.

При расчетах принять коэффициенты сопротивления трения $\lambda_1 = 0{,}03$ и $\lambda_2 = 0{,}035$ и суммарные коэффициенты местных сопротивлений $\zeta_1 = 6$ и $\zeta_2 = 10$.



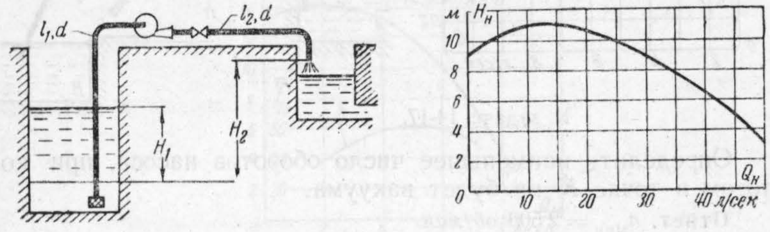
К задаче 14-18.

Характеристика насоса при $n = 1\,450$ *об/мин*

$Q_н$, *л/сек*	0	2	4	6	8	10	12	14	16
$H_н$, *м*	22,0	22,4	22,6	22,4	21,5	20,0	18,0	15,0	11,0
η, %	0	37	58	71	75	74	68	56	37

Ответ. 1) $h = 6{,}1$ *м.* 2) $n = 1\,260$ *об/мин.*

Задача 14-19. Откачка грунтовой воды из колодца производится центробежным насосом (характеристика которого задана) по гибким шлангам общей длиной $l = l_1 + l_2 = 7$ *м* и диаметром $d = 0,1$ *м*. Определить время понижения уровня в колодце на $H_1 = 3$ *м*, если площадь его поперечного се-



К задаче 14-19.

чения 6,25 *м²*, а выходное отверстие напорного трубопровода расположено выше конечного уровня в колодце на $H_2 = 4$ *м*.

Коэффициент сопротивления трения шлангов $\lambda = 0,04$, суммарные коэффициенты местных сопротивлений во всасывающем трубопроводе $\zeta_1 = 6$ и в нагнетательном трубопроводе $\zeta_2 = 4$.

Указание. Время понижения уровня определить по средней за время откачки подаче насоса.

Ответ. $t = 12,4$ *мин*.

Задача 14-20. Центробежный насос с известной при $n = 900$ *об/мин* характеристикой забирает воду из бассейна с постоянным уровнем $\nabla 0$ и через промежуточный колодец подает ее в водонапорную башню с отметкой уровня $\nabla 20$ *м*.

К задаче 14-20.

1. Найти число оборотов насоса и потребляемую им мощность, если его подача в башню $Q_н = 60$ *л/сек*. Приведенные длины труб $l_0 = 10$ *м*; $l_1 = 10$ *м*; $l_2 = 100$ *м*; диаметры $d_0 = 0,2$ *м*; $d_1 = 0,2$ *м*; $d_2 = 0,15$ *м* ($\lambda = 0,03$).

2. Определить при этом режиме работы насоса наиболь-

шую допустимую высоту z расположения его оси, если вакуум на входе в насос не должен превосходить 6 *м вод. ст*.

Характеристика насоса при $n=900$ *об/мин*

$Q_н$, *л/сек*	0	10	20	30	40	50	60	70
$H_н$, *м*	12,5	13,25	13,5	13,25	12,5	11	9,5	7,5
η, %	0	45	67	77	82	82	75	60

Ответ. 1) $n = 1\,440$ *об/мин*; $N_{дв} = 31,9$ *л. с.* 2) $z = 5,25$ *м*.

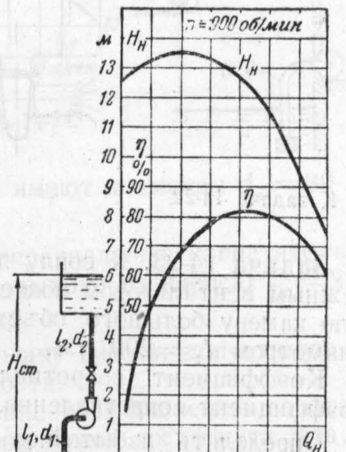
Задача 14-21. Центробежный насос поднимает воду на высоту $H_{ст} = 6$ *м* по трубам $l_1 = 20$ *м*, $d_1 = 0,2$ *м* ($\lambda_1 = 0,02$) и $l_2 = 100$ *м*, $d_2 = 0,15$ *м* ($\lambda_2 = 0,025$).

1. Определить подачу $Q_н$ насоса при его работе с числом оборотов $n = 900$ *об/мин*.

2. Сравнить величины потребляемой насосом мощности при уменьшении его подачи на 25% дросселированием задвижкой или изменением числа оборотов.

Местные сопротивления учтены эквивалентными длинами, включенными в заданные длины труб.

Ответ. 1) $Q_н = 47$ *л/сек*. 2) $N_{дв} = 7,6$ *л. с.*; $N_{дв} = 5,3$ *л. с.*



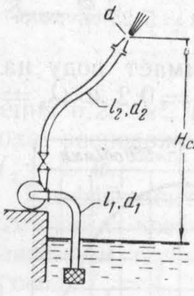
К задаче 14-21.

Задача 14-22. Определить подачу $Q_н$ и мощность $N_{дв}$, потребляемую центробежным пожарным насосом при $n = 3\,000$ *об/мин*, если насос подает воду по шлангам $l_1 = 6$ *м*, $d_1 = 100$ *мм* ($\lambda_1 = 0,025$; $\zeta_1 = 4$) и $l_2 = 40$ *м*, $d_2 = 90$ *мм* ($\lambda_2 = 0,035$; $\zeta_2 = 10$) через конический сходящийся насадок $d = 40$ *мм* ($\zeta = 0,08$) на высоту $H_{ст} = 16$ *м*.

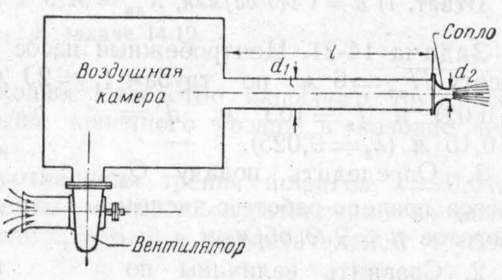
Характеристика насоса при $n = 3000$ *об/мин*

$Q_н$, *л/сек*	0	5	10	15	20	25	30	35
$H_н$, *м*	140	140	136	130	121	110	98	83
η, %	0	34	55	68	75	77	73	65

Ответ. $Q_н = 32{,}2$ *л/сек*; $N_{дв} = 55{,}3$ *л. с.*



К задаче 14-22.



К задаче 14-23.

Задача 14-23. К соплу диаметром $d_2 = 175$ *мм* центробежным вентилятором подается воздух через промежуточную камеру большого объема и трубу длиной $l = 2$ *м* и диаметром $d_1 = 200$ *мм*.

Коэффициент сопротивления трения трубы $\lambda = 0{,}02$, коэффициент сопротивления сопла $\zeta_c = 0{,}06$.

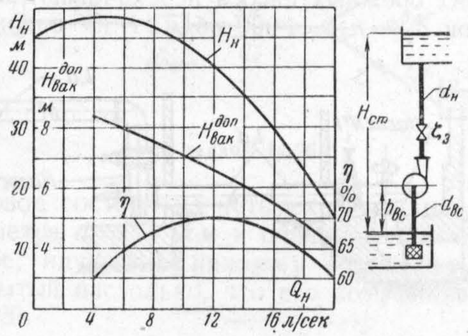
Определить избыточное давление в камере и подачу вентилятора, если его характеристика, связывающая подачу Q в $м^3/ч$ со статическим напором в камере $H_{ст}$ в метрах столба воздуха, задана следующей таблицей

Q, $м^3/ч$	0	500	1 000	1 500	2 000	2 500
$H_{ст}$, *м*	50	47	42	35	26	18

Сжимаемостью воздуха пренебречь, принимая его удельный вес равным $\gamma = 1{,}2\ кГ/м^3$.

Ответ. $\frac{p_и}{\gamma} = 30{,}5$ *м возд. ст.*; $Q = 0{,}485\ м^3/сек$.

Задача 14-24. В насосной установке вода подается на высоту $H_{ст} = 15$ *м* центробежным насосом с заданной характеристикой при высоте всасывания $h_{вс} = 4$ *м*. Нагнета-



К задаче 14-24.

тельная и всасывающая трубы имеют диаметры $d_п = 80$ *мм* и $d_{вс} = 100$ *мм*.

Суммарный коэффициент сопротивления нагнетательной трубы (без учета задвижки на выходе из насоса) $\zeta_н = 22$ и всасывающей трубы $\zeta_{вс} = 6$.

Определить наибольшую подачу насоса, допустимую по условиям всасывания им жидкости.

Каково минимальное значение коэффициента сопротивления задвижки $\zeta_з$, при котором будет достигнута эта подача?

Какую мощность будет потреблять насос на этом предельном режиме?

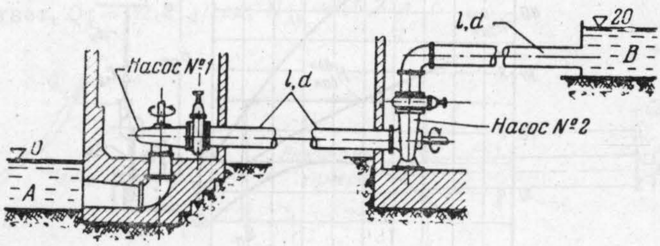
Указание. На характеристике приведена кривая $H_{вак}^{доп}$ допусти мого вакуума перед насосом (в метрах ст. воды), при котором обес печивается отсутствие кавитации в насосе. Точка пересечения этой кривой с кривой, выражающей вакуум V перед насосом в данной устаповке при различных $Q_н$, определяет искомую наибольшую подачу. Зависимость $V = f(Q_н)$ определяется выражением:

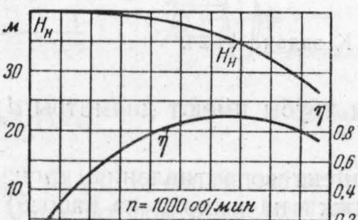
$$V = h_{вс} + h_{п.вс} + \frac{v_{вс}^2}{2g},$$

где $h_{п.вс} = \zeta_{вс} \frac{v_{вс}^2}{2g}$ — сумма потерь напора во всасывающей трубе.

Ответ. $Q_н = 16$ *л/сек*; $\zeta_з = 4{,}23$; $N_{дв} = 9{,}35$ *л. с.*

Задача 14-25. Два последовательно соединенных одинаковых центробежных насоса перекачивают воду при числах оборотов $n_1 = n_2 = 1\,000$ *об/мин* из водохранилища A





К задаче 14-25.

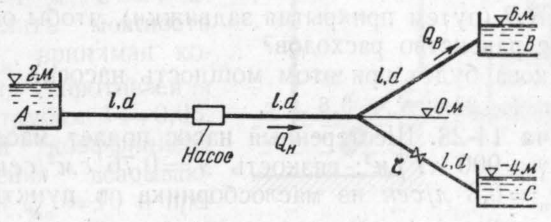
в бассейн B по трубопроводу, состоящему из двух одинаковых участков длиной $l = 1$ *км* и диаметром $d = 250$ *мм* каждый ($\lambda = 0{,}02$).

Пренебрегая местными потерями, определить подачу насосов и потребляемую каждым из них мощность двигателя.

Определить, как необходимо изменить число оборотов одного из насосов, чтобы увеличить расход в трубопроводе на 25%?

Ответ. $Q = 128$ *л/сек*; $N_{дв} = 77{,}5$ *л. с.* Увеличить обороты до $n' = 1\,390$ *об/мин*.

Задача 14-26. Поршневой насос перекачивает воду из резервуара A в резервуары B и C. Отметки уровней в резервуарах соответственно равны $+2$ *м*; $+6$ *м*; -4 *м* (отметка оси насоса принята за нуль). Подача в верхний резервуар $Q_{\text{В}} = 2$ *л/сек*.



К задаче 14-26.

Трубопровод состоит из четырех участков труб одинакового диаметра $d = 50$ *мм* и одинаковой длины $l = 50$ *м*.

На трубе, идущей к нижнему резервуару, установлен кран, прикрытый настолько, что его коэффициент сопротивления $\zeta = 120$.

Определить расход $Q_{\text{н}}$, напор $H_{\text{н}}$ и мощность $N_{\text{н}}$ насоса, пренебрегая всеми местными сопротивлениями за исключением сопротивления крана и полагая $\lambda = 0{,}03$.

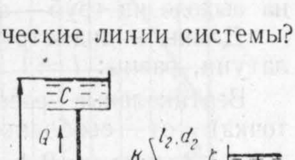
Построить пьезометрическую линию для системы.

При каких значениях коэффициента сопротивления ζ крана подача в верхний резервуар будет равна: 1) нулю; 2) подаче в нижний резервуар, т. е. половине всей подачи насоса; 3) полной подаче насоса.

Каковы в этих случаях пьезометрические линии системы?

Ответ. $Q_{\text{н}} = 4{,}42$ *л/сек*; $H_{\text{н}} = 21{,}15$ *м*; $N_{\text{н}} = 93{,}5$ *кГ·м/сек*; $\zeta' = 8{,}8$; $\zeta'' = 154$. $\zeta''' = \infty$.

Задача 14-27. Из резервуара A необходимо подавать при помощи центробежного насоса в резервуары B и C, уровни в которых расположены на высотах $h_B = 20$ *м* и $h_C = 25$ *м* одинаковое количество воды $Q = 4$ *л/сек*.



К задаче 14-27.

Трубопровод AK (до узловой точки K) имеет приведенную длину $l_1 = 100$ *м* и диаметр $d_1 = 75$ *мм*; трубы KC и KB одинаковы: $l_2 = l_3 = 50$ *м* и $d_2 = d_3 = 50$ *мм*. Коэффициент сопротивления трения во всех трубах $\lambda = 0{,}025$.

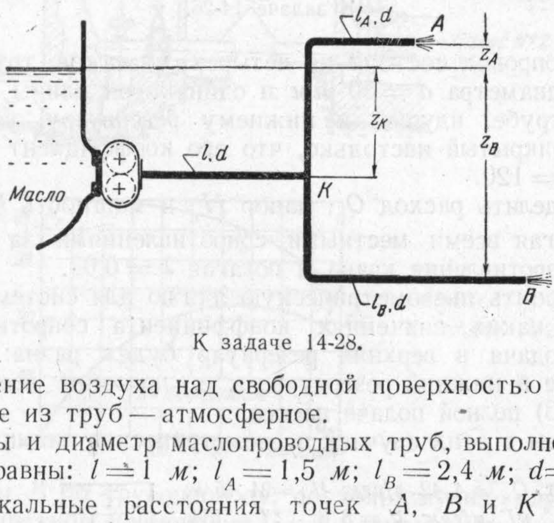
Определить:

1) Какое дополнительное сопротивление необходимо ввести в трубу KB (путем прикрытия задвижки), чтобы обеспечить требуемое равенство расходов?

2) Какова будет при этом мощность насоса?

Ответ. $\zeta = 23{,}6$; $N_н = 3{,}8$ *л. с.*

Задача 14-28. Шестеренный насос подает масло (удельный вес $\gamma = 900$ *кГ/м³*; вязкость $\nu = 0{,}76$ *см²/сек*) в количестве $Q_н = 0{,}8$ *л/сек* из маслосборника в пункты A и B.



К задаче 14-28.

Давление воздуха над свободной поверхностью масла и на выходе из труб — атмосферное.

Длины и диаметр маслопроводных труб, выполненных из латуни, равны: $l = 1$ *м*; $l_A = 1{,}5$ *м*; $l_B = 2{,}4$ *м*; $d = 10$ *мм*.

Вертикальные расстояния точек A, B и K (узловая точка) от свободной поверхности равны: $z_A = 0{,}2$ *м*; $z_B = 1{,}3$ *м*; $z_K = 0{,}4$ *м*.

Определить, пренебрегая местными потерями и скоростными напорами:

1) Подачу масла в каждый из пунктов A и B.

2) Мощность насоса.

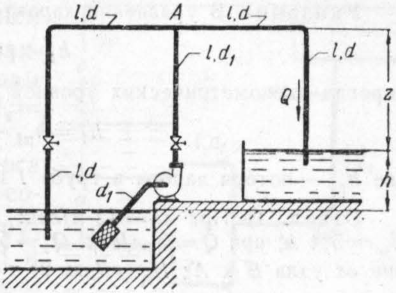
3) Давление в точке K.

Ответ. 1) $Q_A = 48$ *л/сек*; $Q_B = 0{,}32$ *л/сек*. 2) $N_н = 34{,}7$ *кГ·м/сек* 3) $p_K = 2{,}1$ *ати*.

Задача 14-29. Центробежный насос перекачивает воду по трубопроводу ($l = 5$ *м*, $d_1 = 75$ *мм*), который в точке A разветвляется на две линии диаметром $d = 50$ *мм* и длиной $2l$ каждая.

Расход в правой ветви $Q = 10$ *л/сек*, а высоты равны $h = 1$ *м*, $z = 4$ *м*.

Определить мощность насоса $N_н$, принимая коэффициент сопротивления трения в трубах $\lambda = 0{,}03$, суммарный коэффициент сопротивления всасывающей линии $\zeta_{вс} = 10$ и пренебрегая потерями в задвижках.



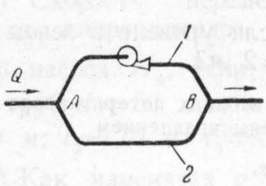
К задаче 14-29.

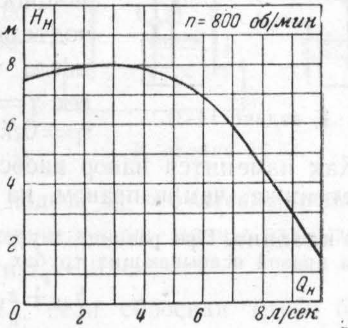
Указать сечение трубопровода, в котором имеет место наименьшее давление.

Ответ. $N_н = 4{,}5$ *квт*.

Задача 14-30. Узловые точки A и B трубопровода соединены двумя одинаковыми трубами 1 и 2 приведенной длиной $l = 20$ *м* и диаметром $d = 50$ *мм* ($\lambda = 0{,}03$). В трубу 1 включен центробежный насос, характеристика которого при $n = 800$ *об/мин* задана.

Определить:





К задаче 14-30.

1) Расходы в трубах 1 и 2 и напор насоса при суммарном расходе, подводимом к узлу A, равном $Q = 12$ *л/сек*. Как изменятся эти величины при уменьшении расхода до $Q = 3$ *л/сек*?

2) Число оборотов насоса, при котором весь суммарный расход $Q = 12$ *л/сек* будет поступать в трубу *1* и расход в трубе *2* будет равен нулю.

Указание. В уравнении характеристики ветви *1*

$$h_1 = f(Q_1)$$

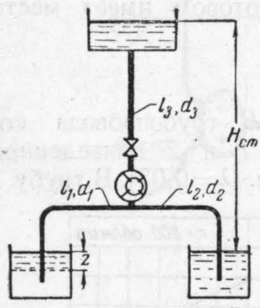
перепад пьезометрических уровней h_1 между узлами равен

$$h_1 = h_{п1} - H_н,$$

где $h_{п1}$ — потеря напора в трубе *1* и $H_н$ — напор насоса.

Ответ. 1) При $Q = 12$ *л/сек*: $Q_1 = 7,4$ *л/сек*; $Q_2 = 4,6$ *л/сек*; $H_н = 5,4$ *м*; при $Q = 3$ *л/сек*: $Q_1 = 5,9$ *л/сек* $Q_2 = 2,9$ *л/сек* (движение от узла *B* к *A*); $H_н = 7$ *м*. 2) $n = 1\,500$ *об/мин*.

Задача 14-31. Роторный насос, подача которого $Q_н = 1$ *л/сек*, нагнетает масло в верхний бак из двух баков с одинаковыми уровнями. Всасывающие трубы имеют равные диаметры $d_1 = d_2 = 20$ *мм* и равные приведенные длины $l_1 = l_2 = 4$ *м*. Диаметр и приведенная длина нагнетательной трубы $d_3 = 20$ *мм* и $l_3 = 6$ *м*.



К задаче 14-31.

Определить напор насоса $H_н$ и мощность двигателя $N_{дв}$ при высоте подъема $H_{ст} = 5$ *м*, если вязкость масла $\nu = 0,5$ *см²/сек*, его удельный вес $\gamma = 900$ *кГ/м³* и к. п. д. насоса $\eta = 0,7$.

Как изменится напор насоса, если уровень в левом баке будет ниже, чем в правом, на $z = 2$ *м*?

Указание. При разнице z уровней в баках потери напора в левой и правой всасывающих трубах связаны уравнением

$$h_{п1} + z = h_{п2},$$

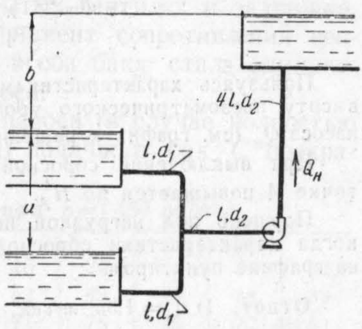
решая которое совместно с уравнением

$$Q_1 + Q_2 = Q_н$$

находим расходы Q_1 и Q_2 во всасывающих трубах. Для установления зависимости потерь напора от расхода предварительно следует определить режим движения в трубах.

Ответ. $H_н = 15,4$ *м* и $N_{дв} = 0,264$ *л. с.*; $H_н = 16,4$ *м*.

Задача 14-32. Центробежный насос всасывает воду из двух баков, разность уровней в которых равна $a = 1$ *м*, и нагнетает ее в количестве $Q_н = 10$ *л/сек* в бак с уровнем на высоте $b = 5$ *м* по указанным на схеме трубопроводам ($l = 5$ *м*, $d_1 = 50$ *мм*, $d_2 = 75$ *мм*).

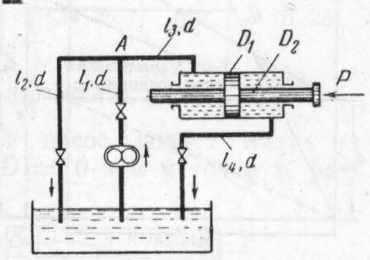


К задаче 14-32.

Определить напор насоса $H_н$, принимая коэффициент сопротивления трения во всех трубопроводах равным $\lambda = 0{,}03$ и пренебрегая местными потерями.

Ответ. $H_н = 9{,}2$ *м.*

Задача 14-33. Шестеренный насос подает спирто-глицериновую смесь ($\nu = 1$ *см²/сек*; $\gamma = 1\,220$ *кГ/м³*) в гидроцилиндр (диаметры поршня и штока $D_1 = 200$ *мм* и $D_2 = 50$ *мм*), нагруженный внешним усилием $P = 200$ *кГ*; при этом часть подачи насоса возвращается в приемный бак по сбросной трубе l_2, минуя гидроцилиндр.



К задаче 14-33.

Определить:

1) Скорость перемещения поршня гидроцилиндра $v_п$ и напор насоса $H_н$, если его подача $Q_н = 6$ *л/сек*, диаметры всех труб $d = 50$ *мм*, а их приведенные длины равны: $l_1 = 10$ *м*; $l_2 = 70$ *м*; $l_3 = 5$ *м* и $l_4 = 10$ *м*.

2) Как изменятся $v_п$ и $H_н$, если сбросная труба будет выключена?

3) При какой наименьшей приведенной длине сбросной трубы $l_{2мин}$ перемещение поршня прекратится?

Указание. Насос работает на трубопровод с параллельными ветвями при статическом напоре, равном нулю. Гидроцилиндр следует рассматривать как местное сопротивление, потеря напора в котором не зависит от расхода и равна (из условия равномерного движения поршня)

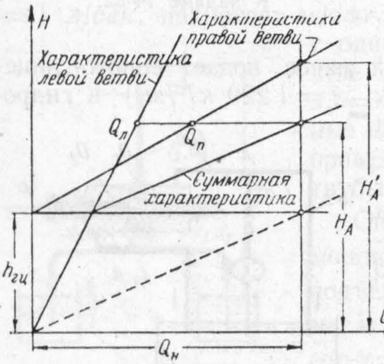
$$h_{\text{гц}} = \frac{P}{\frac{\pi}{4}(D_1^2 - D_2^2)\gamma}.$$

Пользуясь характеристиками параллельных ветвей, определяем высоту пьезометрического уровня H_A в узловой точке при подаче насоса $Q_н$ (см. график к решению задачи).

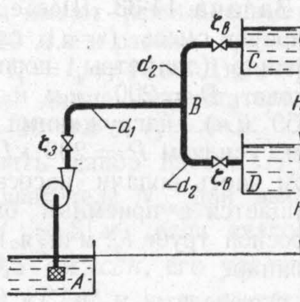
При выключении сбросной трубы пьезометрический уровень в точке A повышается до H'_A.

Поршень под нагрузкой не будет перемещаться в том случае, когда характеристика сбросной трубы расположится, как указано на графике пунктиром.

Ответ. 1) $v_п = 1{,}35$ *м/сек*; $H_н = 13{,}5$ *м*. 2) $v_п = 2{,}03$ *м/сек*; $H_н = 15{,}5$ *м*. 3) $l_{2\text{мин}} = 14$ *м*.



К решению задачи 14-33.



К задаче 14-34.

Задача 14-34. Центробежный насос, работая при числе оборотов $n = 1\,450$ *об/мин*, подает воду из бака A в баки C и D. Расстояния между уровнями в баках равны $H_1 = 25$ *м* и $H_2 = 15$ *м*.

Система трубопроводов состоит из трубы AB диаметром $d_1 = 100$ *мм* с установленной на ней задвижкой и двух одинаковых ветвей BC и BD диаметрами $d_2 = 60$ *мм* с установленными на них вентилями.

Характеристика насоса и характеристики труб с учетом всех местных сопротивлений при полностью открытых запорных устройствах ($\zeta_з = 0$ и $\zeta_в = 4$) заданы в виде таблиц.

Определить:

1) Подачу воды в баки C и D и мощность, потребляемую насосом при полностью открытых вентилях и задвижке.

2) Каков должен быть коэффициент сопротивления вентиля на трубе BD, чтобы подача в оба бака стала одинаковой; какова при этом подача насоса?

3) При каком числе оборотов насоса (в случае полностью открытых вентилей и задвижки) подача в бак C прекратится?

Характеристика насоса при $n=1\,450$ *об/мин*

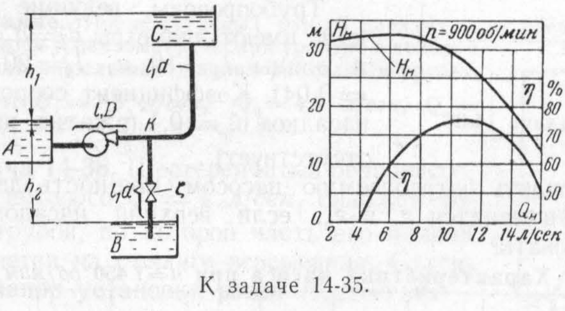
$Q_{н}$, *л/сек*	0	4	8	12	16	20	24	28	32
$H_{н}$, *м*	52	54	55	54	52	49	44	38	30
η, %	0	30	50	63	71	75	75	70	53

Характеристики труб AB BC и BD

Q, *л/сек*	5	10	15	20	25
h_{AB}, *м*	0,25	1	2,25	4	6,25
$h_{BC}=h_{BD}$, *м*	1,25	5	11,25	20	31,25

Ответ. 1) $Q_C = 4{,}6$ *л/сек*; $Q_D = 18$ *л/сек*; $N_{дв} = 18{,}4$ *л. с.* 2) $\zeta'_{в} = 27{,}6$; $Q'_{н} = 19{,}2$ *л/сек*. 3) $n' = 1\,340$ *об/мин*.

Задача 14-35. Центробежный насос подает воду из бака A по трубе $l=50$ *м* и $D=70$ *мм* к точке K разветвления трубопроводов, откуда вода по трубам одинаковой длины $l_1 = 20$ *м* и одинакового диаметра $d=50$ *мм* поступает в баки B и C.



К задаче 14-35.

На трубе, идущей в бак B, имеется задвижка, коэффициент сопротивления которой (при неполном открытии) $\zeta=$

$=30$. Уровень в баке C выше уровня в баке A на $h_1=$ $=16$ *м*, а в баке B ниже того же уровня на $h_2=10$ *м*.

Определить:

1) Подачу в баки и потребляемую насосом мощность двигателя при $n=900$ *об/мин*.

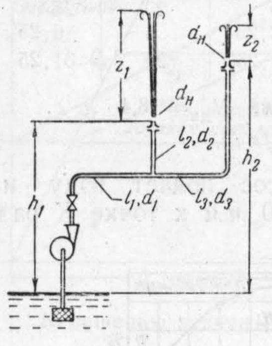
2) Как нужно изменить число оборотов, чтобы подача в баки стала одинаковой?

3) При каком числе оборотов подача в бак C будет равна нулю?

При решении задачи учитывать сопротивление задвижки и потери на трение ($\lambda=0{,}025$).

Ответ. 1) $Q_C=4{,}2$ *л/сек*; $Q_B=7{,}30$ *л/сек*; $N_{дв}=410$ *кГ·м/сек*. 2) $n_2=1\,150$ *об/мин*. 3) $n_3=710$ *об/мин*.

Задача 14-36. Определить теоретическую высоту полета струи z для каждого из двух насадков диаметром $d_н=$ $=30$ *мм*, питаемых центробежным насосом ($n=1\,450$ *об/мин*) и расположенных на высотах $h_1=5$ *м* и $h_2=$ $=10$ *м* над уровнем всасывания.



К задаче 14-36.

Трубопровод насоса до узловой точки имеет общую длину $l_1=25$ *м* и диаметр $d_1=125$ *мм* (коэффициент сопротивления трения $\lambda=0{,}03$, суммарный коэффициент местных сопротивлений $\zeta=14$).

Трубопроводы, ведущие к насадкам, имеют диаметры $d_2=d_3=80$ *мм* и длины $l_2=10$ *м*, $l_3=20$ *м* ($\lambda=$ $=0{,}04$). Коэффициент сопротивления насадков $\zeta_н=0{,}1$ (сжатие на выходе отсутствует).

Определить потребляемую насосом мощность двигателя.

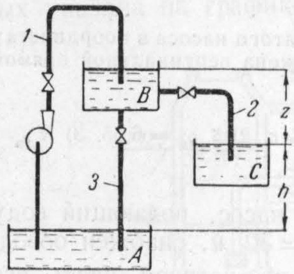
Как изменятся z_1 и z_2, если верхний насадок будет отсутствовать?

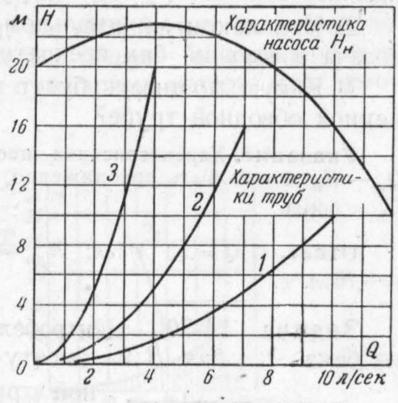
Характеристика насоса при $n=1\,450$ *об/мин*

$Q_н$, *л/сек*	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$H_н$, *м*	27	30	32	33	32	29	24	17	8
η, %	0	40	65	75	79	80	76	66	40

Ответ. $z_1=17{,}3$ *м*; $z_2=12{,}3$ *м*; $N_{дв}=11{,}9$ *л. с.*; $z_1'=10{,}6$ *м*; $z_2'=$ $=0{,}78$ *м*.

Задача 14-37. Центробежный насос перекачивает воду из бака A по трубе 1 в промежуточный бак B, откуда она самотеком поступает в бак C по трубе 2 и частично возвращается в бак A по сливной трубе 3. Характеристики насоса и труб заданы (см. график).





К задаче 14-37.

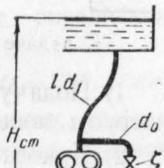
Определить расходы в трубах и уровень z, который установится в промежуточном баке B, если разность уровней в баках A и C равна $h = 8$ *м*.

Как изменится уровень z при выключении сбросной трубы?

Указание. Промежуточный бак B следует рассматривать как узловую точку, пьезометрический уровень в которой z определится после нахождения расходов в трубах.

Ответ. $Q_1 = 7{,}8$ *л/сек*, $Q_2 = 4{,}5$ *л/сек*, $Q_3 = 3{,}3$ *л/сек* и $z = 6{,}2$ *м*; $z' = 10{,}8$ *м*.

Задача 14-38. Шестеренчатый бензонасос, подача которого $Q_н = 4$ *л/сек*, снабжен обводной трубой, по которой часть его подачи возвращается на сторону всасывания. Статический напор установки равен $H_{ст} = 8$ *м*.



К задаче 14-38.

Диаметр основного трубопровода $d_1 = 50$ *мм*, его приведенная длина $l = 50$ *м* ($\lambda = 0{,}025$). Диаметр обводной трубы $d_0 = 32$ *мм*, ее суммарный коэффициент сопротивления (включая частично прикрытый вентиль) $\zeta = 33$.

Определить:

1) Подачу в верхний бак и потребляемую насосом мощность двигателя (к. п. д. насоса $\eta = 70\%$, удельный вес бензина $\gamma = 750$ *кГ/м³*).

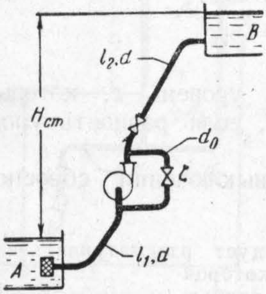
2) При каком минимальном значении ζ обводной трубы подача в верхний бак прекратится?

3) Какую мощность будет потреблять насос при выключенной обводной трубе?

Указание. Характеристика шестеренчатого насоса в координатах $Q_н - H_н$ может быть приближенно изображена вертикальной прямой $Q_н = \text{const}$.

Ответ. 1) $Q = 2{,}1$ *л/сек*; $N_{дв} = 0{,}54$ *л. с.* 2) $\zeta_{мин} = 6{,}35$. 3) $N_{дв} = 0{,}76$ *л. с.*

Задача 14-39. Центробежный насос, подающий воду из бака A в бак B на высоту $H_{ст} = 30$ *м*, снабжен обводной трубой, по которой часть его подачи возвращается на сторону всасывания.



К задаче 14-39.

Диаметр всасывающей и нагнетательной труб $d = 100$ *мм*, их общая приведенная длина $L = l_1 + l_2 = 250$ *м*, коэффициент сопротивления трения $\lambda = 0{,}025$. Диаметр обводной трубы $d_0 = 50$ *мм*, ее суммарный коэффициент сопротивления $\zeta = 25$.

Определить пользуясь характеристикой насоса при $n = 2\,900$ *об/мин*:

1) Подачу в верхний бак, напор насоса и потребляемую насосом мощность двигателя.

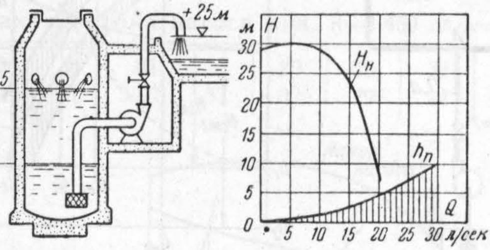
2) Какова будет мощность двигателя, если такую же подачу в верхний бак осуществлять при выключенной обводной трубе, прикрыв задвижку на линии нагнетания?

Характеристика насоса при $n = 2\,900$ *об/мин*

$Q_н$, *л/сек*	0	8	12	16	20	24	28	32	36
$H_н$, *м*	52	55	54	52	49	44	38	30	19
η, %	0	50	63	71	75	75	70	58	36

Ответ. 1) $Q = 15$ *л/сек*; $H_н = 41,5$ *м*; $N_{дв} = 19,6$ *л. с.* 2) $N_{дв} = 15,1$ *л. с.*

Задача 14-40. Для откачки воды из дренажного колодца с притоком от $Q = 5$ *л/сек* до $Q = 30$ *л/сек* установлены центробежные насосы, характеристика каждого из которых задана. Насосы имеют общую всасывающую и нагнетательные линии, кривая суммарных потерь для которых указана на графике.



К задаче 14-40.

Определить:

1) Сколько насосов должны обслуживать колодец, работая параллельно, если предельный уровень в нем не должен превосходить отметки $+12,5$ *м*?

2) Каковы будут минимальный и максимальный уровни воды в колодце при параллельной работе насосов?

3) С каким наибольшим притоком может справиться один насос?

Ответ. 1) Два насоса. 2) от 4,0 до 12,0 *м*. 3) $Q = 17,5$ *л/сек*.

Задача 14-41. Два одинаковых центробежных насоса работают совместно на магистральный трубопровод длиной $L = 1\,000$ *м*, диаметром $D = 450$ *мм* при различных значениях статического напора: $H_{ст1} = 20$ *м* и $H_{ст2} = 30$ *м*.

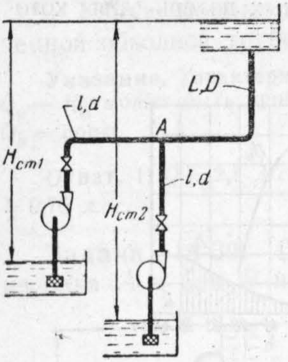
Трубопроводы насосов (смыкающиеся в узле A) имеют одинаковые длины $l = 100$ *м* и одинаковые диаметры $d = 300$ *мм*.

Определить:

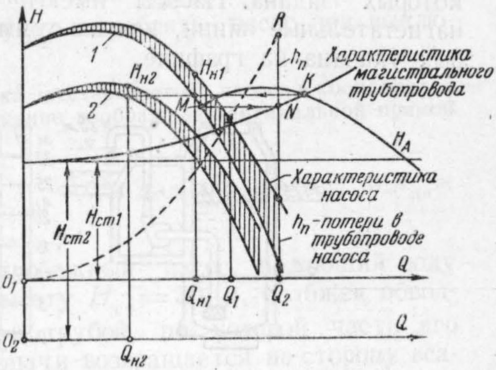
1) Подачу, напор и мощность двигателя для каждого из насосов при числе оборотов $n_1 = 960$ *об/мин*.

2) Каково число оборотов верхнего насоса, при котором нижний насос (сохраняя $n_1 = 960$ *об/мин*) перестанет подавать воду?

В трубопроводах насосов учитывать потери на трение ($\lambda = 0{,}03$) и местные потери (суммарный коэффициент сопротивления $\zeta = 6$).



К задаче 14-41.



К решению задачи 14-41.

В магистрали учитывать только потери на трение ($\lambda = 0{,}025$).

Характеристика насосов при $n = 960$ *об/мин*

$Q_н$, *л/сек*	0	40	80	120	140	160	180	200	220
$H_н$, *м*	40	43	43	40	37	33	28	22	15
η, %	0	47	70	80	81	80	75	65	50

Указание. Вычитая из напора каждого насоса потери в его трубопроводе до узловой точки A и складывая полученные кривые по расходам, строим кривую зависимости высоты пьезометрического уровня H_A в узловой точке от суммарной подачи обоих насосов. Точка K пересечения этой кривой с характеристикой магистрального трубопровода определяет уровень H_A и, следовательно, режимы работы насосов. Подача нижнего насоса станет равна нулю, когда начальная точка M суммарной кривой H_A окажется лежащей на характеристике магистрального трубопровода (точка N). Откладывая вверх от точки N потерю напора $h_п$ в трубопроводе верхнего насоса (при расходе Q_2, отвечающем точке N) получаем точку R, через которую должна проходить характеристика верхнего насоса при новом числе оборотов n_2.

Ответ. 1) $Q_1 = 162$ *л/сек*; $H_1 = 32{,}5$ *м*; $N_{дв1} = 87{,}5$ *л. с.* и $Q_2 = 114$ *л/сек*; $H_2 = 41{,}6$ *м*; $N_{дв2} = 80$ *л. с.* 2) $n_2 = 1\,400$ *об/мин*.

Задача 14-42. Центробежный насос откачивает воду из баков *1* и *2*, разность уровней в которых равна $h=6$ *м*, и подает ее в бак *3* на высоту $H_{ст}=9$ *м*.

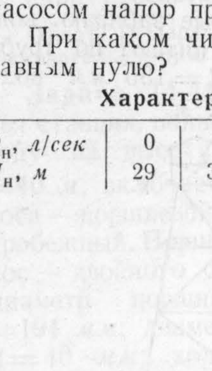
Всасывающие трубы имеют одинаковую приведенную длину $l=15$ *м* и диаметр $d=80$ *мм* ($\lambda=0{,}04$), а нагнетательная труба имеет $l_1=35$ *м* и $d_1=100$ *мм* ($\lambda=0{,}035$).

Определить расходы из баков *1* и *2* и развиваемый насосом напор при $n=1\,450$ *об/мин*.

При каком числе оборотов расход из бака *1* станет равным нулю?

Характеристика насоса при $n=1\,450$ *об/мин*

$Q_н$, *л/сек*	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$H_н$, *м*	29	31	32,5	33	32	29	24	17	8



К задаче 14-42.

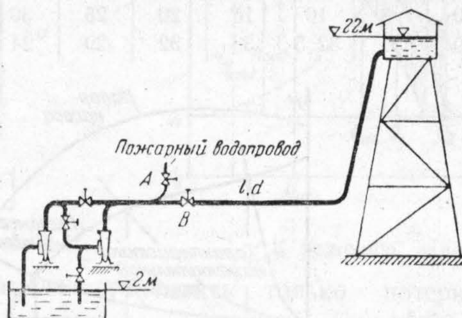
К решению задачи 14-42.

Указание. Из характеристики насоса, построенной от уровня воды в баке *2*, следует вычесть суммарную характеристику совместно работающих всасывающих труб, которая дает зависимость пьезометрического уровня в узловой точке *A* перед насосом от суммарного расхода в этих трубах (т. е. подачи насоса).

В результате вычитания получается кривая зависимости пьезометрического уровня в точке B на выходе из насоса от его подачи. Пересечение этой кривой с характеристикой нагнетательного трубопровода, построенной от уровня бака 3, определяет рабочую точку системы. При подаче насоса, равной Q_0 (см. график к решению задачи), расход из бака 1 равен нулю.

Ответ. $Q_1 = 8{,}1$ *л/сек*, $Q_2 = 21{,}5$ *л/сек* и $H_н = 24{,}8$ *м*; $n = 1\,180$ *об/мин*.

Задача 14-43. Насосная установка состоит из двух одинаковых центробежных насосов, которые забирают воду из колодца с отметкой уровня $+2$ *м* и питают по трубопроводу длиной $l = 2$ *км* и диаметром $d = 130$ *мм* водонапорную башню с отметкой уровня $+22$ *м*.



К задаче 14-43.

В случае пожара установка работает на специальный водопровод (задвижка A открыта, задвижка B закрыта) и должна обеспечить подачу $Q = 7{,}5$ *л/сек* при напоре на станции $H_н = 40$ *м*.

Характеристика насоса при $n = 1\,600$ *об/мин*

$Q_н$, *л/сек*	0	2	4	6	8	10
$H_н$, *м*	37	39	36	29	20,5	10
η, %	0	50	64	67	64	50

Определить:

1) Какое соединение насосов — параллельное или последовательное — выгоднее по величине к. п. д. при работе с числом оборотов $n = 1\,600$ *об/мин* на водонапорную башню.

Коэффициент сопротивления трения трубопровода $\lambda = 0{,}024$, местные потери учесть как 5% от потерь на трение.

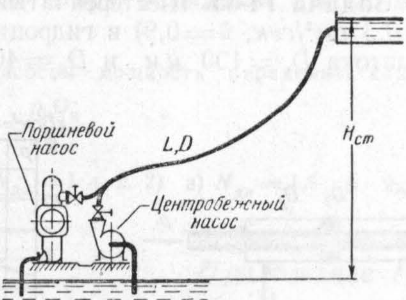
Потерями напора в коротких всасывающих и соединительных трубах насосов пренебречь.

2) Сможет ли один насос при $n = 1600$ *об/мин* удовлетворить пожарным требованиям и если нет, то как следует соединить насосы в этом случае?

3) Какое число оборотов следует дать насосу, чтобы он один удовлетворил пожарным требованиям?

Ответ. 1) Параллельное. 2) Необходимо соединить насосы последовательно. 3) $n' = 1\,920$ *об/мин.*

Задача 14-44. Насосная станция, поднимающая воду на высоту $H_{ст} = 40$ *м*, включает два насоса — поршневой и центробежный. Поршневой насос — двойного действия; диаметр поршня $D = 194$ *мм*; диаметр штока $d = 40$ *мм*; ход поршня $s = 250$ *мм*; число оборотов $n = 120$ *об/мин*; коэффициент подачи $\eta_0 = 0{,}96$.



К задаче 14-44.

Центробежный насос работает при числе оборотов $n = 1\,450$ *об/мин*, его характеристика задана таблицей:

$Q_н$, $м^3/ч$	93,5	120	140	173,5	193
$H_н$, *м*	55	53,5	51,7	45	38,4

Характеристика трубопровода задана уравнением

$$h_п = mQ^2,$$

где $m = 2 \cdot 10^{-4}$ $ч^2/м^5$.

Определить подачу и напор при работе одного поршневого насоса, при работе одного центробежного насоса и при параллельной работе обоих насосов.

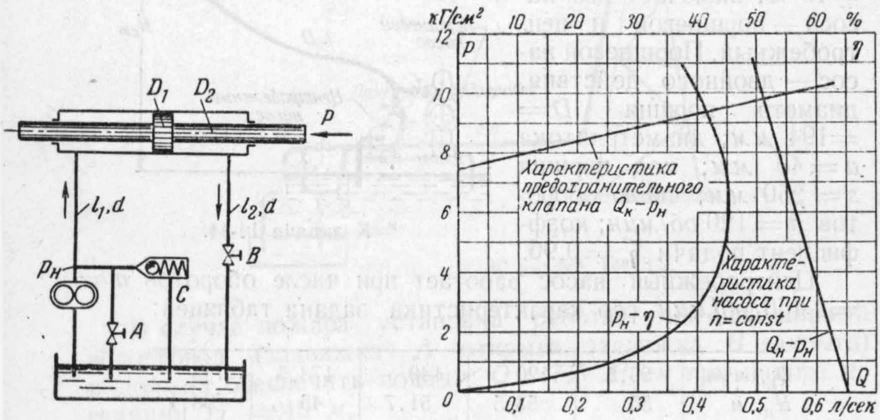
Как следует увеличить число оборотов центробежного или поршневого насосов, чтобы достигнуть суммарной подачи $Q = 270$ $м^3/ч$?

Указание. Следует построить характеристики поршневого (вертикаль $Q = \text{const}$) и центробежного насосов и суммарную характеристику при параллельной работе насосов. Точки пересечения каждой из трех построенных характеристик с кривой потребного напора $H_{\text{потр}} = H_{\text{ст}} + mQ^2$ определяют режимы работы насосов в рассматриваемых случаях.

Ответ. $Q_{\text{п.н}} = 97{,}5$ *м³/ч*; $H_{\text{п.н}} = 42$ *м*; $Q_{\text{ц.н}} = 171$ *м³/ч*; $H_{\text{ц.н}} = 45{,}8$ *м*; $Q_{\text{паралл}} = 241$ *м³/ч*; $H_{\text{н}} = 51{,}5$ *м*.

Центробежный насос $n' = 1\,540$ *об/мин*, поршневой $n' = 200$ *об/мин*.

Задача 14-45. Шестеренчатый насос подает масло ($\nu = 0{,}3$ *см²/сек*, $\delta = 0{,}9$) в гидроцилиндр (диаметры поршня и штока $D_1 = 100$ *мм* и $D_2 = 40$ *мм*), нагруженный уси-



К задаче 14-45.

лием $P = 330$ *кГ*. Характеристика насоса при $n = \text{const}$ задана в виде зависимости давления $p_{\text{н}}$ на выходе из насоса от его подачи $Q_{\text{н}}$ и зависимости к. п. д. насоса η от $p_{\text{н}}$. Нагнетательная труба, идущая от насоса к гидроцилиндру, имеет размеры $l_1 = 2$ *м*, $d = 15$ *мм* и сливная труба гидроцилиндра $l_2 = 8$ *м* (приведенная длина с учетом сопротивления полностью открытого дросселя B), $d = 15$ *мм*.

Насос снабжен обводной трубой с дросселем A и предохранительным клапаном C, характеристика которого задана в виде зависимости давления $p_н$ перед клапаном от расхода $Q_к$ через него.

1) Определить скорость $v_п$ рабочего хода поршня и потребляемую насосом мощность $N_{дв}$ при закрытом дросселе A и полностью открытом дросселе B.

2) Сравнить потребляемую насосом мощность при уменьшении скорости поршня до $v'_п = 0{,}25 \cdot v_п$ двумя способами: а) прикрытием дросселя B при полностью закрытом дросселе A; б) открытием дросселя A при полностью открытом дросселе B.

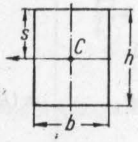
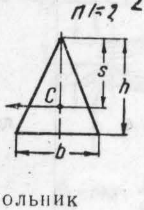
Указание. Потребляемую насосом мощность определять как

$$N_{дв} = \frac{p_н Q_н}{\eta}.$$

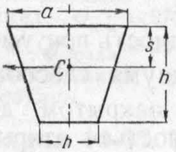
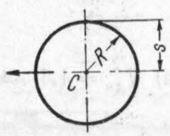
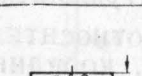
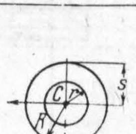
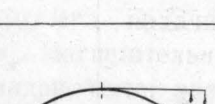
Ответ. 1) $v_п = 9$ *см/сек*; $N_{дв} = 1$ *л. с.* 2) а) $N_{дв} = 1{,}5$ *л. с.*; b) $N_{дв} = 0{,}9$ *л. с.*

Приложение 1

МОМЕНТ ИНЕРЦИИ I_c ПЛОСКИХ ФИГУР ОТНОСИТЕЛЬНО ОСИ, ПРОХОДЯЩЕЙ ЧЕРЕЗ ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ, КООРДИНАТА ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ s, ПЛОЩАДЬ F

Название фигуры	J_C	s	F
 Прямоугольник	$\frac{1}{12} bh^3$	$\frac{1}{2} h$	bh
 Треугольник	$\frac{1}{36} bh^3$	$\frac{2}{3} h$	$\frac{1}{2} bh$

Продолжение

Название фигуры	J_C	s	F
 Трапеция равнобедренная	$\frac{1}{36}h^3\frac{a^2+4ab+b^2}{a+b}$	$\frac{1}{3}h\frac{a+2b}{a+b}$	$\frac{1}{2}h(a+b)$
 Круг	$\frac{1}{4}\pi R^4$	R	πR^2
 Полукруг	$\frac{9\pi^2-64}{72\pi}R^4$	$\frac{4}{3}\cdot\frac{R}{\pi}$	$\frac{1}{2}\pi R^2$
 Кольцо	$\frac{1}{4}\pi(R^4-r^4)$	R	$\pi(R^2-r^2)$
 Эллипс	$\frac{1}{4}\pi a^3b$	a	πab

Приложение 2

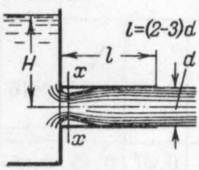
КОЭФФИЦИЕНТЫ ИСТЕЧЕНИЯ НАСАДКОВ

$$F_{\text{струи}} = \varepsilon \frac{\pi d^2}{4}; \; v = \varphi \sqrt{2gH}; \; Q = \mu \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH}; \; \mu = \varepsilon\varphi;$$

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\zeta}}$$

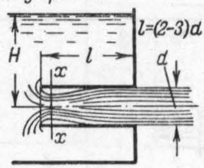
Цилиндрические насадки

Внешний



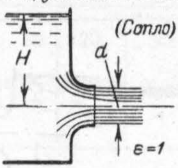
$\varepsilon=1, \; \xi=0{,}5, \; \mu=\varphi=0{,}82$

Внутренний



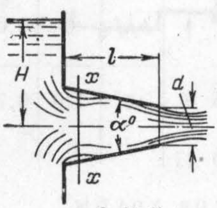
$\varepsilon=1, \; \xi=1, \; \mu=\varphi=0{,}71$

Со скругленным входом

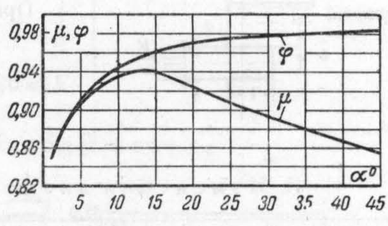


$\xi=0{,}02\text{–}0{,}06 \quad \mu=\varphi=0{,}99\text{–}0{,}97$

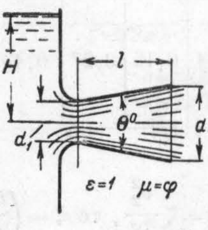
Конический сходящийся насадок



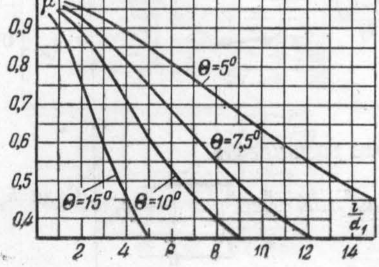
$l=(2\text{–}3)d$



Конический расходящийся насадок со скругленным входом



$$\frac{d}{d_1} = 1 + 2 \cdot \frac{l}{d_1} \cdot \operatorname{tg} \frac{\Theta}{2}$$



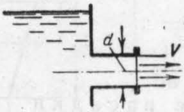
Приложение 3

МЕСТНЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ В ТРУБОПРОВОДАХ

I. Вход в трубу

Прямой

$h_{пм} = \zeta \dfrac{V^2}{2g}$

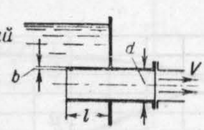


$\xi = 0,5$

Скругленный

R/d	0,02	0,08	0,16	0,2
ζ	0,37	0,15	0,06	0,03

Внутренний



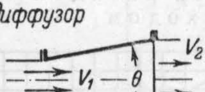
При $l \geqslant 0,5\ d$

b/d	0	0,02	0,05
ζ	1,0	0,73	0,5

II. Изменения диаметра трубы

Конический диффузор

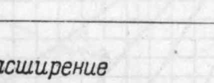
$h_{пм} = \varphi_д \dfrac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$



$\theta°$	7,5	10	15	20	30
$\varphi_д$	0,14	0,16	0,27	0,43	0,81

Внезапное расширение

$h_{пм} = \dfrac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$

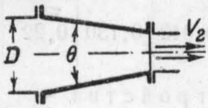


Если $h_{пм} = \zeta \dfrac{v_2^2}{2g}$, то $\zeta = \left(\dfrac{D^2}{d^2} - 1\right)^2$

Продолжение

Конический конфузор

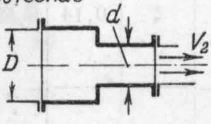
$$h_{пм} = \zeta \frac{V_2^2}{2g}$$



При $\frac{D}{d} = 1,2$	θ°	10	20	30	40
	ζ	0,04	0,05	0,07	0,08
При $\frac{D}{d} = 2$	θ°	10	20	30	40
	ζ	0,07	0,09	0,12	0,14
При $\frac{D}{d} = 3$	θ°	10	20	30	40
	ζ	0,08	0,10	0,14	0,17

Внезапное сужение

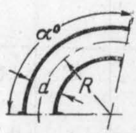
$$h_{пм} = \zeta \frac{V_2^2}{2g}$$



$$\zeta = 0,5 \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]$$

III. Отводы колена

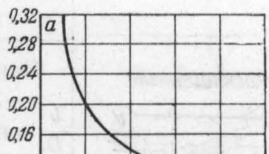
Отвод

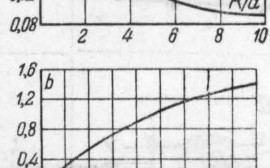


$$h_{пм} = \zeta \frac{V^2}{2g}$$

$$\zeta = 0,73\, a \cdot b$$

$a = a(R/d)$
$b = b(\alpha°)$





Продолжение

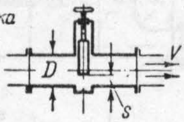
Колено

$$h_{пм} = \zeta \frac{V^2}{2g}$$

Материал \ α°	15	30	45	60	90
Чугун, сталь	0,062	0,165	0,320	0,684	1,265
Цветные металлы	0,042	0,130	0,22	0,471	1,129

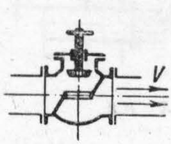
IV. Запорные устройства

Задвижка



D, мм	S/d	1	$^3/_4$	$^1/_2$	$^1/_4$
25	ζ	0,23	0,90	4,1	32
50	ζ	0,16	0,68	3,0	20
100	ζ	0,14	0,55	2,6	16

Вентиль

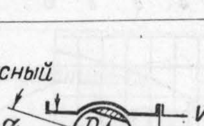


При полном открытии	D, мм	13	25	50	100
	ζ	10,8	6,1	4,6	4,1

Дроссель с плоскоскошенным диском

При $\frac{b}{D}=0{,}25$	$\alpha°$	0	10	30	60
	ζ	0,15	0,36	3,05	71,5

Кран конусный



$\alpha°$	0	5	20	40	70
ζ	0	0,36	2,7	18,2	675

ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
180	10 сверху	$M = 15$ *ати*	$M = 5$ *ати*
249	11 сверху	$\sqrt{\dfrac{H}{3\cdot 0{,}0827\lambda \dfrac{L}{D^5}}}$	$\sqrt{\dfrac{H}{3\cdot 0{,}827\lambda \dfrac{L}{D^5}}}$
268	4 снизу	$(Q_1 = Q_2)$.	$(Q_1 = Q_3)$.
299	Формула (11-12)	$dt = A\dfrac{x}{B - Cx}\,dx$	$dt = E\dfrac{x}{B - Cx}\,dx$
352	2 сверху	$B^2 > A$,	$B^2 > A^2$,

Задачник по гидравлике, Госэнергоиздат, 1960.